

स्मरणीय बिंदु

- कोणों की माप एवं कोणों के प्रकार।
- प्रतिच्छेदी रेखाएँ और अप्रतिच्छेदी रेखाएँ।
- कोणों के युग्म (यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो तो इस प्रकार बने दोनों आसन्न कोणों का योग 180° होता है।
- यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करें तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करें, तो
(अ) संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
(ब) एकांतर अन्तः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
(स) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तःकोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करें कि या तो
(अ) संगत कोणों का कोई एक युग्म बराबर हो। या
(ब) एकांतर अन्तः कोणों का कोई एक युग्म बराबर हो। या
(स) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तःकोणों का कोई एक युग्म संपूरक हो तो व दोनों रेखाएँ समांतर होती हैं।
- वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर होती हैं परस्पर समांतर होती हैं।
- एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है समांतर होती हैं।
- यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा को बढ़ाया जाए, तो इस प्रकार बना बाह्यकोण अपने दोनों अन्तः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनकर लिखिए-

(1) यदि तीन या अधिक बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हों तो वे कहलाते हैं-

- (a) सररेख बिन्दु (b) असरेख बिन्दु
(c) सपाती बिन्दु (d) उपर्युक्त में कोई नहीं

(2) एक न्यून कोण का माप है-

- (a) 0° और 90° के बीच (b) 90° और 180° के बीच
(c) 180° और 360° के बीच (d) 180° और 270° के बीच

(3) वे दो कोण जिनका योग 180° हो कहलाते हैं-

- (a) पूरक कोण (b) संपूरक कोण
(c) आसन्न कोण (d) प्रतिवर्ती कोण

(4) किसी त्रिभुज के सभी कोणों का योग होता है-

- (a) 60° (b) 90°
(c) 180° (d) 360°

(5) किसी समकोण त्रिभुज का एक कोण 50° तो शेष कोणों की माप होगी-

- (a) $90^\circ, 50^\circ$ (b) $90^\circ, 40^\circ$
(c) $90^\circ, 60^\circ$ (d) $130^\circ, 180^\circ$

(6) एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योगफल होता है-

- (a) 60° (b) 90°
(c) 130° (d) 180°

(7) दो कोण जिनका योग 180° हो, कहलाता है-

- (a) अधिक कोण (b) आसन्न कोण
(c) न्यून कोण (d) संपूरक कोण

(8) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने अन्तःकोणों का योग होता है-

- (a) 360° (b) 90°
(c) 180° (d) 270°

(9) पूर्ण कोण का मान होता है-

- (a) 70° (b) 270°
(c) 360° (d) 180°

उत्तर- (1) (a) (2) (a) (3) (b) (4) (c) (5) (b) (6) (d) (7) (d) (8) (c) (9) (c)

प्रश्न 2. सत्य/असत्य लिखिए-

- (1) वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर होती हैं परस्पर समांतर होती हैं।
(2) यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करें, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।
(3) यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा को बढ़ाया जाए, तो इस प्रकार बना बहिष्कोण अपने दोनों अंतः अभिमुख कोणों के योग से अधिक होता है।
(4) एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।
(5) प्रतिवर्ती कोण की माप 180° से अधिक एवं 360° के मध्य होता है।
(6) जब दो असमान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा प्रतिच्छेद करें तो एकांतर कोण बराबर होते हैं।
(7) ऋजु कोण की माप 360° होती है।

उत्तर- (1) सत्य (2) सत्य (3) असत्य (4) सत्य (5) सत्य (6) असत्य (7) असत्य

प्रश्न 3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

- (1) वह कोण जो 180° से अधिक, परन्तु 360° से कम माप का होता है एक कहलाता है।
(2) जब दो किरणें एक ही अंत बिन्दु से प्रारंभ होती हैं, तो एक बनता है।
(3) एक रेखा का वह भाग जिसके दो अंतबिन्दु हो एक कहलाता है।
(4) रेखा का वह भाग जिसका एक अंतबिन्दु हो एक कहलाता है।
(5) दो कोण जिनका योग 90° हो कहलाता है।
(6) यदि तीन से अधिक बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हों तो वे कहलाते हैं।
(7) एक त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग होता है।
(8) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोण होते हैं।
(9) यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करें तो शीर्षाभिमुख कोण होते हैं।

(10) दो समांतर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा प्रतिच्छेद करें तो संगत कोण होते हैं।

(11) एक रेखा का वह भाग जिनके दो अन्तः बिन्दु होते हैं कहलाता है।

उत्तर- (1) प्रतिवर्ती कोण (2) कोण (3) रेखाखंड (4) किरण (5) पूरक (6) संरेख (7) 180° (8) संपूरक (9) बराबर (10) बराबर (11) रेखाखण्ड।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिये-

- (1) एक 'ऋजु कोण' की माप क्या होती है?
(2) अधिक कोण के माप की परास क्या होती है?
(3) एक समकोण की माप क्या होती है?
(4) एक त्रिभुज के तीनों कोणों का योग कितना होता है?
(5) समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण की माप कितनी होती है।
(6) यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं तो शीर्षाभिमुख कोणों में क्या संबंध होता है।
(7) जिन दो कोणों का योग 180° हो तो कौन सा कोण कहलाता है।

उत्तर- (1) 180° (2) 90° से 180° के बीच (3) 90° (4) 180° (5) 60° (6) शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं। (7) संपूरक कोण।

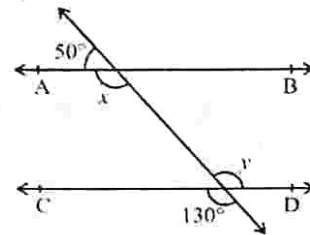
प्रश्न 5. सही जोड़ी बनाइए-

कॉलम-(A)	कॉलम-(B)
(1) एक ही रेखा के समांतर खींची गई दो रेखाएँ होती हैं।	(a) शीर्ष
(2) जिन दो कोणों का योग 180° हो	(b) समान
(3) जिन दो कोणों का योग 90° हो	(c) संपूरक कोण
(4) उभयनिष्ठ अन्तः बिन्दु	(d) किरण
(5) शीर्षाभिमुख कोणों की माप	(e) पूरक कोण
(6) एक रेखा का वह भाग जिनका एक अन्तः बिन्दु हो कहलाती है।	(f) समांतर

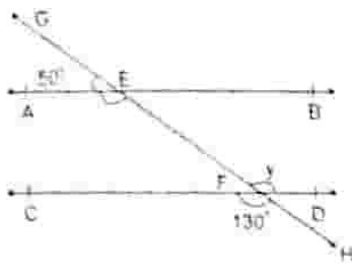
उत्तर- (1) (f) (2) (c) (3) (e) (4) (a) (5) (b) (6) (d)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 6.

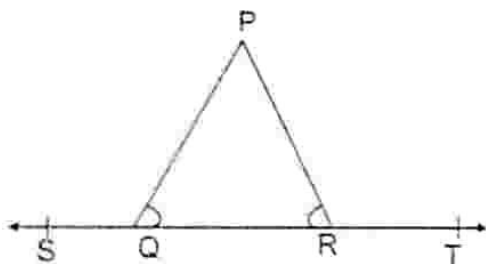


उपरोक्त आकृति में x और y का मान बताइये।



हल- चूँकि किरण AE रेखा GH पर खड़ी है
इसलिए $\angle AEG + \angle AEH = 180^\circ$
 $50^\circ + x = 180^\circ$
 $x = 180^\circ - 50^\circ$
 $x = 130^\circ$ (1)
 $y = 130^\circ$ (2) (शीर्षाभिमुख कोण)
समी. (1) और (2) से ज्ञात है कि $x = y$
अतः $AB \parallel CD$ (यं एकांतर कोण हैं)

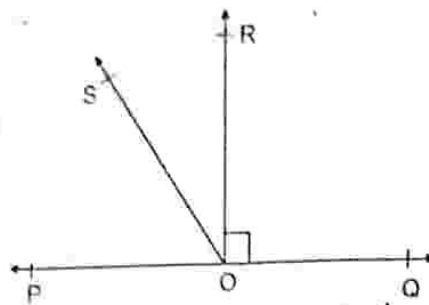
प्रश्न 7. दी गई आकृति में $\angle PQR = \angle PRQ$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$



हल- चूँकि किरण PQ किरण ST पर खड़ी है।
इसलिए $\angle PQS + \angle PQR = 180^\circ$
(रैखिक युग्म अभिगृहीत)
चूँकि किरण PR किरण ST पर खड़ी है।
इसलिए $\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ$
(रैखिक युग्म अभिगृहीत)
समीकरण (1) और (2) से
 $\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$
चूँकि दिया है $\angle PQR = \angle PRQ$
अतः $\angle PQS = \angle PRT$

प्रश्न 8. दी गई आकृति में POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$



हल- चूँकि किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है।
इसलिए $\angle QOR = \angle POR = 90^\circ$ (1)
 $\angle QOS = \angle QOR + \angle ROS$ (2)
 $\angle POS = \angle POR - \angle ROS$ (3)
समी. (2) और (3) को घटाने पर
 $\angle QOS - \angle POS = \angle QOR + \angle ROS$
 $\quad \quad \quad - (\angle POR - \angle ROS)$
 $\angle QOS - \angle POS = \angle QOR + \angle ROS$
 $\quad \quad \quad - \angle POR + \angle ROS$

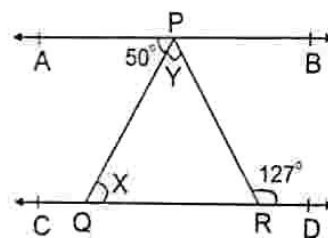
$$\angle QOS - \angle POS = \angle QOR - \angle POR + 2\angle ROS$$

समी. (1) से $\angle QOR = \angle POR$

$$\text{अतः } \angle QOS = \angle POS = 2\angle ROS$$

$$\angle ROS = \frac{1}{2} (\angle QOS - \angle POS)$$

प्रश्न 9. दी गई आकृति में, यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल- दिया $AB \parallel CD$ है

$$x = \angle APQ \text{ (एकांतर अंतः कोण)}$$

$$x = \angle APQ = 50^\circ$$

$$y + x = \angle PRD$$

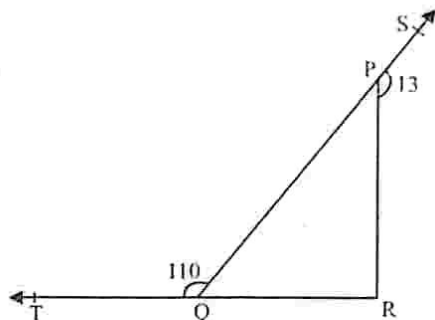
(चूँकि एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए तो इस प्रकार बना बहिष्कोण दोनों अंतः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।)

$$y + 50 = \angle PRD = 127^\circ \text{ (चूँकि } x = 50^\circ \text{)}$$

$$y = 127^\circ - 50^\circ$$

$$\boxed{y = 77^\circ}$$

प्रश्न 10. दी गई आकृति में त्रिभुज PQR की भुजाओं PQ और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S तथा T तक बढ़ाया गया है यदि $\angle SPR = 135^\circ$ है और $\angle PQT = 110^\circ$ है तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



हल- परन्तु दिया है, $\angle PQT = 110^\circ$

$$110^\circ + \angle PQR = 180^\circ$$

$$\angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\boxed{\angle PQR = 70^\circ}$$

इसी प्रकार QS एक रेखा है।

$$\text{अतः } \angle SPR + \angle QPR = 180^\circ$$

$$\text{दिया है, } \angle SPR = 135^\circ$$

$$\text{तब } 135^\circ + \angle PQR = 180^\circ$$

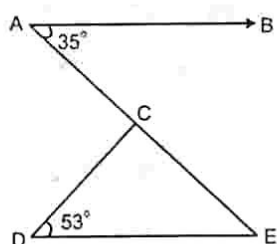
$$\angle PQR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\boxed{\angle QPR = 45^\circ}$$

अब $\triangle PQR$ में

$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$$

प्रश्न 11. दी गई आकृति में $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिये।



$$\text{हल- } \angle BAC = \angle DCE = 35^\circ \quad \dots(1)$$

(एकांतर अंतः कोण)

$$\text{दिया है } \angle CDE = 53^\circ \quad \dots(2)$$

$\triangle CDE$ में

$$\angle CDE + \angle DEC + \angle DCE = 180^\circ$$

चूँकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।

$$53^\circ + 35^\circ + \angle DCE = 180^\circ$$

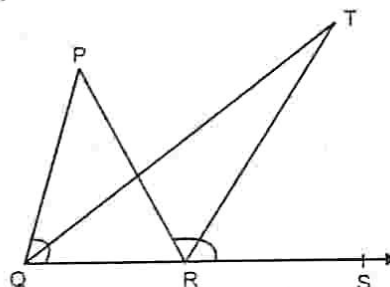
$$88^\circ + \angle DCE = 180^\circ$$

$$\angle DCE = 180^\circ - 88^\circ$$

$$\boxed{\angle DCE = 92^\circ}$$

$$\text{अतः } \angle DCE = 92^\circ$$

प्रश्न 12. दी गई आकृति में यदि रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि $\angle PRT = 40^\circ$, $\angle RPT = 95^\circ$ और $\angle TSQ = 75^\circ$ है तो $\angle SQT$ ज्ञात करो।



उपरोक्त आकृति में त्रिभुज PQR की भुजा QR को बिन्दु S तक बढ़ाया गया है यदि PQR और PRS के समद्विभाजक बिन्दु T पर मिलते हैं तो सिद्ध कीजिये कि $2\angle QTR = \angle QPR$

हल- (चूँकि बहिष्कोण अपने दोनों अंतः अभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।)

$$\text{इसी प्रकार } \angle PRS = \angle PQR + \angle QPR \quad \dots(2)$$

(यहाँ $\angle PRS$ बहिष्कोण तथा $\angle PQR$, $\angle QPR$ अंतः अभिमुख कोण हैं।)

$$\angle PRS = 2\angle QTR \quad \text{चूँकि RT, } \angle PRS \text{ का अर्द्धक है।}$$

$$\text{इसी प्रकार } \angle PQS = 2\angle QTR$$

$$\text{चूँकि का QT, } \angle PQR \text{ अर्द्धक है।}$$

$$\text{अतः } 2\angle QTR$$

$$= 2\angle QTR + \angle QPR$$

$$= 2\angle QTR - 2\angle QTR$$

$$= \angle QPR$$

$$= 2(\angle QTR - \angle QTR)$$

$$= \angle QPR$$

$$\dots(3)$$

समी. (1) से

$$\angle QTR - \angle QTR = \angle QTR$$

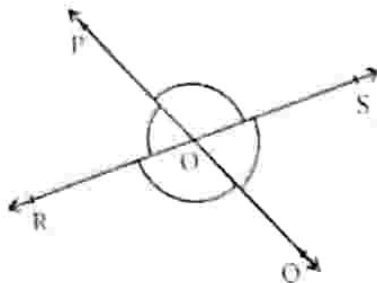
$$\dots(4)$$

समी. (3) और (4) से

$$2\angle QTR = \angle QPR$$

$$= \boxed{\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR}$$

प्रश्न 13. दी गई आकृति में रेखाएँ PQ और RS परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं यदि $\angle POR : \angle ROQ = 5:7$ है तो सभी कोण ज्ञात कीजिए।



हल- $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ (रैखिक युग्म के कोण)
परन्तु $\angle POR : \angle ROQ = 5:7$ दिया है

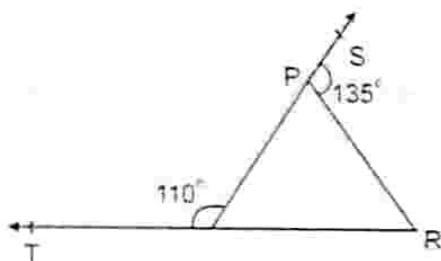
अतः $\angle POR = \frac{5}{12} \times 180 = 75^\circ$

इसी प्रकार $\angle ROQ = \frac{7}{12} \times 180 = 105^\circ$

अब $\angle POS = \angle ROQ = 105^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

और $\angle SOQ = \angle POR = 75^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

प्रश्न 14. दी गई आकृति में PQR की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S तथा T तक बढ़ाया गया है यदि $\angle SPR = 135^\circ$ तथा $\angle PQT = 110^\circ$ तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



हल- दिया है, $\angle PQT = 110^\circ$

$$110^\circ + \angle PQR = 180^\circ$$

$$\angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\angle PQR = 70^\circ$$

.....(1)

इसी प्रकार QS एक रेखा है।

अतः $\angle SPR + \angle QPR = 180^\circ$

दिया है, $\angle SPR = 135^\circ$

तब $135^\circ + \angle PQR = 180^\circ$

$$\angle PQR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\angle QPR = 45^\circ$$

...(2)

अब $\triangle PQR$ में

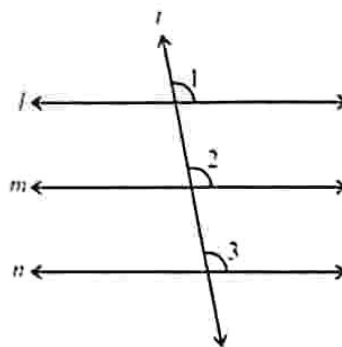
$$\angle PQR + \angle QPR + \angle PRQ = 180^\circ$$

चूँकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $= 180^\circ$ होता है।

$$70^\circ + 45^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

प्रश्न 15. सिद्ध कीजिए कि दो रेखाएँ जो एक ही रेखा के समान्तर हो परस्पर समान्तर होती हैं।

हल-



आइए रेखाओं l, m और n के लिए एक तिर्यक रेखा t खींचें।
यह दिया है कि $m \parallel l$ है और $n \parallel l$ है।

अतः $\angle 1 = \angle 2$ और $\angle 1 = \angle 3$ है (संगत कोण अभिगृहीत)

इसलिए $\angle 2 = \angle 3$

परन्तु $\angle 2$ और $\angle 3$ संगत कोण हैं और बराबर हैं।

अतः आप कह सकते हैं कि

$$m \parallel n \quad (\text{संगत कोण अभिगृहीत का विलोम})$$

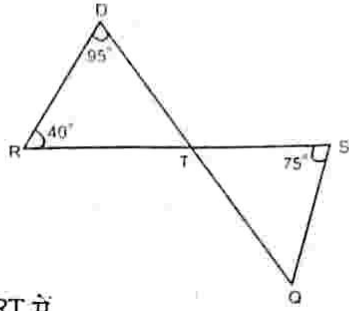
प्रश्न 16. दी गई आकृति में यदि $\angle PQR = \angle PRQ$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$

हल- देखिए अ.ल.उ. प्रश्न 7

प्रश्न 17. दी गई आकृति में x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि $AB \parallel CD$ है।

हल- देखिए अ.ल.उ. प्रश्न 6

प्रश्न 18. यदि $\angle XYZ = 64^\circ$ है और XY को बिन्दु P तक बढ़ाया गया है। यदि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है तो आकृति खींचकर $\angle XYR$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए।



हल- ΔPRT में,

$$\angle PRT + \angle PTR + \angle RPT = 180^\circ$$

चूँकि त्रिभुज के तीन कोणों का योग 180° होता है।

$$\angle PTR + 40^\circ + 95^\circ = 180^\circ$$

$$\angle PTR + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\angle PTR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\angle PTR = 45^\circ$$

$$\angle PTR = \angle QTS = 45^\circ \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

ΔTSQ में

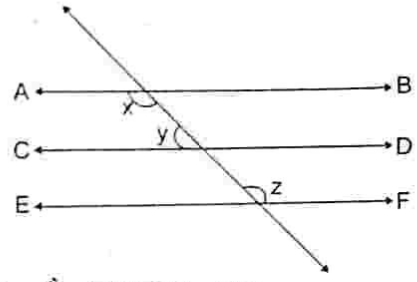
$$\angle QTS + \angle TSQ + \angle SQT = 180^\circ$$

चूँकि त्रिभुज के तीन कोणों का योग 180° होता है।

$$45^\circ + 75^\circ + \angle SQT = 180^\circ$$

$$\angle SQT + 120^\circ = 180^\circ$$

प्रश्न 19. दी गई आकृति में यदि $AB \parallel CD$ तथा $CD \parallel EF$ और $y:z = 3:7$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।



हल- दिया है, $AB \parallel CD$ तथा

$CD \parallel EF$

इस कारण $AB \parallel EF$

चूँकि एक ही रेखा की समांतर रेखाएँ परस्पर समांतर होती हैं।

$$x = z \quad (\text{एकांतर अंतःकोण}) \quad \dots(1)$$

$$x + y = 180^\circ \quad \dots(2)$$

समी. (1) और (2) से

$$z + y = 180^\circ$$

परन्तु दिया है, $y:z = 3:7$

अनुपातों का योग $= 3 + 7 = 10$

$$\text{अतः } y = \frac{3}{10} \times 180^\circ = 54^\circ$$

$$y = 54^\circ$$

$$z = \frac{7}{10} \times 180^\circ = 126^\circ$$

□