2

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ
(Whole Numbers)

ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ:

- ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੱਕ (ਪ੍ਰਸਾਰਿਤ) ਵਿਸਥਾਰਿਤ ਸੰਖਿਆ-ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਕੰਮ ਕਰਨਾ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਤੋਂ ਜਿਮਾਇਤੀ ਨਮੂਨੇ ਸਮਝਣ ਲਈ।

2.1 ਜਾਣ ਪਛਾਣ (Introduction)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਭਾਵ 1, 2, 3, 4, 5 .... ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗਿਣਤੀ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (N) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਛੇਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਚਾਲੀ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਮੌਜੂਦ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸਾਰੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਖੇਡ ਦੇ ਮੈਦਾਨ ਵਿੱਚ ਖੇਡਾਂ ਖੇਡਣ ਲਈ ਗਏ, ਫਿਰ ਕਿੰਨੇ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਪਿੱਛੇ ਰਹਿ ਗਏ? ਤੁਹਾਡਾ ਜਵਾਬ ਹੋਵੇਗਾ ਕੋਈ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਿਫ਼ਰ ("0") ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹੈ।

ਗਿਣਤੀ ਜਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਭਾਵ 1, 2, 3, 4, 5.......... ਦੇ ਸੰਖਿਆ '0' ਨਾਲ ਇਕੱਠ ਨੂੰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਆਖਦੇ ਹਨ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ W ਨਾਲ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾਂਦੀਆਂ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ W = {0. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 .... }

2.2. ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ (Relation between Natural Numbers and Whole Numbers)

N = {1, 2, 3, 4, 5,6 ,7, 8, 9, 10, 11 .... }

W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... }

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਇਕੱਠ ਵਿੱਚ ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ।

- ਸਾਰੀਆਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
- ਸਾਰੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨਹੀਂ ਹਨ।

(ਕਿਉਂਕਿ '0' ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ)

- ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੈ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 0 ਹੈ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੀ ਨਹੀਂ ਜਾ ਸਕਦੀ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਨਹੀਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜਨ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

2.3 ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅਗੇਤਰ ਅਤੇ ਪਿਛੇਤਰ (Successor and Predecessor of a Whole Number)

ਅਗੇਤਰ (Successor) : ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਉਸ ਵਿੱਚ 1 ਜੋੜ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ 0 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 1 ਹੈ, 1 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 2 ਹੈ, 2 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 3 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ .... ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਪਿਛੇਤਰ (Predecessor) : ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ 1 ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ 2 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 1 ਹੈ, 1 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 0 ਹੈ, ਪਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ 0 ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। '0' ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1. **ਅਗੇਤਰ ਲਿਖੋ:**

(a) **40099** (b) **1000**

ਹੱਲ (a) 40099 ਦਾ ਅਗੇਤਰ $= 40099 + 1$
$= 40100$

(b) 1000 ਦਾ ਅਗੇਤਰ $= 1000 + 1$
$= 1001$

ਉਦਾਹਰਨ 2. **ਪਿਛੇਤਰ ਲਿਖੋ:**

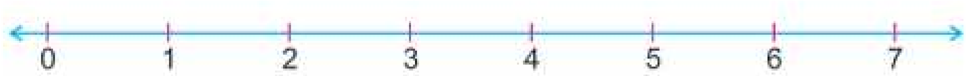
(a) **10000** (b) **20099**

ਹੱਲ (a) 10000 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ $= 10000 - 1$
$= 9999$

(b) 20099 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ $= 20099 - 1$
$= 20098$

2.4 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representation of Whole Numbers on Number Line)

ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ। ਇਸ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਲਓ। ਇਸ ਨੂੰ '0' ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਲਓ। ਉਸ ਨੂੰ 1 ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। 0 ਅਤੇ 1 ਦੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾਏ ਇਨ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ ਨੂੰ **ਇਕਾਈ ਦੂਰੀ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 1 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਅਤੇ 1 ਤੋਂ ਇਕਾਈ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਲਓ ਅਤੇ 2 ਦਾ ਨਾਮ ਦਿਓ। ਇਸ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਇਕਾਈ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ 3, 4, 5 .... ਨਾਲ ਨਾਮ ਦਿਓ।



ਤੁਸੀਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੱਕ ਇਸ ਢੰਗ ਨਾਲ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਇਹ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਹੈ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਵੱਲ ਵੇਖਦਿਆਂ ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

(a) ਸਿਫ਼ਰ ('0') ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਕੋਈ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ('0') ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਸਿਫ਼ਰ ('0') ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ।

(b) ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ ਵੱਡੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $5>3$, $7>6$ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ

(c) ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਜਿਹੜੀ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਦਿੱਤੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $2<3$, $5<7$ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੱਗੇ ਵੀ

ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਖੜ੍ਹਵੇਂ ਰੂਪ (ਲੰਬਕਾਰੀ ਰੂਪ) ਵਿੱਚ ਵੀ ਖਿੱਚਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

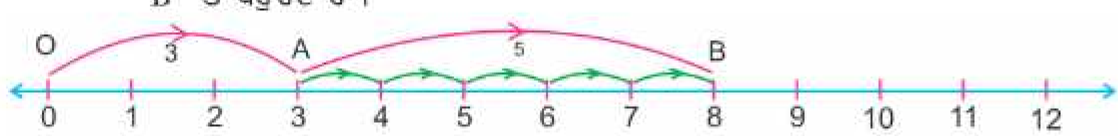
2.4.1 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Whole Numbers on number line)

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ:-

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
2. ਪਹਿਲੀ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
3. ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਕਾਈਆਂ ਚਲੋ।
4. ਪਗ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।
5. ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਤਿੰਨ, ਚਾਰ ਅਤੇ ਪੰਜ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਲੱਭਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 3 **3+5 ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਓ।**

ਹੱਲ - ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ 0 ਤੋਂ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਵੱਲ 3 ਕਦਮ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ A ਨਾਲ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ A ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ, ਅਸੀਂ 5 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਚਲਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ 'B' 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।



OA = 3, AB = 5, OB = 8

ਇਸ ਲਈ, OB = 3 + 5 = 8

2.4.2 ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ (Subtraction of Whole Numbers on a number line)

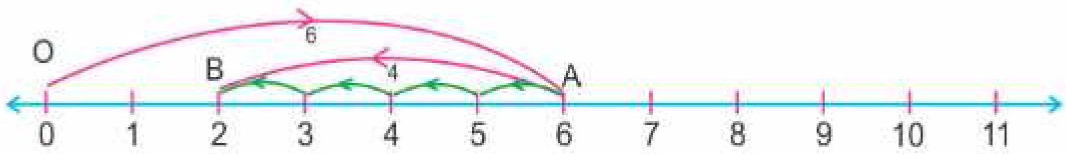
ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ:

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ ਉੱਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
2. ਪਹਿਲੀ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
3. ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਇਕਾਈਆਂ ਹਨ।
4. ਪਗ 3 ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆ, ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਲੋੜੀਂਦੇ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 4 **ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ 6-4 ਨੂੰ ਦਰਸਾਓ।**

ਹੱਲ - ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ।

ਬਿੰਦੂ 0 (ਸਿਫ਼ਰ) ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ, ਅਸੀਂ 6 ਕਦਮ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ A 'ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਹੁਣ A ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ A ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 4 ਕਦਮ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ B 'ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।



OA = 6, AB = 4

ਸਪੱਸ਼ਟ ਤੌਰ ਤੇ OB = 6 – 4 = 2

2.4.3 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Product of Whole Numbers on a number line)

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ:

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
2. 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ ਅਸੀਂ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਚਲਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਮਿਣਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇੱਕ ਛਾਲ (Jump) ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ।
3. ਹੁਣ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਅਨੁਸਾਰ ਉੱਨੀਆਂ ਛਾਲਾਂ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਨਤੀਜੇ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।
4. ਅਖੀਰ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ, ਸੰਖਿਆ ਉਹ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 5 **ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦਿਆਂ 3×4 ਲੱਭੋ।**

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚਦੇ ਹਾਂ।

'0' ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਅਸੀਂ 'A' ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ '0' ਇਕਾਈ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 4 ਇਕਾਈਆਂ ਅੱਗੇ ਵਧਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ 'A' ਨਾਲ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਣ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਮਾਨ ਚਾਲਾਂ ਹੋਰ ਚਲਦੇ ਹਾਂ (ਹਰ ਯੂਨਿਟ ਦੀਆਂ ਕੁੱਲ 3 ਚਾਲਾਂ) ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ 'C' ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ 12 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, $3 \times 4 = 12$

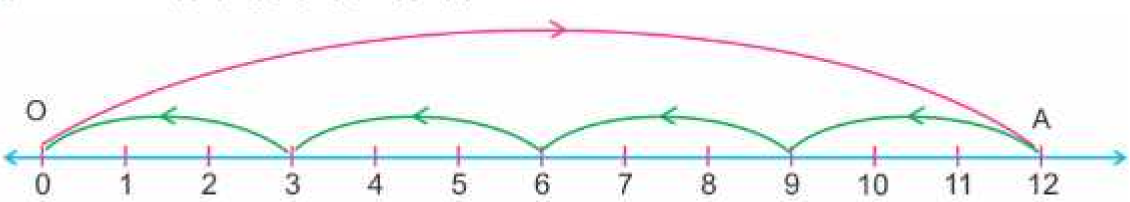
2.4.4 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਵੰਡ (Division on a number line)

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਵੰਡ ਕਰਨ ਲਈ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਪਗਾਂ ਦੀ ਪਾਲਣਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਸ 'ਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅੰਕਿਤ ਕਰੋ।
2. 0 ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ ਅਸੀਂ 0 ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਾਂ।
3. ਹੁਣ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਤੋਂ 0 ਵਾਲੇ ਪਾਸੇ ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਛਾਲਾਂ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ।
4. 0 ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ ਲਗਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਛਾਲਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ ਭਾਗਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 6 **ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ $12 \div 3$ ਲੱਭੋ।**

ਹੱਲ : ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਬਣਾਓ।



ਅਸੀਂ 'A' ਤੇ ਪਹੁੰਚਣ ਲਈ '0' ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਿਆਂ 12 ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ '0' ਦੇ ਸੱਜੇ ਵੱਲ ਚੱਲਦੇ ਹਾਂ ਹੁਣ A ਤੋਂ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਨੂੰ A ਦੇ ਖੱਬੇ ਵੱਲ ਲੈ ਕੇ ਜਾਉ ਜਦ ਤੱਕ ਅਸੀਂ '0' 'ਤੇ ਨਹੀਂ ਪਹੁੰਚ ਜਾਂਦੇ, ਅਸੀਂ ਵੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਥੇ 4 ਚਾਲਾਂ ਹਨ।

ਇਸ ਲਈ $12 \div 3 = 4$

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਉੱਤਰ ਦਿਓ—
   (a) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
   (b) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
   (c) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ '0' ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਲਿਖੋ।
   (d) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ '0' ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਲਿਖੋ।
   (e) ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਲਿਖੋ।
2. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਕਥਨ ਸਹੀ (T) ਅਤੇ ਕਿਹੜੇ ਗਲਤ (F) ਹਨ?
   (a) ਸਿਫ਼ਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   (b) ਸਿਫ਼ਰ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   (c) ਹਰੇਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   (d) ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   (e) ਇੱਕ (1) ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
   (f) ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਿਕ ਸੰਖਿਆ 1 ਦਾ ਕੋਈ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
   (g) ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ 1 ਦਾ ਕੋਈ ਪਿਛੇਤਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
   (h) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ, ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਛੋਟੀ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
   (i) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
   (j) 299 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ 300 ਹੈ।
   (k) 499 ਦਾ ਅਗੇਤਰ 500 ਹੈ।
   (l) ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਕਦੇ ਵੀ ਇੱਕ ਅੰਕ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ।
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਅਗੇਤਰ (Successor) ਲਿਖੋ।
   (a) 100909 (b) 4630999
   (c) 830001 (d) 99999
4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ (Predecessor) ਲਿਖੋ।
   (a) 1000 (b) 208090
   (c) 7654321 (d) 12576
5. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉ।
   2, 0, 3, 5, 7, 11, 15
6. 22 ਅਤੇ 43 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿੰਨੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?
7. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਖਿੱਚੋ।
   (a) $3 + 2$ (b) $4 + 5$ (c) $6 + 2$
   (d) $8 - 3$ (e) $7 - 4$ (f) $7 - 2$

(g) 3×3 (h) 2×5 (i) 3×5

(j) $9 \div 3$ (k) $12 \div 4$ (l) $10 \div 2$

8. < ਜਾਂ > ਢੁਕਵੇਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ-

(a) 25 .... 205 (b) 170 107

(c) 415 ....514 (d) 10001 9999

(e) 2300014 .... 2300041 (f) 99999 888888

2.5 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Whole Numbers)

ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਵੰਡ, ਚਾਰ ਮੂਲ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਆਓ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇਨ੍ਹਾਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਅਧਿਐਨ ਕਰੀਏ।

⇒ ਬੰਦ ਗੁਣ (Closure Property)

- **ਜੋੜ** : ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋੜ ਦੇ ਅਧੀਨ ਬੰਦ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
  ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਵੀ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7 + 5 = 12$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
  $5 + 6 = 11$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
  $0 + 4 = 4$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਇਸ ਲਈ | ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ + ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ = ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ |

- **ਗੁਣਾ** :- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅਧੀਨ ਵੀ ਬੰਦ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਵੀ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7 \times 3 = 21$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
  $4 \times 6 = 24$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।
  $0 \times 3 = 0$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਇਸ ਲਈ | ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ × ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ = ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ |

- **ਘਟਾਓ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਘਟਾਓ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ ਨਹੀ ਹੁੰਦੀਆਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $7 - 9 = -2$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।
  $3 - 7 = -4$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।
  $7 - 4 = 3$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- **ਵੰਡ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਬੰਦ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀਆਂ। ਕਿਉਂਕਿ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $8 \div 4 = 2$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਪਰ $5 \div 7 = \frac{5}{7}$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

  $6 \div 5 = \frac{6}{5}$ ਇੱਕ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਭਾਗ (Division by Zero)

ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਉਸ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਲਗਾਤਾਰ ਘਟਾਉਣਾ।

ਆਉ $8 \div 2$ ਪਤਾ ਕਰੀਏ।

8	6	4	2
–2	–2	–2	–2
6	4	2	0

8 ਵਿਚੋਂ 2 ਨੂੰ ਵਾਰ ਵਾਰ ਘਟਾਓ।
4 ਪੜਾਵਾਂ ਬਾਅਦ ਅਸੀਂ '0' ਤੇ ਪਹੁੰਚ ਗਏ।
$\therefore \quad 8 \div 2 = 4$

ਇਸ ਲਈ $8 \div 2 = 4$

ਆਉ ਹੁਣ $2 \div 0$ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ

2	2	2	2
– 0	– 0	– 0	– 0
2	2	2	2

ਹਰ ਵਾਰ ਸਾਨੂੰ ਦੁਬਾਰਾ 2 ਮਿਲਦਾ ਹੈ।
ਕੀ ਇਹ ਕਦੇ ਰੁਕੇਗਾ?
ਨਹੀਂ
ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ $2 \div 0$ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

$\therefore$ ਇਸ ਲਈ $2 \div 0$ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

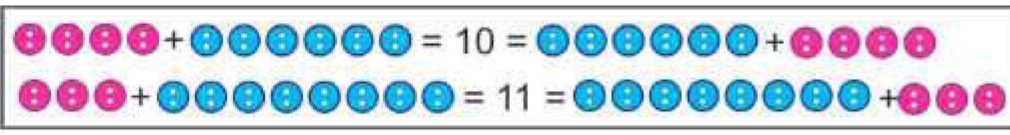
ਨੋਟ - ਸਿਫ਼ਰ ਨਾਲ ਭਾਗ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ ਹੈ।

⇒ **ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property)**

- **ਜੋੜ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਜੋੜਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $a + b = b + a$

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $4 + 6 = 10 = 6 + 4$
  $3 + 8 = 11 = 8 + 3$

ਬਟਨ ਕਿਰਿਆ



- **ਗੁਣਾ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਗੁਣਨਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ $a \times b = b \times a$

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $4 \times 5 = 20 = 5 \times 4$
  $3 \times 6 = 18 = 6 \times 3$

- **ਘਟਾਓ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਉ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਘਟਾਓ ਦੇ ਮਾਮਲੇ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਅਸੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਨੂੰ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ, ਨਤੀਜਾ ਇੱਕ ਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, $a - b \neq b - a$ (ਜਿਥੇ a ਅਤੇ b ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ)

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $10 - 3 = 7$
  $3 - 10 \neq 7$

- **ਵੰਡ**:- ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਭਾਗ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਹੀਂ ਹੈ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $12 \div 4 = 3$
  ਪਰ $4 \div 12 \neq 3$
  $a \div b \neq b \div a$ (a ਅਤੇ b ਦੋ ਵੱਖਰੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, $a \neq 0, b \neq 0$)

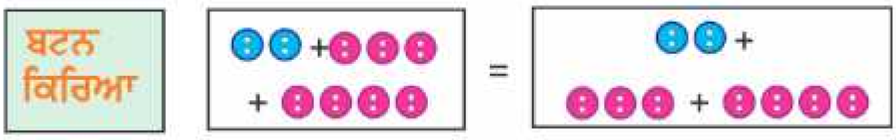
⇒ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (Associativity Property)

- **ਜੋੜ**:- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਰ ਹੈ। ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਸਹਿਚਾਰਤਾ (ਸਹਿਯੋਗੀ) ਹੈ ਜੇ a, b, c ਤਿੰਨ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਦ (a+b) + c = a + (b + c)

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

ਅਤੇ $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$

$\Rightarrow (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$



- ਗੁਣਨਫਲ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਸਹਿਚਰ ਹੈ। ਜੇ a, b, c ਤਿੰਨ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਦ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $(2\times3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

$2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$

ਇਸ ਲਈ $(2\times3) \times 4 = 2\times (3 \times 4)$

- ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਭਾਗ (Subtraction and Division): ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਵੰਡ ਸਹਿਚਰ ਨਹੀਂ ਹਨ। ਜੇ a, b, c, ਤਿੰਨ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਤਾਂ

$(a - b) - c \neq a - (b - c)$

ਅਤੇ $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

⇒ ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਹੋਂਦ (Existence of Identity)

- ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity)

ਜੇਕਰ a ਕੋਈ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ, ਤਾਂ

$a + 0 = a = 0 + a$

ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਦਾ ਜੋੜ ਉਹੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ '0' (ਸਿਫ਼ਰ) ਨੂੰ **ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Multiplicative Identity)

$a \times 1 = a = 1 \times a$

ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ 1 ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਉਹੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ '1' ਨੂੰ **ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਦੇ ਢੁਕਵੇਂ ਨਾ ਹੋਣ ਕਾਰਨ, ਇਹਨਾਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਤਤਸਮਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ।

ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ

Distributive Property of Multiplication over Addition

ਜੇ a, b, c ਤਿੰਨ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ

ਤਦ (i) $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ (ii) $(b + c) \times a = b \times a + c \times a$

ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਗੁਣਾ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਉੱਤੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

Verification (ਪੜਤਾਲ) : ਇਸ ਗੁਣ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਵਿਅੰਜਕ a× (b+c) ਅਤੇ a ×b + a× c ਦਾ ਮੁੱਲ ਲੱਭਦੇ ਹਾਂ।

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ a, b, c	ਵਿਅੰਜਕ a× (b+c)	ਵਿਅੰਜਕ a×b + a×c	ਕੀ a× (b+c) = a×b+a×c ਹੈ ?
2, 3, 5	2 × (3+5) = 2×8 = 16	2×3+2×5 = 6 +10 = 16	ਹਾਂ
3, 7, 15	3 × (7+15) = 3×22 = 66	3 × 7 + 3× 15 = 21 + 45 = 66	ਹਾਂ
0, 4, 9	0×(4+9) = 0× 13 = 0	0 × 4+ 0 × 9 = 0 + 0 = 0	ਹਾਂ

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਅੰਜਕ a × (b+c) ਅਤੇ a×b + a× c ਹਰ ਇੱਕ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

ਘਟਾਓ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ
(Distributive Property of Multiplication over Subtraction

ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਘਟਾਓ ਉੱਤੇ ਵੀ ਵੰਡਕਾਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੂਜੇ ਸ਼ਬਦਾਂ ਵਿੱਚ ਜੇ a, b, c, ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ b > c, ਤਦ

(i) a × (b – c) = a × b – a × c

(ii) (b – c) × a = b ×a – c × a

ਉਦਾਹਰਨ 7: **ਢੁਕਵੇਂ ਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।**

(a) 25 × 4 × 384 **(b) 25 × 9 × 40 × 22637**

ਹੱਲ : (a) 25 × 4 × 384 = (25×4) × 384 = 100 × 384 = 38400

(b) 25 × 9 × 40 × 25637 = (25 × 40) × (9 × 25637)
= 1000 × 230733
= 230733000

ਉਦਾਹਰਨ 8: **ਢੁਕਵੇਂ ਗੁਣ ਵਰਤਦੇ ਹੋਏ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।**

(a) 187 × 107 **(b) 42 × 96**

ਹੱਲ : (a) 187 × 107 = 187 × (100+7)
= 187 × 100 + 187 × 7
= 18700 + 1309
= 20009

ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ

(b) 42 × 96 = 42 × (100–4)
= 42 × 100 – 42 × 4
= 4200 – 168
= 4032

ਘਟਾਓ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ

ਉਦਾਹਰਨ 9 **ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਵਰਤਦੇ ਹੋਏ ਸਰਲ ਕਰੋ।**

(a) $15 \times 32 + 15 \times 68$ **(b) $125 \times 215 - 125 \times 15$**

ਹੱਲ : (a) $15 \times 32 + 15 \times 68 = 15 \times (32 + 68)$

$= 15 \times 100$

$= 1500$

ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਵਰਤਦੇ ਹੋਏ।

(b) $125 \times 215 - 125 \times 15$

$= 125 \times (215 - 15)$

$= 125 \times 200$

$= 25000$

ਘਟਾਓ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਵਰਤਦੇ ਹੋਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 10 **4567 ਨੂੰ 2354 ਦੁਆਰਾ ਅਸਲ ਵੰਡ (ਭਾਗ) (ਲੰਬੀ ਵੰਡ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ) ਰਾਹੀਂ ਵੰਡੋ ਅਤੇ ਭਾਗ ਐਲਗੋਰਿਥਮ (Algorithm) ਨਾਲ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।**

ਹੱਲ :

```
234 ) 4567 ( 19
     -234↓
     ----
      2227
     -2106
     ----
       121
```

ਇੱਥੇ ਭਾਜ (Dividend) = 4567, ਭਾਜਕ (Divisor) = 234

ਭਾਗਫਲ (Quotient) = 19, ਬਾਕੀ (Remainder) = 121

ਜਾਂਚ (ਪੜ੍ਹਤਾਲ) : ਭਾਗ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਰਾਹੀਂ

ਭਾਜ = ਭਾਜਕ × ਭਾਗਫਲ + ਬਾਕੀ

$4567 = (234 \times 19) + 121$

ਜਾਂ $4567 = 4446 + 121$

ਜਾਂ $4567 = 4567$

ਇਹ ਸੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ, ਪੜ੍ਹਤਾਲ ਸਹੀ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 11 : **13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਹੋਣ ਵਾਲੀ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਕਿਹੜੀ ਹੈ?**

ਹੱਲ : ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ = 9999

ਆਓ ਇਸ ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰੀਏ।

```
13 ) 9999 ( 769
    -91↓
    ---
      89
     -78
     ---
      119
     -117
     ----
        2
```

9999 ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਅਸੀਂ ਬਾਕੀ 2 ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਅਸੀਂ 9999 ਵਿੱਚੋਂ 2 ਨੂੰ ਘਟਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਕਿ ਦਿੱਤੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ 13 ਨਾਲ ਪੂਰਾ ਪੂਰਾ ਵੰਡਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

ਇਸ ਲਈ, 9999−2 = 9997 ਚਾਰ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ 13 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. ਢੁਕਵੇਂ ਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) $837 + 208 + 363$ (b) $1962 + 453 + 1538 + 647$
2. ਢੁਕਵੇਂ ਕ੍ਰਮ ਨਾਲ ਪਦਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) $2 \times 1497 \times 50$ (b) $4 \times 263 \times 25$
   (c) $8 \times 163 \times 125$ (d) $963 \times 16 \times 25$
   (e) $5 \times 171 \times 60$ (f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
   (g) $30921 \times 25 \times 40 \times 2$ (h) $4 \times 2 \times 1932 \times 125$
   (i) $5462 \times 25 \times 4 \times 2$
3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive Property) ਨਾਲ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) $(649\times8) + (649\times2)$ (b) $(6524 \times 69) + (6524 \times 31)$
   (c) $(2986\times35)+(2986\times65)$ (d) $(6001 \times 172) - (6001 \times72)$
4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) $493 \times 8 + 493 \times 2$ (b) $24579 \times 93 + 7 \times 24579$
   (c) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25\times 218$
   (d) $3297 \times 999 + 3297$
5. ਢੁਕਵੇਂ ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਾਲ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
   (a) 738×103 (b) 854×102 (c) 258×1008
   (d) 736×93 (e) 816×745 (f) 2032×613
6. ਕਿਸੇ ਟੈਕਸੀ ਡਰਾਈਵਰ ਨੇ ਆਪਣੀ ਗੱਡੀ ਦੀ ਪੈਟਰੋਲ ਟੈਂਕੀ ਵਿੱਚ ਸੋਮਵਾਰ ਨੂੰ 40 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਭਰਵਾਇਆ। ਅਗਲੇ ਦਿਨ, ਉਸਨੇ ਟੈਂਕੀ ਵਿੱਚ 50 ਲਿਟਰ ਪੈਟਰੋਲ ਭਰਵਾਇਆ। ਜੇਕਰ ਪੈਟਰੋਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹78 ਪ੍ਰਤੀ ਲਿਟਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਪੈਟਰੋਲ ਉੱਤੇ ਕੁੱਲ ਕਿੰਨਾ ਖਰਚ ਕੀਤਾ?
7. ਇੱਕ ਦੁੱਧਵਾਲਾ (ਦੋਧੀ), ਇੱਕ ਹੋਟਲ ਨੂੰ ਸਵੇਰੇ 32 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਦਿੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸ਼ਾਮ ਨੂੰ 68 ਲਿਟਰ ਦੁੱਧ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੁੱਧ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹35 ਪ੍ਰਤੀ ਲਿਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਦੁੱਧ ਵਾਲੇ ਨੂੰ ਹਰ ਰੋਜ਼ ਕਿੰਨੀ ਰਾਸ਼ੀ ਮਿਲਦੀ ਹੈ?
8. ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $0\times0=0$। ਕੀ ਅਜਿਹੀ ਕੋਈ ਹੋਰ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਜੋ ਆਪਣੇ ਆਪ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਹੋਣ 'ਤੇ ਗੁਣਨਫਲ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕਰ ਦਿੰਦੀ ਹੈ? ਸੰਖਿਆ ਲੱਭੋ।
9. ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ—
   (a) 15×0 = ... (b) $15 + 0$ = ...
   (c) $15 - 0$ = ... (d) $15 \div 0$ = ...
   (e) 0×15 = ... (f) $0 + 15$ = ...
   (g) $0 \div 15$ = ... (h) 15×1 = ...
   (i) $15 \div 1$ = ... (j) $1 \div 1$ = ...
10. ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ, ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਸਿੱਟਾ ਕੱਢਦੇ ਹੋ? ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਨਾਲ ਸਮਝਾਓ।

11. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮਿਲਾਣ ਕਰੋ :

(i)	$537 \times 106 = 537 \times 100 + 537 \times 6$	(a) ਗੁਣਾ ਅਧੀਨ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ
(ii)	$4 \times 47 \times 25 = 4 \times 25 \times 47$	(b) ਜੋੜ ਅਧੀਨ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ
(iii)	$70 + 1923 + 30 = 70 + 30 + 1923$	(c) ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਗੁਣਾ ਦੀ ਵੰਡਕਾਰੀ

2.6 ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਨਮੂਨੇ (Patterns in Whole Numbers)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨਾਲ ਬਣੀਆਂ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਰੇਖਾ, ਆਇਤ, ਵਰਗ, ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਆਦਿ ਵਿੱਚ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਤਰਤੀਬ ਬੱਧ ਕਰਨ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ। ਹਰੇਕ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਇਹਨਾਂ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਇੱਕ ਆਕ੍ਰਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

2.6.1 ਰੇਖਾ ਖੰਡਾਂ ਰਾਹੀਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representing Whole Numbers by line segments)

ਜੇ '•' 1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਦ 2, 3, 4, 5 .... ਰੇਖਾਖੰਡਾਂ ਦੁਆਰਾ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਢੰਗ ਨਾਲ ਦਰਸਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

ਸੰਖਿਆ 2 •——• ਨੂੰ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ

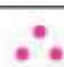
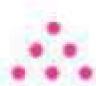
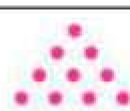
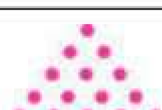
ਸੰਖਿਆ 3 •——•——• ਨੂੰ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ

ਸੰਖਿਆ 4 •——•——•——• ਨੂੰ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ

ਆਦਿ

2.6.2 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Triangular Numbers)

ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਅਜਿਹੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। 1, 3, 6, 10, 15 ਕੁੱਝ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਉ, '•' 1 ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹੇਠਲੀ ਸਾਰਣੀ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ।

Triangular Numbers ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ	Representation ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ	Pattern ਨਮੂਨੇ
1	•	ਪਹਿਲੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ = $\frac{1\times2}{2}=1$
3		ਦੂਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ = $\frac{2\times3}{2} = 3$
6		ਤੀਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ = $\frac{3\times4}{2} = 6$
10		ਚੌਥੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ = $\frac{4\times5}{2} = 10$
15		ਪੰਜਵੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ = $\frac{5\times6}{2} = 15$

ਸੰਖਿਆ 1 ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਅਤੇ ਵਰਗ ਸੰਖਿਆ ਦੋਵੇਂ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰਣੀ ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ ਕੋਈ ਵੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

nਵੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ $= \dfrac{n \times (n+1)}{2}$

2.6.3 ਵਰਗਾਂ ਅਤੇ ਆਇਤਾਂ ਦੁਆਰਾ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣਾ (Representing Whole Numbers by Squares and Rectangles)

ਕੁੱਝ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਰਗਾਂ ਜਾਂ ਆਇਤਾਂ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਹੈ :

ਵਰਗ ਸੰਖਿਆ	ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ	ਆਇਤਾਕਾਰ ਸੰਖਿਆ	ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਨ
1	●	6	● ● ● ● ● ●
4	● ● ● ●	8	● ● ● ● ● ● ● ●
9	● ● ● ● ● ● ● ● ●	10	● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

ਹੁਣ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਸੰਖਿਆ/ਗਿਣਤੀ	ਰੇਖਾ	ਆਇਤ	ਵਰਗ	ਤ੍ਰਿਭੁਜ
2	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਨਹੀਂ	ਨਹੀਂ
3	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ
4	ਹਾਂ	ਹਾਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
5	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਨਹੀਂ	ਨਹੀਂ
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

2.7 ਨਮੂਨਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰੇਖਣ (Patterns Observations)

ਨਮੂਨਿਆਂ ਦੇ ਪ੍ਰੇਖਣ, ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰਨ ਲਈ ਤੁਹਾਡੀ ਸਹਾਇਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਦਾ ਧਿਆਨ ਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ। ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ :

(a) $237 + 9 = 237 + 10 - 1 = 247 - 1 = 246$

(b) $237 - 9 = 237 - 10 + 1 = 227 + 1 = 228$

(c) $237 + 99 = 237 + 100 - 1 = 337 - 1 = 336$

(d) $237 - 99 = 237 - 100 + 1 = 137 + 1 = 138$

ਕੀ ਇਹ ਨਮੂਨਾ ਤੁਹਾਨੂੰ 9, 99, 999 .... ਵਰਗੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਓ ਵਿੱਚ ਮਦਦ ਕਰਦਾ ਹੈ?

ਇਹ ਇੱਕ ਹੋਰ ਨਮੂਨਾ ਹੈ

(a) $84 \times 9 = 84 \times (10-1) = ?$

(b) $84 \times 99 = 84 \times (100-1) = ?$

(c) $84 \times 999 = 84 \times (1000-1) = ?$

ਕੀ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਨਮੂਨਾ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ 9, 99, 999........ ਨਾਲ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦਾ ਸੌਖਾ ਢੰਗ ਸੁਝਾਉਂਦਾ ਹੈ?

ਅਜਿਹੇ ਸੌਖੇ ਢੰਗ (Shortcut) ਸਾਨੂੰ ਜ਼ੁਬਾਨੀ ਸਵਾਲ ਕਰਨ ਯੋਗ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਨ।

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਪੈਟਰਨ 5 ਜਾਂ 25 ਜਾਂ 125 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੇ ਤਰੀਕੇ (ਢੰਗ) ਦਾ ਸੁਝਾਅ ਦਿੰਦਾ ਹੈ।

(a) $96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$

(b) $96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$

(c) $96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000$

ਅਭਿਆਸ 2.3

1. ਜੇਕਰ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ ਤਾਂ ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣਗੇ? ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਸਹਿਤ ਦਰਸਾਉ।
2. ਜੇਕਰ ਦੋ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ 1 ਹੈ, ਕੀ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹਨਾਂ ਦੋਹਾਂ ਵਿਚੋਂ 1 ਜਾਂ ਦੋਵੇਂ 1 ਹੋਣਗੇ। ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਸਹਿਤ ਦਰਸਾਉ।
3. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਨਮੂਨੇ ਨੂੰ ਵੇਖੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ।

1×1	=	1
11×11	=	121
111×111	=	12321
1111×1111	=	....
11111×11111	=	....

4. ਨਮੂਨੇ ਦਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਕਰੋ ਅਤੇ ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ।

1 × 9	+ 1	=	10
12 × 9	+ 2	=	110
123 × 9	+ 3	=	1110
1234 × 9	+ 4	=	11110
12345 × 9	+ 5	=	....
123456 × 9	+ 6	=	....

5. ਸੰਖਿਆਵਾਂ 24 ਤੋਂ 30 ਤੱਕ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਆਇਤਾਕਾਰ, ਵਰਗ ਜਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਕਾਰ ਨਮੂਨਿਆਂ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਉ।

6.
$$1 = 1 \times 1 = 1$$
$$1+3 = 2 \times 2 = 4$$
$$1+3+5 = 3 \times 3 = 9$$
$$1+3+5+7 = 4 \times 4 = 16$$

ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਨਮੂਨੇ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰੋ ਅਤੇ

(a) ਪਹਿਲੀਆਂ 12 ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(b) ਪਹਿਲੀਆਂ 50 ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੈ :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

2. ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਪ੍ਰਾਕ੍ਰਿਤਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

3. 38899 ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੈ :

(a) 39000 (b) 38900 (c) 39900 (d) 38800

4. 24100 ਦਾ ਪਿਛੇਤਰ ਹੈ :

(a) 24999 (b) 24009 (c) 24199 (d) 24099

5. ਕਥਨ 4+3 = 3+4 ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ :

(a) ਬੰਦ ਗੁਣ (b) ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ

(c) ਜੋੜ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (d) ਤਤਸਮਕ ਗੁਣ

6. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity) ਹੈ?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

7. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Multiplicative Identity) ਹੈ ?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

8. $15 \times 32 + 15 \times 68 =$

(a) 1400 (b) 1600 (c) 1700 (d) 1500

9. 13 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਣ ਵਾਲੀ 4 ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਹੈ :

(a) 9997 (b) 9999 (c) 9995 (d) 9991

10. ਤਿੰਨ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਵੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਅਗੇਤਰ ਹੈ :

(a) 100 (b) 998 (c) 1001 (d) 1000

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ/ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ/ਗੁਣਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖ ਗਏ ਹਨ।
- ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਜਿਮਾਇਤੀ ਨਮੂਨੇ ਬਣਾਉਣਾ ਸਿੱਖ ਗਏ ਹਨ।

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 2.1

1. (a) 0 (b) 1 (c) 1 (d) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ (e) ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ

2. (a) F (b) T (c) F (d) T (e) F
(f) T (g) F (h) T (i) F (j) F
(k) T (l) F

3. (a) 100910 (b) 4631000 (c) 830002 (d) 100000

4. (a) 999 (b) 208089 (c) 7654320 (d) 12575

6. 20

8. (a) < (b) > (c) < (d) > (e) <
(f) >

ਅਭਿਆਸ 2.2

1. (a) 1408 (b) 4600

2. (a) 149700 (b) 26300 (c) 163000
(d) 385200 (e) 51300 (f) 1000000
(g) 61842000 (h) 1932000 (i) 1092400

3. (a) 6490 (b) 652400 (c) 298600
(d) 600100

4. (a) 4930 (b) 2457900 (c) 19225000
(d) 3297000

5. (a) 76014 (b) 87108 (c) 260064
(d) 68448 (e) 607920 (f) 1245616

6. ₹ 7020

7. ₹ 3500

9. (a) 0 (b) 15 (c) 15 (d) ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਨਹੀਂ (e) 0

(f) 15 (g) 0 (h) 15 (i) 15 (j) 1

11. (i) $\longleftrightarrow$ (c)

(ii) $\longleftrightarrow$ (a)

(iii) $\longleftrightarrow$ (b)

ਅਭਿਆਸ 2.3

3. $1111 \times 1111 = 1234321$

$11111 \times 11111 = 123454321$

4. $12345 \times 9 + 5 = 111110$

$123456 \times 9 + 6 = 1111110$

5. 28

6. (a) $12 \times 12 = 144$ (b) $50 \times 50 = 2500$

ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

1. (a) **2.** (b) **3.** (b) **4.** (d) **5.** (c)

6. (a) **7.** (b) **8.** (d) **9.** (a) **10.** (d)