अध्याय 1

सम्बन्ध एवं फलन

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए -

(i) यदि समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $\mathrm{R} = (1,1),(2,2),(3,3)\ (1,2)\ (2,3)$ द्वारा प्रदत्त संबंध है :

(a) केवल सममित (b) केवल स्वतुल्य (b) केवल संक्रामक (c) एक तुल्यता संबंध

(ii) यदि फलन $f: R \to R$ जो $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित है तोः

(a) एकैकी आच्छादक है। (b) एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

(c) आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं (d) एकैकी आच्छादक दोनो नहीं है।

(iii) यदि फलन $f: N \to N$ जो $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित है तो :

(a) एकैकी आच्छादक है। (b) एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

(c) आच्छादक है किन्तु एकैकी नहीं (d) एकैकी आच्छादक दोनो नहीं है।

(iv) यदि समुच्चय $\{1,2,3,4\}$ में $R = \{(1,2),(2,2),(1,1),(4,4),(1,3),(3,3),(2,1),(3,1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध है तोः

(a) स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रमक नहीं है।

(b) स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।

(c) सममित तथा संक्रमक है किंतु स्वतुल्य नहीं है।

(d) एक तुल्यता संबंध है।

(v) यदि समुच्चय $\{1,2,3,4\}$ में $R = \{(1,2),(2,2),(1,1),(4,4),(1,3),(3,3),(2,1),(3,1)\}$द्वारा प्रदत्त संबंध है तोः

(a) स्वतुल्य तथा सममित है किन्तु संक्रमक नहीं है।

(b) स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।

(c) सममित तथा संक्रमक है किंतु स्वतुल्य नहीं है।

(d) एक तुल्यता संबंध है।

(vi) यदि $A = \{1,2,3,4\}$ हो निम्न में से कौन सा तुल्यता संबंध नही हैः

$(a)\ \{(1,2),(2,2),(3,3)\}$ $(b)\ \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$

$(c)\ \{(1,1),(2,2),(3,3),(2,3),(3,2)\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

(vii) माना समुच्चय N में $R = \{(a,b): a = b-2,\ b > 6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध है तब निम्न मे से सही उत्तर चुनिएः

$(a)\ (2,4) \in R$ $(b)\ (3,8) \in R$ $(c)\ (6,8) \in R$ $(d)\ (8,7) \in R$

(viii) यदि फलन f किसी समुच्चय A से A पर परिभाषित है तब f व्युत्क्रमणीय फलन होगा जब फलन अनिवार्यत होः

(a) एकैकी (b) आच्छादक (c) एकैकी एवं आच्छादक (d) इनमें से कोई नहीं

(ix) माना R रेखाओं के समुच्चय L पर संबंध ${}_{l_1}R_{l_2} =$ 'रेखा l_1 रेखा l_2 पर लंबवत है' द्वारा परिभाषित है तो R किस प्रकार का संबंध हैः

(a) स्वतुल्य एवं सममित (b) सममित एवं संक्रामक (c) तुल्यता संबंध (d) सममित संबंध

(x) दिए गए समुच्चय $A = \{a, b, c\}$ के लिए एक तत्समक संबंध होगाः

$(a)\ R = \{(a,\ b), (a, c)\}$ $(b)\ R = \{(a, a), (b, b)\ (c, c)\}$

$(c)\ R = \{(a,\ a), (b, b)\ (c, c)(a, c)\}$ $(d)\ R = \{(c,\ a), (b, a)\ (a, a)\}$

(xi) माना $f: R \to R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है तोः

(a) f एकैकी आच्छादक है। (b) f बहुएक आच्छादक नहीं है।

(c) f एकैकी पर आच्छादक नहीं (d) f न एकैकी है और न आच्छादक।

(xii) माना $f: N \to N$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = 3x$ जहाँ $x \in N$ तब f होगाः

(a) आच्छादक (b) प्रतिलोम (c) एकैकी (d) इनमें से कोई नहीं

(xiii) यदि $F: R \to R$ जहाँ $F(x) = 5x - 7$ $x \in R$ तब $f(7)$ का मान होगा :

(a) 0 (b) 28 (c) 14 (d) 35

(xiv) माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 8, 10, 11\}$ और R समुच्चय A पर परिभाषित संबंध इस प्रकार है कि $R = \{(a, b): a - b = 4\}$ तब संबंध R होगा।

(a) रिक्त संबंध (b) स्वतुल्य संबंध (c) सममित संबंध (d) तुल्यता संबंध

(xv) माना R एक सम्बंध Z पर इस प्रकार परिभाषित है कि $aRb \Rightarrow a \geq b$ तब R होगा

(a) सममित संक्रामक किन्तु स्वतुल्य नहीं। (b) स्वतुल्य सममित किन्तु संक्रामक नहीं।

(c) स्वतुल्य और संक्रामक किन्तु सममित नहीं। (d) एक तुल्यता संबंध

(xvi) माना $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4, 6,9\}$ और संबंध A से B पर इस प्रकार परिभाषित है कि x बड़ा है y से तब R का परिसर क्या होगा

(a) $\{1, 4, 6,9\}$ (b) $\{4, 6,9\}$ (c) $\{1\}$ (d) इनमें से कोई नहीं

(xvii) यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ पर संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि $xRy \Rightarrow y = 3x$ तब R बराबर है।

(a) $\{(3\ ,1)(6,2)(8, 2)(9,3)\}$ (b) $\{(3\ ,1)(6,2)(9,3)\}$

(c) $\{(1, 3)(2,6)(3, 9)\}$ (d) इनमें से कोई नही

(xviii) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो अवयव $(1, 2)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है-

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(xix) X में प्रतिबंध R, $(a, b) \in R$ तथा $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ जहाँ $a, b, c \in X$ को संतुष्ट करने वाला सम्बंध R

(a) सममित सम्बंध है। (b) स्वतुल्य सम्बंध है।

(c) संक्रामक सम्बंध है। (d) रिक्त सम्बंध है।

(xx) प्रदत्त सम्बंध R रिक्त सम्बंध हेागा यदि -

$(a)\ R = \phi \subset x \times x$ $(b)\ R \neq \phi \subset x \times x$ $(c)\ R \subset x \times x$ $(d)\ R = \not\subset x \times x$

(xxi) $f: A \to B$ एक आच्छादक फलन होगा यदि -

$(a)\ f(A) \subset B$ $(b)\ f(A) \supset B$

$(c)\ f(A) = B$ $(d)\ f(A) \neq B$

(xxii) मान लीजिये कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \to R$ है तब :

(a) एकैकी आच्छादक (b) बहुएक आच्छादक है।

(c) एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं (d)न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

(xxiii) यदि $n(A) = 3$ तथा $n(B) = 2$ तो $n(A \times B) =$

(a) 6 (b) 2 (c) 4 (d) 3

(xxiv) X में सम्बंध R जो स्वतुल्य सममित तथा संक्रामक है वह सम्बंध कहलाता है -

(a) तुल्यता सम्बंध (b) सार्वत्रिक सम्बंध

(c) रिक्त सम्बंध (d) सममित सम्बंध

प्रश्न 2. रिक्त स्थानो की पूर्ति कीजिए :

(i) समुच्चय A पर परिभाषित कोई संबंध R स्वतुल्य सममित तथा संक्रामक है तो R एक ------ कहलाता है।

(ii) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $\{(1,4)(2,5)(3,6)\}$ A से B पर एक फलन है तो f एक---- ----फलन है।

(iii) X में प्रतिबंध R, $(a, b) \in R$ तथा $(b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R$ जहाँ $a, b, c \in X$ को संतुष्ट करने वाला सम्बंध R .....सम्बंध है।

(iv) X में इस प्रकार का सम्बंध R जो प्रतिबंध $(a, b) \epsilon R$ का तात्पर्य है कि $(b, a) \epsilon R$ को संतुष्ट करता है A ..... सम्बंध है।

(v) X में ऐसा सम्बंध है कि फॉर ऑल $a \epsilon x$ $(a, a) \epsilon R$ ..... सम्बंध है।

(vi) X में $R = X \times X$ द्वारा प्रदत्त सम्बंध R ..... सम्बंध है।

(vii)एक फलन $f: X \to Y$ एकैकी फलन है यदि $f(x_1) = f(x_2)$ तब सभी x_1 $x_2 \in x$ के लिए $x_1 =$ .....

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखो :

(i) यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो तो ऐसे संबंध जिनमे अवयव $(1,2)$ तथा $(1,3)$ हो और जो स्वतुल्य तथा सममित है किंतु संक्रामक नहीं है की संख्या 1 है

(ii) यदि R_1तथा R_2 समुच्चय A मे तुल्यता संबंध है तो $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता संबंध होगा

(iii) यदि $f: X \to Y$ एक फलन है X में $R = \{(a, b): f(a) = f(b)\}$ द्वारा प्रदत्त एक संबंध है तो R एक तुल्यता संबंध नहीं है।

(iv) $f: X \to Y$ एक आच्छादक फलन है यदि और केवल यदि f का परिसर $= Y$

(v) $f: X \to Y$ एकैकी कहलाता है यदि x_1 $x_2 \in$ के लिए $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$

प्रश्न क्रमांक -

4. सिद्ध कीजिए कि R में $R = \{(a,b): a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित संबंध स्वतुल्य तथा संक्रामक है।
5. यदि $n \in N$ के लिए $f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & ; \text{यदि n विषम है} \\ \frac{n}{2} & ; \text{ यदि n सम है} \end{cases}$ द्वारा परिभाषित एक फलन $f: N \to N$ है तो दिखाइए कि f एकैकी आच्छादक है।
6. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1,2,3,4,5,6\}$ में $R = \{(a,b): b = a+1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है।
7. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के समुच्चय $R = (a,b)$ 'संख्या $2, (a-b)$ को विभाजित करती है' द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।
8. यदि फलन $f: N \to N$; $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त फलन की एकैकी तथा आच्छादी गुणों की जाँच कीजिए।
9. यदि $A = \{1,2,3,\}$ $B = \{4,5,6,7\}$ तथा $f = \{(1,4)\ (2,5)\ (3,6)\}$ A से B पर एक फलन है तो दिखाएइ कि f एकैकी है।
10. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R = \{(1,2)\ (2,1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है।
11. सिद्ध कीजिए कि $f(1) = f(2) = 1$ तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: N \to N$ आच्छादक तो है किन्तु एकैकी नहीं है।
12. सिद्ध कीजिए कि किसी कॉलेज के पुस्कालय की समस्त पुस्तकों के समुच्चय A में $R = \{(x,y) : x$ तथा y में पेजों की संख्या समान है$\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है |
13. सिद्ध कीजिए कि $A = \{1,2,3,4,5\}$ में , $R = \{(a,b) : |a-b|$ सम है$\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है | प्रमाणित कीजिए कि $\{1,3,5\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से सम्बंधित हैं और $\{2,4\}$ के सभी अवयव एक दूसरे से सम्बंधित हैं परन्तु $\{1,3,5\}$ का कोई भी अवयव के किसी भी अवयव से सम्बंधित नहीं है |
14. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R* \to R*$ जहाँ $R*$ सभी ऋणेत्तर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है | यदि प्रान्त $R*$ को N से बदल दिया जाए, जबकि सहप्रांत पूर्ववत $R*$ ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा ?
15. सिद्ध कीजिए कि समस्त बहुभुजों समुच्चय A में , $R = \{(p_1, p_2) : p_1$ तथा p_2 की भुजाओं की संख्या समान है $\}$ प्रकार से परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है | 3,4, और 5 लम्बाई की भुजाओं वाले समकोण त्रिभुज से सम्बंधित समुच्चय A के सभी अवयवों का समुच्चय ज्ञात कीजिए |

अध्याय 2

प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए -

(i) यदि $sin^{-1}\frac{1}{x} = y$ तब

$(a)\ 0 \le y \le \pi \quad (b)\ -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2} (c)\ 0 < y < \pi\ (d)\ \ -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(ii) $sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right)$

$(a)\ 2sin^{-1}x \quad (b)\ 2cos^{-1}x \quad (c)\ sin^{-1}2x \quad (d)\ \ tan^{-1}2x$

(iii) $tan^{-1}\sqrt{3} - sec^{-1}(-2) =$

$(a)\ \pi \qquad (b)\ -\frac{\pi}{3} \qquad (c)\ \frac{\pi}{3} \qquad (d)\ \ \frac{2\pi}{3}$

(iv) $sin\left(\frac{\pi}{3} - sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) =$

$(a)\ \frac{1}{2} \qquad (b)\ \frac{1}{3} \qquad (c)\ \frac{1}{4} \qquad (d)\ \ 1$

(v) $tan^{-1}\sqrt{3} - cot^{-1}\left(-\sqrt{3}\right) =$

$(a)\ \pi \qquad (b)\ -\frac{\pi}{2} \qquad (c)\ 0 \qquad (d)\ \ 2\sqrt{3}$

(vi) $sin(tan^{-1}x), |x| < 1 =$

$(a)\ \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (b)\ \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (c)\ \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \qquad (d)\ \ \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(vii) $sin^{-1}\,(1-x) - 2sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, तब $x =$

$(a)\ 0, \frac{1}{2} \qquad (b)\ 1, \frac{1}{2} \qquad (c)\ 0 \qquad (d)\ \ \frac{1}{2}$

(viii) $tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) - tan^{-1}\,\frac{x-y}{x+y} =$

$(a)\ \frac{\pi}{2} \qquad (b)\ \frac{\pi}{3} \qquad (c)\ \frac{\pi}{4} \qquad (d)\ \ \frac{-3\pi}{4}$

(ix) $sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}})$ का मुख्य मान होता है :

$(a)\ \frac{\pi}{6} \qquad (b)\ \frac{\pi}{2} \qquad (c)\ \frac{\pi}{4} \qquad (d)\ \frac{\pi}{3}$

(x) $cot^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{3}})$ का मुख्य मान होता है :

$(a)\ \frac{2\pi}{3} \qquad (b)\ \frac{\pi}{3} \qquad (c)\ \frac{5\pi}{3} \qquad (d)\ \frac{\pi}{4}$

(xi) $tan^{-1}(-1)$ का मुख्य मान है :

$(a)\ \frac{\pi}{4} \qquad (b)\ -\frac{\pi}{4} (c)\ \frac{\pi}{2} \qquad (d)\ \frac{-\pi}{2}$

(xii) $tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ बराबर है :

$(a)\ \ sin^{-1}x \qquad (b)\ cos^{-1}x \qquad (c)\ sec^{-1}x \qquad (d)\ cot^{-1}x$

(xiii) $sin^{-1}(-x)$ का मुख्य मान होता है :

$(a)\ \ sin^{-1}x \qquad (b)\ -sin^{-1}x \quad (c)\ cos^{-1}x \qquad (d)\ -cos^{-1}x$

(xiv) $tan^{-1}x + tan^{-1}y =$

$(a)\ tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy} \qquad (b)\ tan^{-1}\frac{x+y}{1+xy} \qquad (c)\ tan^{-1}\frac{x-y}{1-xy} \quad (d)\ tan^{-1}\frac{1-xy}{x+y}$

(xv) $sin^{-1}x + cos^{-1}x =$

$(a)\ \frac{\pi}{4} \qquad (b)\ \frac{\pi}{2} \qquad (c)\ \frac{\pi}{3} \qquad (d)\ \frac{\pi}{6}$

(xvi) $2tan^{-1}x$ बराबर है :

(a) $tan^{-1}(\frac{2x}{1-x^2})$ (b) $tan^{-1}(\frac{2x}{1+x^2})$

(c) $-tan^{-1}(\frac{2x}{1-x^2})$ (d) $\frac{1}{2}tan^{-1}x$

(xvii) $cos^{-1}(-\frac{1}{2})$ का मान होता है :

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{2\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(xviii) $cot^{-1}x$ की मुख्य शाखा का परिसर होता है :

$((a))(0, \pi)$ (b) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (c) $[0, \pi]$ (d) $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$

(xix) $tan^{-1}x$ की मुख्य शाखा का परिसर होता है :

(a) $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (c) $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$ (d) $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$

(xx) $sin^{-1}x$ का प्रांत है :

(a) [-1, 1] (b) (1,-1) (c) (1, 7) (d) (1, 1)

(xxi) $cos\left(cos^{-1}\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$ का मान होता है :

(a) $\frac{7\pi}{6}$ (c) $(\frac{5\pi}{6})$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(xxii) $tan^{-1}\left(tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ का मान होता है :

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $-\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(xxiii) $sin^{-1}(sin\frac{3\pi}{5})$ का मान है :

(a) $\frac{2\pi}{5}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(xxiv) $sin^{-1}(1-x) - 2sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ हो तो x का मान बराबर है :

(a) $0, \frac{1}{2}$ (b) $1, \frac{1}{2}$ (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(xxv) $cos^{-1}x$ का प्रांत है :

(a) (-1, 1) (b) [-1,1] (c) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (d) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

प्रश्न 2. रिक्त स्थानो की पूर्ति कीजिए:

i. $cos^{-1}x$ का प्रांत ——— है।

ii. $tan^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा ———— है।

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखो

i. $cos^{-1}x$ का प्रांत $R-(-1,1)$ है।

ii. $sec^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ है।

प्रश्न 3. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिये :

i. $cot^{-1}x$ का प्रांत लिखिये

ii. $cosec^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा लिखिये।

iii. $\cos(sec^{-1}x + cosec^{-1}x)$, $|x| \geq 1$ का मान लिखिये

iv. $\cot(tan^{-1}a + cot^{-1}a)$ का मान लिखिये।

प्रश्न 1. $sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2. $tan^{-1}(1)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. $cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. $sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. $tan^{-1}(1) + cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 6. $cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. दर्शाइए कि – $sin^{-1}x + cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, $x \in (-1, 1)$

प्रश्न 8. $cot^{-1}(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}})$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 9. मान ज्ञात कीजिए : $tan^{-1}(tan\frac{7\pi}{6})$

प्रश्न 10. $tan^{-1}[2\cos(2sin^{-1}\frac{1}{2})$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11. दर्शाइए कि – $sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2sin^{-1}x$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

प्रश्न 12. दर्शाइए कि – $sin^{-1}\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} = 2tan^{-1}x$, $|x| \leq 1$

प्रश्न 13. सिद्ध कीजिये कि – $3sin^{-1}x = sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

प्रश्न 14. सिद्ध कीजिये कि – $2sin^{-1}\frac{3}{5} = tan^{-1}\frac{24}{7}$

प्रश्न 15. सिद्ध कीजिये कि – $cos^{-1}\frac{4}{5} + cos^{-1}\frac{12}{13} = cos^{-1}\frac{33}{65}$

प्रश्न 16. $tan^{-1}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$, $x \neq 0$ का सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 17. सिद्ध कीजिये कि – $tan^{-1}\frac{2}{11} + tan^{-1}\frac{7}{24} = tan^{-1}\frac{1}{2}$

प्रश्न 18. दर्शाइए कि $sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2sin^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

प्रश्न 19. दर्शाइए कि $sin^{-1}\left(2x\sqrt{1-x^2}\right) = 2cos^{-1}x$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$

प्रश्न 20. सिद्ध कीजिये कि $tan^{-1}x + tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2} = tan^{-1}\left(\frac{3x-x^3}{1-3x^2}\right)$, $|x| < \frac{1}{\sqrt{3}}$

प्रश्न 21. सिद्ध कीजिये कि $3sin^{-1}x = sin^{-1}(3x - 4x^3)$, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

प्रश्न 22. सिद्ध कीजिये कि $3cos^{-1}x = cos^{-1}(4x^3 - 3x)\,, x \in \left[\frac{1}{2}\,, 1\right]$

प्रश्न 23. सिद्ध कीजिये कि $tan^{-1}\sqrt{x} = \frac{1}{2}cos^{-1}\left[\frac{1-x}{1+x}\right]\,, x \in [0,1]$

प्रश्न 24. सिद्ध कीजिये कि $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x}\,-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}cos^{-1}x\,, -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1.$

प्रश्न 25. $cot^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\,, |x| > 1$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 26. $tan^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right]\,, |x| > 1$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 27. $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}\,-1}{x}\right]\,, x \neq 0$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 28. $tan^{-1}\left[\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}\right]\,, |x| < 1$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 29. $tan^{-1}\left[\frac{3a^2x-x^2}{a^3-3ax^2}\right]\,,\ a > 0\,, \frac{-a}{\sqrt{3}} \leq x \leq \frac{a}{\sqrt{3}}$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 30. $tan^{-1}\left[\frac{cosx}{1-sinx}\right]\,,\ \frac{-\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 31. $tan^{-1}\left[\sqrt{\frac{1-cosx}{1+cosx}}\right]\,,\ x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 32. $tan^{-1}\left[\frac{cosx-sinx}{cosx+sinx}\right]\,,\ o < x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 33. सिद्ध कीजिये – $tan^{-1}\frac{1}{2} + tan^{-1}\frac{2}{11} = tan^{-1}\frac{3}{4}$

प्रश्न 34. $tan^{-1}2x + tan^{-1}3x = \frac{\pi}{4}$ को सरल कीजिये।

प्रश्न 35. दर्शाइए कि $sin^{-1}\frac{3}{5} - sin^{-1}\frac{8}{17} = cos^{-1}\frac{84}{85}$

प्रश्न 36. सिद्ध कीजिये $sin^{-1}\frac{8}{17} + sin^{-1}\frac{3}{5} = tan^{-1}\frac{77}{36}$

प्रश्न 37. सिद्ध कीजिये – $2tan^{-1}\frac{1}{2} + tan^{-1}\frac{1}{7} = tan^{-1}\frac{31}{17}$

प्रश्न 38. फलन $tan^{-1}\left(\frac{3a^2x-x^3}{a^3-3ax^2}\right)\,,\ a > 0\,,\ \frac{-a}{\sqrt{3}} \leq x \leq \frac{a}{\sqrt{3}}$ को सरलतम रूप में लिखिये।

प्रश्न 39. सरल कीजिये $tan^{-1}\left[\frac{acosx-bsinx}{bcosx+asinx}\right]\,,\ if\,\frac{a}{b}tanx > -1$

प्रश्न 40. सिद्ध कीजिये – $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+sinx}\,+\sqrt{1-sinx}}{\sqrt{1+sinx}\,-\sqrt{1-sinx}}\right] = \frac{x}{2}\,, x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

प्रश्न 41. दर्शाइए कि $tan^{-1}\frac{1}{2} + tan^{-1}\frac{2}{11} = tan^{-1}\frac{3}{4}$

प्रश्न 42. सिद्ध कीजिए $tan^{-1}\frac{2}{11} + tan^{-1}\frac{7}{24} = tan^{-1}\frac{1}{2}$

प्रश्न 43. सिद्ध कीजिए $2tan^{-1}\frac{1}{2} + tan^{-1}\frac{1}{7} = tan^{-1}\frac{31}{17}$

प्रश्न 44. $\tan\left[2\cos\left(2sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 45. $tan\frac{1}{2}\left[sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2} + cos^{-1}\frac{1-y^2}{1+y^2}\right],\ |x| < 1, y > 0$ और $xy < 1$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 46. यदि $sin\left(sin^{-1}\frac{1}{5} + cos^{-1}x\right) = 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 47. यदि $tan^{-1}\frac{x-1}{x-2} + tan^{-1}\frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 48. $sin^{-1}\left[sin\frac{2\pi}{3}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 49. $sin^{-1}\left[sin\frac{3\pi}{5}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 50. $tan^{-1}\left[tan\frac{3\pi}{4}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 51. $tan^{-1}\left[tan\frac{7\pi}{6}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 52. $cos^{-1}\left[cos\frac{13\pi}{6}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 53. $tan\left[sin^{-1}\frac{3}{5}+cot^{-1}\frac{3}{2}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 54. दर्शाइए कि $sin^{-1}\frac{3}{5}-\ sin^{-1}\ \frac{8}{17}=cos^{-1}\frac{84}{85}$

प्रश्न 55. दर्शाइए कि $sin^{-1}\frac{8}{17}+\ sin^{-1}\ \frac{3}{5}=tan^{-1}\frac{77}{36}$

प्रश्न 56. दर्शाइए कि $cos^{-1}\frac{4}{5}+\ cos^{-1}\ \frac{12}{13}=cos^{-1}\frac{33}{35}$

प्रश्न 57. $tan^{-1}\frac{x}{y}+tan^{-1}\frac{x-y}{x+y}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 58. $tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+sinx}+\sqrt{1-sinx}}{\sqrt{1+sinx}-\sqrt{1-sinx}}\right]=\frac{x}{2}\ ,x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ को हल कीजिए |

प्रश्न 59. $cos^{-1}\frac{12}{13}+sin^{-1}\ \frac{3}{5}=sin^{-1}\frac{55}{65}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 60. हल कीजिये $tan^{-1}\frac{1}{5}+tan^{-1}\frac{1}{7}+tan^{-1}\frac{1}{3}+tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$.

अध्याय 3

आव्यूह

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए-

(i) 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल संख्या होगी जिनकी प्रत्येक की प्रविष्टि 0 या 1 है।

(a) 27 (b) 18 (c) 81 (d) 512

(ii) $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि

(a) $m < n$ (b) $m > n$ (c) $m = n$ (d) इनमें से कोई नहीं

(iii) आव्यूह A तथा B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि

(a) $AB = BA$ (b) $AB - BA = 0$ (c) $AB = 0, BA = 1$ (d) $AB = BA = I$

(iv) यदि एक आव्यूह A सममित एवं विषम सममित दोनों ही है तो A :

(a) एक विकर्ण आव्यूह है (b) एक शून्य आव्यूह है

(c) एक वर्ग आव्यूह है (d) इनमें से कोई नहीं

(v) यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह है तो $AB - BA$

(a) विषम सममित आव्यूह है। (b) सममित आव्यूह है।

(c) शून्य आव्यूह है। (d) तत्समक आव्यूह है।

(vi) $A = [a_{ij}]_{m\times 1}$ एक आव्यूह है।

(a) पंक्ति आव्यूह (b) स्तंभ आव्यूह (c) वर्ग आव्यूह (d) विकर्ण आव्यूह

(vii) 2×3 कोटि के आव्यूह में अवयवों की संख्या है ।

(a) 5 (b) 1 (c) 6 (d) 8

(viii) यदि $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो और के मान ज्ञात करो-

(a) $x = 2, y = 3$ (b) $x = 3, y = 2$

(c) $x = 1, y = 4$ (d) $x = 4,\ y = 1$

(ix) आव्यूह $A_{m\times n}$ व $B_{l\times p}$ का गुणनफल AB परिभाषित होगा यदि

(a) $m = n$ (b) $n = l$ (c) $l = p$ (d) $m = p$

(x) एक 2×2 आव्यूह । $A = [a_{ij}]$ जहाँ $a_{ij} = \frac{(i+j)^2}{2}$ की पहली पंक्ति और दूसरे स्तंभ का अवयव है।

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{9}{2}$ (c) $\frac{2}{9}$ (d) $\frac{2}{3}$

(xi) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ है तो A^2 का मान होगा -

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

(xii) $(AB)'$ का मान निम्न के बराबर है।

(a) $A'B'$ (b) $B'A'$ (c) $A'B$ (d) AB'

(xiii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ $B = [1 \quad 3 \quad -6]$ तो में अवयवों की संख्या होगी-

(a) 1 (b) 6 (c) 6 (d) 9

(xiv) निम्न आव्यूह सममित आव्यूह है -

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

प्रश्न 2. सत्य/असत्य लिखिए:

(i) $A = [a_{ij}]_{1\times n}$ एक पंक्ति आव्यूह होता है।

(ii) आव्यूहों में योग की संक्रिया के लिए साहचर्य नियम का पालन नहीं होता है।

(iii) किसी A आव्यूह के लिए $A = [a_{ij}]_{1\times n}$ एक स्तंभ आव्यूह होता है।

(iv) आव्यूहों में गुणन की संक्रिया के क्रम विनिमेय नियम का पालन होता है।

(v) तीन आव्यूहों A, B व C के लिए $(AB)C = A(BC)$

(vi) प्रत्येक वर्ग आव्यूह एक विकर्ण आव्यूह होता है।

(vii) प्रत्येक वर्ग आव्यूह एक अदिश आव्यूह होता है।

(viii) प्रत्येक विकर्ण आव्यूह एक अदिश आव्यूह होता है।

(ix) प्रत्येक अदिश आव्यूह एक विकर्ण आव्यूह होता है।

(x) प्रत्येक अदिश आव्यूह एक तत्समक आव्यूह होता है।

(xi) प्रत्येक तत्समक आव्यूह एक अदिश आव्यूह होता है।

(xii) प्रत्येक तत्समक आव्यूह एक विकर्ण आव्यूह होता है।

(xiii) प्रत्येक तत्समक आव्यूह एक वर्ग आव्यूह होता है।

(xiv) किसी आव्यूह के परिवर्त आव्यूह का पुनः परिवर्त आव्यूह मूल आव्यूह के बराबर होता है।

(xv) यदि आव्यूह A इस प्रकार है कि $A' = A$ तो आव्यूह । को विषम सममित आव्यूह कहते हैं।

(xvi) यदि वर्ग आव्यूह A इस प्रकार है कि $A' = -A$ तो A को विषम सममित आव्यूह कहते हैं।

(xvii) यदि दो वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि $AB = I$ जहाँ I तत्समक आव्यूह है तो आव्यूह A और B को एक दूसरे का परिवर्त आव्यूह कहते हैं।

(xviii) दो आव्यूहों का योग ज्ञात करने के लिये यह आवश्यक नहीं है कि उनकी कोटियाँ समान हों।

(xix) यदि आव्यूह A की कोटि 2×3 व आव्यूह B की कोटि 3×4 हो तो इनके गुणनफल से प्राप्त आव्यूह AB की कोटि 2×4 होगी।

प्रश्न 3. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए :

i. यदि $A = \begin{bmatrix} cosx & -sinx \\ sinx & cosx \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ है तो x का मान क्या है ?

ii. यदि $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ है तो a का मान क्या है ?

iii. 2×2 कोटि का तत्समक आव्यूह लिखो।

iv. विकर्ण आव्यूह का कोई एक उदाहरण लिखो।

v. एक 2×2 आव्यूह $A = [a_{ij}]$ की रचना कीजिए जबकि $a_{ij} = \frac{(i+2j)^2}{2}$

vi. यदि $\begin{bmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ तो x, y तथा z के मान ज्ञात कीजिए ।

vii. तत्समक आव्यूह को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिये।

viii. विकर्ण आव्यूह क्या है?

ix. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ तो $(2A + B)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

x. आव्यूहों के योग का क्रम विनिमेय नियम लिखिए।

xi. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \quad 3 \quad 4]$ का मान ज्ञात कीजिए ।

xii. वर्ग आव्यूह A को एक सममित आव्यूह और एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए ।

xiii. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^2 ज्ञात कीजिए ।

xiv. पँक्ति आव्यूह को परिभाषित कीजिए ।

प्रश्न 4. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) पंक्ति आव्यूह में पंक्तियों की संख्या .....होती है।

(ii) वर्ग आव्यूह में पंक्तियों की संख्या स्तंभों की संख्या ..... होती है।

(iii) ऐसा वर्ग आव्यूह जिसके विकर्ण की प्रत्येक प्रविष्ठि 1 हो तथा शेष प्रविष्ठि शून्य हो ..... आव्यूह कहलाता है।

(iv) यदि A एक वर्ग आव्यूह है तथा I एक तत्समक आव्यूह है तो AI =.....।

(v) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ तो A^2 =.....।

(vi) यदि $a_{ij} = \frac{i+2j}{3}$ तो a_{21} =.....।

(vii) यदि $AB = C$ जबकि A, B, C क्रमशः तो $m \times 2,\ 2 \times 3, 4 \times 3$ कोटि के आव्यूह हैं, तो m = ...।

(viii) यदि A का परिवर्त आव्यूह A' है तो $(A')'$ = ...।

(ix) वर्ग आव्यूह A का परिवर्त आव्यूह A' है तो $A + A'$ एक ..... आव्यूह होता है।

(x) वर्ग आव्यूह A का परिवर्त आव्यूह A' है तो $A - A'$ एक ..... आव्यूह होता है।

(xi) ऐसा विकर्ण आव्यूह जिसके विकर्ण के सभी अवयव समान होते हैं.....आव्यूह कहलाता है।

(xii) ऐसा विकर्ण आव्यूह जिसके विकर्ण के सभी अवयव इकाई होते हैं.....आव्यूह कहलाता है।

(xiii) $\begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो $x + y =$.....।

(xiv) यदि $A + B = O$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ तो $B =$.....।

(xv) यदि A और B एक दूसरे के व्युत्क्रम आव्यूह हों तो $AB =$.....

प्रश्न 5. सही जोड़ी मिलाईये।

Column *A*	**Column *B***
(i) $A' = A$	(a) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
(ii) $A' = -A$	(b) आव्यूह के योग का क्रम विनिमेय नियम।
(iii) $(A + B)'$	(c) A एक सममित आव्यूह है।
(iv) $(AB)'$	(d) $A' + B'$
(v) $AB = I$	(e) A एक विषम सममित आव्यूह है।
(vi) $A_{m\times n}$	(f) A और B एक दूसरे के व्युत्क्रम है।
(vii) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	(g) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
(viii) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	(h) तत्समक आव्यूह(3×3) कोटि का।
(ix) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	(i) $m \times n$ कोटि का वर्ग आव्यूह ।
(x) $A + B = B + A$	(j) $B'A'$

प्रश्न-1 2×2 कोटि के आव्यूह की रचना कीजिए जिसके अवयव निम्न प्रकार से प्राप्त होते हैं $a_{ij} = \frac{1}{2}|-3i + j|$

प्रश्न-2 सरल कीजिए $\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$

प्रश्न-3. सरल कीजिए $cos\theta \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix} + sin\theta \begin{bmatrix} sin\theta & -cos\theta \\ cos\theta & sin\theta \end{bmatrix}$

प्रश्न-4. X का मान ज्ञात कीजिए, यदि $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ और $2X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

प्रश्न-5. यदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तब $(A + 2B)'$ का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-06 यदि $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}$ है तो AB ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-07 यदि $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & \sqrt{5} & 1 \\ -2 & 3 & 1/2 \end{bmatrix}$ है तो $A + B$ ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न- 08 यदि $\begin{bmatrix} 2x+7 & 5 \\ y+1 & 2-3x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & y-2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ तो x व y के मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न- 09 3×4 आव्यूह $A = [a_{ij}]$ की रचना कीजिए यदि $a_{ij} = 2i - j$

प्रश्न-10 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ है तो $2A + B$ ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न- 11 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ व $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ के लिये आव्यूहों के योग के क्रम विनिमेय नियम का सत्यापन कीजिए ।

प्रश्न -12 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ व $B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ तो $3A - B$ ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-13 निम्न गुणनफल परिकलित कीजिए |

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \quad 3 \quad 4]$$

प्रश्न -14 यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}$ है तो x व y के मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-15 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ है तो निम्न को सत्यापित कीजिए |

$(A + B)' = A' + B'$

प्रश्न-16 सत्यापित कीजिए कि $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 2 & 3 \\ 2 & -1.5 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है।

प्रश्न-17 यदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ है तो $(A + 2B)'$ ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-18 यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा है तो सत्यापित कीजिए $A'A = I$

प्रश्न-19 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिये कि दोनो आव्यूह एक दूसरे के व्युत्क्रम हैं।

प्रश्न-20 यदि $A + I = O$ जहाँ I व O क्रमशः 2×2 के तत्समक आव्यूह एवं शून्य आव्यूह हैं, तो 2×2 कोटि के आव्यूह A का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-21 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिए $(A + B)' = A' + B'$

प्रश्न-22. दिखाइए कि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है।

प्रश्न-23. यदि $A = \begin{bmatrix} cosx & sinx \\ -sinx & cosx \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिये कि $A^2 = \begin{bmatrix} cos2x & sin2x \\ -sin & cos2x \end{bmatrix}$

प्रश्न-24. वर्ग आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$ सममित एवं एक विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए ।

प्रश्न-25. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ x & 2 & y \end{bmatrix}$ समीकरण $AA' = 9\mathrm{I}$ को संतुष्ट करता है

तो x व y के मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-26. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ और $A^2 = PA$ तो P का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न-27. x तथा y ज्ञात कीजिए यदि $x + y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $x - y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

प्रश्न-28 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिये सत्यापित कीजिए कि $(A + A')$ एक सममित आव्यूह है।

प्रश्न- 29 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिये सत्यापित कीजिए कि $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है।

प्रश्न- 30 यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ है तो सत्यापित कीजिए कि

$(A - B)' = A' - B'$

प्रश्न- 31 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = kA - 2I$ तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

प्रश्न- 32 दिये गये समीकरण को x, y, z तथा t के लिये हल कीजिए यदि

$$2\begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

प्रश्न- 33 X तथा Y के मान ज्ञात कीजिये यदि $Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

प्रश्न- 34 X तथा Y के मान ज्ञात कीजिये यदि $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ तथा

$$3X + 2Y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

प्रश्न- 35 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ हो तो ज्ञात AB कीजिए ।

प्रश्न- 36 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ हो तो आव्यूहों के लिये योग के साहचर्य नियम का सत्यापन कीजिए ।

प्रश्न- 37 यदि $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $2A + 3B = 5$ दिया हो तो आव्यूह X ज्ञात कीजिए |

प्रश्नः-38 यदि $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$ दिया हो तथा $4A + 7B + 4X = 3I$ तो आव्यूह X ज्ञात कीजिए |

प्रश्न-39 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ है तो $A^2 - 5A + 6I$ का मान ज्ञात करें।

प्रश्न-40 आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित एवं एक विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए ।

प्रश्न-41 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिये सत्यापित कीजिए कि

(i) $A + A'$ एक सममित आव्यूह है

(ii) $A - A'$ एक विषम सममित आव्यूह है

प्रश्न- 42. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ हो तो एक ऐसा आव्यूह D ज्ञात कीजिए कि $CD - AB = O$ जहाँ O एक शून्य आव्यूह हे।

प्रश्न- 43. आव्यूह A, B, C के लिये गुणन के साहचर्य नियम का सत्यापन कीजिए

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ हो।

प्रश्न- 44. आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ को एक सममित एवं एक विषम सममित आव्यूह के योग के रूप में व्यक्त कीजिए ।

प्रश्नः- 45. सिद्ध कीजिये कि वास्तविक अवयवों वाले किसी वर्ग आव्यूह A के लिये $A + A'$ एक सममित एवं $A - A'$ एक विषम सममित आव्यूह होते हैं।

प्रश्न-47 यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 7 \\ -6 & 0 & 8 \\ 7 & -8 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ तथा कि $C = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $(A + B)C = AC + BC$

प्रश्न-48 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ है दर्शाइए कि $AB \neq BA$

प्रश्न-49 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि

(i) $(A + A')$ एक सममित आव्यूह

(ii) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है

प्रश्न-50 यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ है तो सत्यापित कीजिए | कि $(A - B)' = A' - B'$

(xiv) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ (xv) I (identity matrix)

अध्याय 4

सारणिक

प्रश्न1. सही विकल्प चुनकर लिखिए –

(i) यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ तब x का मान होगा

$(a)\ 6$ $(b)\ \pm 6$ $(c) -6$ $(d)\ 0$

(ii) यदि $A, 3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह होगा तो $|kA|$

$(a)\ k|A|$ $(b)\ k^2|A|$ $(c)\ k^3|A|$ $(d)\ 3k$

(iii) निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है

(a) सारणिक एक वर्ग आव्यूह हैA

(b) सारणिक आव्यूह से संबंध एक संख्या हैA

(c) सारणिक एक वर्ग आव्यूह से सम्बद्ध एक संख्या है |

(d) इनमे से कोई नहीं |

(iv) यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई है तथा इसके शीर्ष $(2, -6)\ (5, 4)$ तथा $(k, 4)$ हैं तो k का मान है :

$(a)\ 12$ $(b)\ -2$ $(c) -12, -2$ $(d)\ 12, -2$

(v) यदि $A,\ 3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|adjA|$ का मान है :

$(a)\ |A|$ $(b)\ |A|^2$ $(c)\ |A|^3$ $(d)\ 3|A|$

(vi) यदि $A,$ कोटि दो का वर्ग आव्यूह है तो $\det(A^{-1})$ बराबर है :

$(a)\ \det(A)$ $(b)\ \frac{1}{\det(A)}$ $(c)\ 1$ $(d)\ 0$

(vii) यदि A और B दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं तो $(AB)^{-1}$ का मान बराबर है :

$(a)\ A^{-1}B^{-1}$ $(b)\ B^{-1}A^{-1}$ $(c)\ AB$ $(d)\ A^{-1}B$

(viii) यदि $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ और a_{ij} का सहखंड a_{ij} है तो Δ का मान निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जाता है |

$(a)\ a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33}$ $(b)\ a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$

$(c)\ a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$ $(d)\ a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$

(ix) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ का मान है:-

$(a)\ a_{11}a_{31} + a_{12}a_{32}$ $(b)\ a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}$ $(c)\ a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ $(d)\ 0$

(x) सारणिक $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ का मान है-

$(a)\ 2$ $(b)\ 10$ $(c)\ 0$ $(d)\ -8$

(xi) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ के अवयव 1 का उपसारणिक है:-

$(a)\ 4$ $(b)\ -2$ $(c)\ 1$ $(d)\ 3$

(xii) सारणिक $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{vmatrix}$ के अवयव 4 का सहखण्ड हैः-

(a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) 3

(xiii) एक वर्ग आव्यूह A व्युत्क्रमणीय कहलाता है यदिः-

(a) $|A| = 0$ (b) $|A| \neq 0$ (c) $|A| = 1$ (d) $|A|=2$

(xiv) एक वर्ग आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय कहलाता है यदिः-

(a) $|A| = 0$ (b) $|A| \neq 0$ (c) $|A| = 1$ (d) $|A|=2$

प्रश्न2. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए :

i. $\begin{vmatrix}\cos 15 & sin15\\ sin75 & cos75\end{vmatrix}$ का मान क्या है ?

ii. x के किस मान के लिए आव्यूह $\begin{vmatrix}6-x & 4\\ 3-x & 1\end{vmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह होगा |

iii. यदि A कोई 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह हो तब सारणिक के उपसारणिकों की संख्या लिखिए |

iv. यदि बिंदु $(k+1, 1)$ $(2k+1, 3)$ और $(2k+2,\ 2k)$ संरेख हैं तो k का मान क्या है ?

v. $\begin{vmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करें।

vi. $\begin{vmatrix}3 & x\\ x & 1\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}3 & 2\\ 4 & 1\end{vmatrix}$, x का मान ज्ञात करें।

vii. यदि किसी सारणिक की कोई पंक्ति या स्तंभ के सभी अवयव शून्य हों तो सारणिक का मान क्या होता है ?

viii. यदि A, 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह हो तो A^{-1} और $(adjA)$ में संबंध होता है।

ix. यदि $|A| = 10$ तो $|3A|$ का मान क्या होगा ? यदि $A, 3 \times 3$ का वर्ग आव्यूह है।

x. यदि A, 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह हो, तथा $|A| = 20$, तो $|adjA|$ का मान क्या होगा ?

xi. $\begin{vmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & a & 0\\ 0 & 0 & a\end{vmatrix}$ का मान ज्ञात करें।

xii. $\begin{vmatrix}1 & bc & a(b+c)\\ 1 & ca & b(c+a)\\ 1 & ab & c(a+b)\end{vmatrix}$ का मान क्या होगा ?

xiii. क्या $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है ?

प्रश्न3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए |

i. सारणिक $\Delta = \begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix}$ में अवयव 6 का उपसारणिक ..... है |

ii. बिंदु $A(a, b+c)$, $B\ (b, c+a)$ और $C\ (a,\ a+b)$ ..... है।

iii. यदि A कोई वर्ग आव्यूह है तथा $|A| \neq 0$ तो A एक ..... आव्यूह है |

iv. एक वर्ग आव्यूह A अव्युत्क्रमणीय आव्यूह कहलाता है यदि .....

v. यदि किसी त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) हों तो त्रिभुज का क्षेत्रफल सारणिक रूप में..... होता है.

vi. यदि A, n कोटि का अव्युत्क्रणीय आव्यूह है तो $det(A) =$ .....

vii. यदि 3×3 कोटि के वर्ग आव्यूह A के लिये $|A|$= 3 हो तो $det(A) =$ .....

viii. दो व्युत्क्रमणीय आव्यूह A और B के लिये $(AB)^{-1}$ = ...

ix. सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ का मान .....होगा।

x. यदि A कोटि 2 का व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तो det(A^{-1})= .....होगा।

xi. यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 8 & x \end{vmatrix}$ तो x का मान .....होगा।

xii. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ में अवयव a_{ij} का सहखण्ड A_{ij} है तो सारणिक का प्रसार R_1 से करने पर सारणिक का मान .....होगा।

प्रश्न 4. निम्नलिखित कथनों के लिए सत्य/असत्य लिखिए –

i. यदि एक पंक्ति या स्तंभ के अवयवों को अन्य पंक्ति या स्तंभ के सहखण्डों से गुणा किया जाए तो उनका योग शून्य होता है।

ii. यदि $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}$ तब Δ का मान शून्य होगा |

iii. केवल वर्ग आव्यूह सारणिक कहलाते हैं।

iv. यदि A एक वर्ग आव्यूह है तब $det\,(A) = det(A')$, जहाँ $A' = A$ का परिवर्त |

v. प्रत्येक कोटि के आव्यूह से संबंधित एक सारणिक प्राप्त किया जा सकता है।

vi. यदि किसी सारणिक की कोई दो पँक्तियाँ या कोई दो स्तंभों के संगत अवयव समान हों,तो उस सारणिक का मान शून्य होता है।

vii. यदि किसी सारणिक की कोई दो पँक्तियाँ या कोई दो स्तंभों को आपस में बदल दिया जाय, तो उस सारणिक का मान अपरिवर्तित रहता है।

viii. यदि $|A| = 0$ तो A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है।

ix. $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ का मान -2 है।

x. $A(adjA) = (adjA).A = |A|I$

xi. यदि 3×3 कोटि के सारणिक के प्रत्येक अवयव में k से गुणा कर दिया जाय तो सारणिक का मान k भी गुणा हो जाता है।

xii. किसी सारणिक का मान इसकी पँक्तियों और स्तंभों को परस्पर बदल देने पर अपरिवर्तित रहता है।

xiii. यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ हो तो x का मान ± 6 है।

xiv. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है।

प्रश्न- 05 सही जोड़ी मिलाईये।

Column A		**Column B**	
(i)	$(AB)^{-1}$	(a)	$\|A\|\|B\|$
(ii)	$\|AB\|$	(b)	$\|A\|I$
(iii)	$A.(adjA)$	(c)	$\|A\|=0$
(iv)	A^{-1}	(d)	$\|A\| \neq 0$
(v)	व्युत्क्रमणीय आव्यूह	(e)	$B^{-1}\,A^{-1}$
(vi)	अव्युत्क्रमणीय आव्यूह	(f)	$\frac{adjA}{\|A\|}$
(vii)	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$	(g)	$x = \pm 3$
(viii)	$Det(A')$	(h)	$x = 4$
(ix)	$\begin{vmatrix} x & 3 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 0$	(i)	0
(x)	$\begin{vmatrix} x & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$	(j)	$\|A\|$

प्रश्न-06 $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x-1 & x \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-07 यदि $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-08 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ तो दिखाइए कि $|2A| = 4|A|$.

प्रश्न-09 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}$, हो तो $|A|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-10 एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये जिसके शीर्ष $(3,8)$, $(-4,2)$ और $(5,1)$ हैं।

प्रश्न-11 दर्शाइये कि $A(a, b+c), B(b, c+a)$ और $C(c, a+b)$ संरेख हैं।

प्रश्न-12 सारणिक $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ में 4 का उपसारणिक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-13 सारणिक $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix}$ में अवयव 5 का सहखण्ड ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-14 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ तो $adjA$ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-15 सिद्ध कीजिए कि $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 9 \end{bmatrix} = 0$

प्रश्न-16 यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 4 \end{vmatrix}$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-17 $\begin{vmatrix} x^2 - x + 1 & x - 1 \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-18 दूसरी पँक्ति के अवयवों के सहखण्डों का प्रयोग करके $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-19 यदि 2×2 आव्यूह A के लिये $|A| = 18$ तो $|adjA|$ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-20 यदि 3×3 आव्यूह A के लिये $|A| = 15$ तो $|3A|$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-21 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ तो सत्यापित कीजिये कि $A(adjA) = (adjA)A = |A|I$

प्रश्न-22 समीकरण निकाय $\begin{matrix} 5x + 2y = 4 \\ 7x + 3y = 5 \end{matrix}$ को आव्यूह विधि से हल कीजिये।

प्रश्न-23 k का मान ज्ञान कीजिए जबकि त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है जहाँ त्रिभुज के शीर्ष $(k, 0), (4, 0), (0, 2)$

प्रश्न-24 सारणिकों का प्रयोग करके $(1,2)$ व $(4,0)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

प्रश्न-25 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ के प्रत्येक अवयव के सहखण्ड ज्ञात कीजिये।

प्रश्न-26 सारणिक $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात काजिये।

प्रश्न-27 यदि $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $|3A| = 27|A|$

प्रश्न-28 तीसरे स्तंभों के सहखण्डों का प्रयोग करके $\triangle = \begin{vmatrix} 1 & x & yz \\ 1 & y & zx \\ 1 & z & xy \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए |

प्रश्न-29 n, कोटि के वर्ग आव्यूह A के लिये सिद्ध कीजिए कि $|adjA| = |A|^{n-1}$

प्रश्न-30 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A.(adjA) = |A|I$ और A^{-1} भी

ज्ञात कीजिये।

प्रश्न-31 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

प्रश्न-32 समीकरण निकाय, $3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 14$

$4x - 3y + 2z = 4$, को आव्यूह विधि से हल कीजिये।

प्रश्न-33 सारणिकों के प्रयोग से बिन्दुओं $(1, 2)$ और $(3, 6)$ को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए|

प्रश्न-34 यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

प्रश्न-35 आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-36 आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ का सहखण्डज ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-37 आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 4A - 5\mathrm{I} = 0$ तथा A^{-1} भी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-38 हल करके x का मान ज्ञात कीजिए यदि $\begin{bmatrix} x & -6 & -1 \\ 2 & -3x & x-3 \\ -3 & 2x & x+2 \end{bmatrix} = 0$

प्रश्न-39 निम्नलिखित प्रश्नों के सत्यापित कीजिए कि : $A.(adjA) = (adjA).A = |A|.I$

(i) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ (ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

प्रश्न-40. निम्नलिखित आव्यूहों के लिए व्युत्क्रम (यदि व्युत्क्रम का अस्तित्व) ज्ञात कीजिए :

(i) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

प्रश्न-41 यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो सत्यापित कीजिए कि $A.(adjA) = |A|.I$ और A^{-1} भी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-42 सारणिक $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ के अवयवों के उपसारणिक तथा सहखंड ज्ञात कीजिए ।