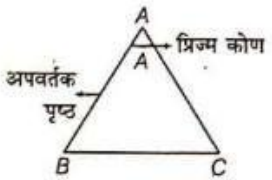
14 प्रिज्म द्वारा प्रकाश का अपवर्तन

फास्ट ट्रैक रिवीज़न

प्रिज्म

प्रिज्म एक ऐसा समांग माध्यम है, जो किसी कोण पर झुके दो समतल पृष्ठों से घिरा होता है। इन पृष्ठों को अपवर्तक पृष्ठ तथा इनके बीच का कोण **अपवर्तन कोण** कहलाता है।



प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$

जहाँ, A = प्रिज्म कोण, δ_m = न्यूनतम विचलन कोण

तथा n = प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

अल्पतम विचलन कोण, $\delta_m = 2i - A$

नोट *यदि प्रिज्म कोण का मान 5° से कम है, तो इस प्रकार के प्रिज्म को पतला प्रिज्म कहते हैं।*

पतले प्रिज्म के लिए न्यूनतम विचलन कोण δ_m को निम्न प्रकार दिया जाता है

$$\delta_m = (n - 1)A$$

(i) बैंगनी रंग के लिए विचलन कोण, $\delta_V = (n_V - 1)A$

(ii) लाल रंग के लिए विचलन कोण, $\delta_R = (n_R - 1)A$

(iii) पीले रंग के लिए विचलन कोण, $\delta_Y = (n_Y - 1)A$

n_V, n_R तथा n_Y क्रमशः बैंगनी, लाल तथा पीले रंग के लिए प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक हैं।

न्यूनतम विचलन की स्थिति में प्रिज्म के अन्दर अपवर्तित किरण प्रिज्म आधार के समान्तर होती है तथा आपतन कोण व निर्गत् कोण आपस बराबर होते हैं।

श्वेत प्रकाश का प्रिज्म द्वारा परिक्षेपण

श्वेत प्रकाश अनेक रंगों के प्रकाश का मिश्रण होता है। सूर्य से आने वाला प्रका **श्वेत प्रकाश** कहलाता है, जब श्वेत प्रकाश की किरण किसी पारदर्शी प्रिज्म आपतित होती है, तो अपवर्तन के पश्चात् वह सात मुख्य रंगों की किरणों विभाजित हो जाती है।

इस प्रकार श्वेत प्रकाश की किरण का अपने घटक (लाल, नांरगी, पीला, ह नीला, जामुनी, बैंगनी) रंगों वाली किरणों में विभाजित होने की परिघटना को **विक्षेपण** कहते हैं।

कोणीय विक्षेपण

प्रिज्म से निकलने वाली विभिन्न रंगों की किरणों में से किन्हीं दो रंगों की निर्ग किरणों के बीच का कोण उन रंगों के लिए कोणीय वर्ण विक्षेपण कहलाता है।

यदि δ_R तथा δ_V क्रमशः लाल तथा बैंगनी रंगों की किरणों के लिए विचलन को हो, तो उनके बीच कोणीय विक्षेपण,

$$\theta = \delta_V - \delta_R = [(n_V - 1) - (n_R - 1)]A$$

$$\theta = [n_V - n_R]A$$

वर्ण विक्षेपण क्षमता

जब श्वेत प्रकाश एक पतले प्रिज्म से गुजरता है, तो बैंगनी तथा लाल रंगों की निर्ग किरणों के बीच कोणीय वर्ण विक्षेपण तथा मध्यवर्ती (अर्थात् पीले रंग) किरण के लि विचलन कोण के अनुपात को प्रिज्म के पदार्थ की 'वर्ण विक्षेपण क्षमता' कहते हैं। इ ω से प्रदर्शित करते हैं।

$$\omega = \frac{\theta}{\delta_Y}$$

θ = कोणीय वर्ण विक्षेपण,

δ_y = माध्य (पीले) रंग के लिए विचलन कोण,

$$\omega = \frac{\theta}{\delta_y} = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1}$$

अनुदैर्ध्य वर्ण विपथन, $f_R - f_V = \omega \cdot f_Y$

यहाँ, f_V, f_R तथा f_Y क्रमशः बैंगनी, लाल तथा पीले रंग के लिए लेन्स की फोकस दूरियाँ हैं।

अवर्णता का प्रतिबन्ध, $\frac{\omega_1}{f_1} + \frac{\omega_2}{f_2} = 0$ या $\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$

इन्द्रधनुष

इन्द्रधनुष आकाश में उपस्थित जल की गोलाकार सूक्ष्म बूँदों द्वारा अपवर्तन, वर्ण विक्षेपण व आन्तरिक परावर्तन के संयुक्त प्रभाव से बनता है। इन्द्रधनुष दो प्रकार का होता है

(i) प्राथमिक इन्द्रधनुष, (ii) द्वितीयक इन्द्रधनुष

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. A कोण वाले प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक $\sqrt{2}$ है तथा न्यूनतम विचलन कोण $(90° - A)$ है। A का मान होगा *(2020)*

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

उत्तर (c) अपवर्तनांक, $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin\left[\dfrac{A + (90° - A)}{2}\right]}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin 45°}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{\sin 45°}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sin 30°$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = 30°$$

$$\Rightarrow A = 60°$$

प्रश्न 2. एक समबाहु प्रिज्म न्यूनतम विचलन की स्थिति में है। यदि आपतन कोण, प्रिज्म कोण का $\frac{4}{5}$ गुना हो, तो न्यूनतम विचलन कोण होगा *(2011)*

(a) 72° (b) 60° (c) 48° (d) 36°

उत्तर (d) चूँकि समबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण = 60°

आपतन कोण, $i = \frac{4}{5} \times 60° = 48°$

न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = 2i - A = 2 \times 48° - 60°$

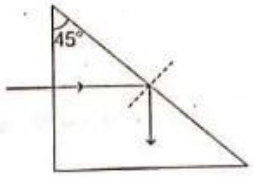
$= 96° - 60° = 36°$

प्रश्न 3. प्रिज्म से गुजरने पर निम्नलिखित में से किस रंग के प्रकाश का विचलन अधिकतम होगा? *(2019)*

(a) बैंगनी रंग (b) बैंगनी रंग (c) नीला रंग (d) हरा रंग

उत्तर (b) बैंगनी रंग के प्रकाश की तरंगदैर्ध्य कम होने के कारण, बैंगनी रंग के प्रकाश का विचलन अधिकतम होगा।

प्रश्न 4. चित्र में प्रदर्शित प्रिज्म में अभिलम्बवत् प्रकाश किरण आपतित है।



काँच-वायु पृष्ठ का क्रान्तिक कोण होगा *(2019)*

(a) 45° (b) 45° से कम

(c) 45° से अधिक (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर (b) प्रिज्म पर प्रकाश अभिलम्बवत् आपतित किया जाता है, तो काँच-वायु पृष्ठ के लिए क्रान्तिक कोण 45° से कम होगा।

प्रश्न 5. क्रॉउन काँच की क्षमता 0.0154 है। यदि क्रॉउन काँच प्रिज्म 0.616° का कोणीय विक्षेपण उत्पन्न करता है, तो औसत विचलन कोण होगा *(2007)*

(a) 20° (b) 40°

(c) 60° (d) 30°

उत्तर (b) औसत विचलन कोण,

$$\delta_Y = \frac{\text{कोणीय वर्ण विक्षेपण } (\theta_{VR})}{\text{वर्ण विक्षेपण क्षमता } (\omega)} = \frac{0.616°}{0.0154} = 40°$$

प्रश्न 6. आकाश नीला क्यों दिखाई देता है? *(2017, 14)*

(a) प्रकीर्णन के कारण

(b) परावर्तन के कारण

(c) अपवर्तन के कारण

(d) पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के कारण

उत्तर (a) सूर्य से आने वाली प्रकाश की किरणें, पृथ्वी के चारों ओर स्थित आवरण में विभिन्न गैसों तथा धूल मिट्टी के कणों से प्रकीर्णित हो जाती हैं तथा नीले रंग की तरंगदैर्ध्य अधिक मात्रा में पृथ्वी पर पहुँचती है। इसलिए आकाश नीला दिखाई देता है।

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र लिखिए। प्रयुक्त प्रतीकों का अर्थ बताइए। *(2014)*

अथवा किसी प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र अल्पतम विचलन कोण एवं प्रिज्म कोण के पदों में व्यक्त कीजिए। *(2017, 16)*

उत्तर प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र,

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin(A/2)}$$ [1/2]

जहाँ, A = प्रिज्म कोण, δ_m = न्यूनतम विचलन कोण, n = अपवर्तनांक [1/2]

प्रश्न 2. लाल और नीले प्रकाश की किरणें एक दिए गए प्रिज्म पर डाली जाती हैं। किसके लिए अल्पतम विचलन कोण δ_m का मान अधिक होगा? व्याख्या कीजिए। *(2011)*

उत्तर न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = (n - 1)A$ [1/2]

$\because$ $n_B > n_R \Rightarrow (\delta_m)_B > (\delta_m)_R$

अर्थात् नीले रंग के लिए विचलन कोण δ_m का मान अधिक होगा। [1/2]

प्रश्न 3. किसी पतले प्रिज्म द्वारा उत्पन्न न्यूनतम विचलन कोण तथा कोणीय विक्षेपण के लिए सूत्र लिखिए। *(2017, 15)*

उत्तर न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = (n-1)A$ [1/2]

जहाँ, A = प्रिज्म कोण,

n = प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

कोणीय विक्षेपण, $\theta = (n_V - n_R)A$

जहाँ, μ_V = बैंगनी रंग के लिये अपवर्तनांक

μ_R = लाल रंग के लिये अपवर्तनांक [1/2]

प्रश्न 4. किसी प्रकाशिक माध्यम की वर्ण विक्षेपण क्षमता का सूत्र लिखिए। ***(2014)***

उत्तर वर्ण विक्षेपण क्षमता, $\omega = \dfrac{n_V - n_R}{n_Y - 1}$ [1/2]

यहाँ, n_V = बैंगनी रंग का अपवर्तनांक,

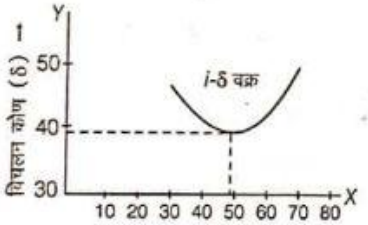
n_R = लाल रंग का अपवर्तनांक

n_Y = पीले रंग (माध्य रंग) का अपवर्तनांक [1/2]

लघु उत्तरीय प्रश्न-I 2 अंक

प्रश्न 1. किसी प्रिज्म के लिए आपतन कोण तथा विचलन कोण के बीच ग्राफ बनाइए। दिखाइए कि विचलन कोण कब न्यूनतम होगा? ***(2012, 10)***

उत्तर जब आपतन कोण तथा निर्गत् कोण बराबर होते हैं अर्थात् प्रिज्म के अन्दर अपवर्तित किरण प्रिज्म के आधार के समान्तर होती है, तब विचलन कोण न्यूनतम होगा। [1]



[1]

प्रश्न 2. (i) प्राथमिक इन्द्रधनुष किस प्रकार प्राप्त होता है तथा दर्शक की आँख पर कितने कोण पर बनता है?

(ii) द्वितीयक इन्द्रधनुष किस प्रकार प्राप्त होता है? प्राथमिक तथा द्वितीयक इन्द्रधनुषों में से किसकी तीव्रता अधिक होती है?

उत्तर (i) जल की सूक्ष्म गोलीय बूँद में दो बार अपवर्तन तथा एक बार आन्तरिक परावर्तन के फलस्वरूप प्राप्त होता है। इसका आन्तरिक चाप बैंगनी रंग का तथा बाहरी चाप लाल रंग का होता है तथा प्राथमिक इन्द्रधनुष दर्शक की आँख पर 40°C से 42°C तक कोण बनाता है। [1]

(ii) द्वितीयक इन्द्रधनुष जल की सूक्ष्म गोलीय बूँदों में दो बार अपवर्तन तथा दो बार आन्तरिक परावर्तन के फलस्वरूप प्राप्त होता है। इसका आन्तरिक चाप लाल तथा बाहरी चाप बैंगनी रंग का होता है। प्राथमिक इन्द्रधनुष की तीव्रता, द्वितीयक इन्द्रधनुष से अधिक होती है। [1]

लघु उत्तरीय प्रश्न-II 3 अंक

प्रश्न 3. किसी प्रिज्म के लिए i-δ वक्र खींचिए तथा इसमें न्यूनतम विचलन कोण प्रदर्शित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि प्रिज्म के माध्यम का अल्पतम विचलन की स्थिति में अपवर्तनांक

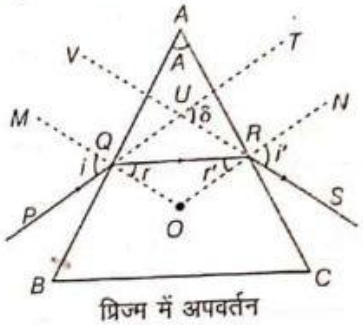
$$\mu = \frac{\sin\left(\dfrac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin(A/2)}$$

जहाँ, μ प्रिज्म के माध्यम का अपवर्तनांक, A प्रिज्म कोण तथा δ_m न्यूनतम विचलन कोण है। (2

अथवा किसी प्रिज्म के लिए, उसके पदार्थ के अपवर्तनांक का व्यं न्यूनतम विचलन की स्थिति में ज्ञात कीजिए? (2

उत्तर $i-\delta$ वक्र लघु उत्तरीय प्रश्न-I के प्रश्न 1 का उत्तर देखें।

माना ABC प्रिज्म का मुख्य परिच्छेदक है तथा इस पर आपतित प्रकाश का अपवर्तन चित्रानुसार होता है, तब



प्रिज्म में अपवर्तन

चित्र में, ΔUQR में δ बहिष्कोण है,

अत: $\angle\delta = \angle UQR + \angle URQ$

(∵ बहिष्कोण का मान अंत: सम्मुख कोणों के योग के बराबर हो

$\therefore \quad \angle\delta = (i-r) + (i'-r')$

$= (i+i') - (r+r')$ ...

चतुर्भुज $AQOR$ में $\angle AQO$ तथा $\angle ARO$ समकोण हैं (क्योंकि यह प्रि अपवर्तक पृष्ठों पर डाले गए अभिलम्ब हैं) अर्थात् इनका योग 180° हो चूँकि किसी भी चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है। अत: च $AQOR$ के बचे हुए दोनों कोणों का योग भी 180° होगा।

अर्थात् $\angle A + \angle O = 180°$ ...(

ΔQOR में, $\angle r + \angle O + \angle r' = 180°$ ...(i

(∵ त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता

समी (ii) व (iii) की तुलना करने पर,

$$\boxed{\angle r' + \angle r = A} \quad ...(i$$

∴ समी (i) से, $\boxed{\delta = i + i' - A}$ ...(

∵ प्रिज्म न्यूनतम विचलन की स्थिति में है, अर्थात् $\delta = \delta_m$

$\therefore \quad i' = i$ तथा $r = r'$

समी (iv) से, $r + r = A$

$2r = A$

$$\boxed{r = \frac{A}{2}} \quad ...(v$$

समी (v) से, $\delta_m = 2i - A$ या $2i = A + \delta_m$

या आपतन कोण, $\boxed{i = \dfrac{\delta_m + A}{2}}$ ...(v

यदि प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक μ है, तो स्नेल के नियमानुसार,

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r}$$

समी (vi) व समी (vii) से, $\boxed{\mu = \dfrac{\sin\left(\dfrac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}}$ ...(

यह **प्रिज्म सूत्र** कहलाता है।

प्रश्न 4. विचलन कोण एवं वर्ण-विक्षेपण से क्या तात्पर्य है? वर्ण-विक्षेपण क्षमता के लिए सूत्र निर्गमित कीजिए। *(2019)*

उत्तर **विचलन कोण** प्रिज्म पर आपतित किरण को आगे तथा निर्गत् किरण को पीछे बढ़ाने पर वे एक बिन्दु पर मिलती है इस बिन्दु पर इन दोनों किरणों के मध्य बना कोण विचलन कोण कहलाता है। [1/2]

वर्ण-विक्षेपण प्रिज्म पर आपतित श्वेत प्रकाश की किरण का अपने घटक रंगो वाली किरणों में विभाजित होने की परिघटना को वर्ण विक्षेपण कहते हैं। [1/2]

वर्ण विक्षेपण क्षमता जब श्वेत प्रकाश एक पतले प्रिज्म से गुजरता है, तो बैंगनी तथा लाल रंगों की निर्गत् किरणों के बीच कोणीय वर्ण विक्षेपण तथा मध्यवर्ती (अर्थात् पीले रंग) किरण के लिए विचलन कोण के अनुपात को प्रिज्म के पदार्थ की 'वर्ण विक्षेपण क्षमता' कहते हैं। इसे ω से प्रदर्शित करते हैं।

अपवर्तनांक के पदों में वर्ण विक्षेपण क्षमता का सूत्र

वर्ण विक्षेपण क्षमता, $\omega = \dfrac{\text{किन्हीं दो रंगों के लिए कोणीय वर्ण विक्षेपण}}{\text{इन रंगों के माध्य रंग की किरण का विचलन कोण}}$

$$\omega = \frac{\theta}{\delta_Y} \quad \text{...(i)}$$ [1]

यदि बैंगनी तथा लाल रंग के प्रकाश की किरणों के लिए विचलन कोण क्रमशः δ_V तथा δ_R हैं, तो कोणीय वर्ण विक्षेपण, $\theta = \delta_V - \delta_R$

समी (i) में समी (ii) का मान रखने पर

$$\omega = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y} \quad \text{...(ii)}$$

यदि बैंगनी, लाल तथा पीले रंग के पदार्थ के लिए प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक क्रमशः n_V, n_R तथा n_Y तथा प्रिज्म कोण A हो, तो बैंगनी तथा लाल रंग की किरणों के बीच कोणीय वर्ण विक्षेपण,

$$\delta_V - \delta_R = (n_V - 1)A - (n_R - 1)A = (n_V - n_R)A$$

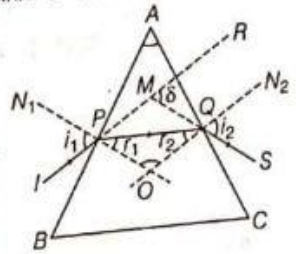
पीले रंग के लिए विचलन कोण, $\delta_Y = (n_Y - 1)A$

$\therefore$ वर्ण विक्षेपण क्षमता, $\omega = \dfrac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y} = \dfrac{(n_V - n_R)A}{(n_Y - 1)A} = \dfrac{n_V - n_R}{n_Y - 1}$ [1]

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. यदि प्रिज्म कोण A बहुत छोटा है, तो सिद्ध कीजिए कि $\delta_m = (n - 1)A$, जहाँ δ_m न्यूनतम विचलन कोण तथा n प्रिज्म का अपवर्तनांक है। *(2018, 16, 06)*

उत्तर माना ABC एक प्रिज्म है। कोण A प्रिज्म का अपवर्तन कोण है। माना प्रकाश किरण IP, प्रिज्म के अपवर्तक पृष्ठ AB पर आपतित होती है, जोकि अभिलम्ब N_1PO, की ओर झुकती हुई PQ दिशा में अपवर्तित हो जाती है।



इस पृष्ठ पर आपतन कोण i_1 तथा अपवर्तन कोण r_1 है। अपवर्तित किरण PQ पृष्ठ AC पर अभिलम्ब N_2QO से दूर हटती हुई वायु में QS दिशा में चली जाती है। इस पृष्ठ पर आपतन कोण r_2 तथा अपवर्तन कोण i_2 है। आपतित किरण IP को आगे की ओर तथा निर्गत् किरण QS को पीछे की ओर बढ़ाने पर, ये दोनों किरणें M बिन्दु पर मिलती हैं। इन दोनों किरणों के बीच बना कोण δ है, जो विचलन कोण कहलाता है। [1]

ΔMPQ में δ बाह्य कोण है।

$$\therefore \quad \delta = \angle RMS = \angle MPQ + \angle MQP$$ [1]

$$= (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2)$$

न्यूनतम विचलन $\delta = \delta_m$ की स्थिति में,

$$i_1 = i_2 = i,$$

$$r_1 = r_2 = r$$

(यही अल्पतम या न्यूनतम विचलन की आवश्यक शर्त है।)

$$\therefore \quad \delta_m = 2i - 2r \quad \text{...(i)}$$

चतुर्भुज $APOQ$ में, $\angle APO + \angle AQO = 180°$ (क्योंकि प्रत्येक कोण $90°$ है)

अतः $\angle A + \angle POQ = 180°$

परन्तु ΔPQO में, $\angle POQ + \angle r_1 + \angle r_2 = 180°$

$$\therefore \quad \angle A + \angle POQ = \angle POQ + \angle r_1 + \angle r_2$$

$$\angle A = \angle r_1 + \angle r_2 = 2r \quad (\because \angle r_1 = \angle r_2 = \angle r)$$

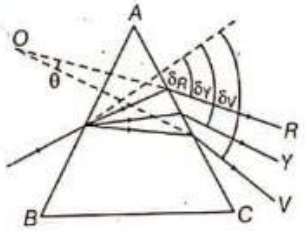
अतः $$r = \frac{A}{2} \quad \text{...(ii)}$$ [1]

समी (i) व (ii) से, $\delta_m = 2i - A$ या $i = \left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)$ ...(iii)

स्नैल के नियम से, प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक, ${}_an_g = \dfrac{\sin i}{\sin r}$

$\angle i$ व $\angle r$ के मान रखने पर, ${}_an_g = \dfrac{\sin\left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin A/2}$ ...(iv)

जब प्रिज्म बहुत पतला हो (अर्थात् $A = 5°$ से कम हो), तो न्यूनतम विचलन कोण δ_m भी बहुत छोटा होगा।



इस स्थिति में, $\sin\dfrac{A + \delta_m}{2} = \dfrac{A + \delta_m}{2} \Rightarrow \sin\dfrac{A}{2} = \dfrac{A}{2}$

$$\therefore \quad n = \frac{\left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)}{A/2}$$

$$= \frac{A + \delta_m}{A} \Rightarrow \delta_m = (n - 1)A \quad \text{इति सिद्धम्} \quad \text{...(v)}$$

समी (v) से स्पष्ट है कि पतले प्रिज्म द्वारा उत्पन्न विचलन केवल प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक n तथा प्रिज्म के कोण A पर निर्भर करता है। यह आपतन कोण पर निर्भर नहीं करता है। [2]

आंकिक प्रश्न

प्रश्न 1. यदि किसी प्रिज्म के लिये प्रिज्म कोण तथा न्यूनतम विचलन कोण, दोनों का मान A हो, तो प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक क्या होगा? *(2019, 18) (2M)*

अथवा यदि प्रिज्म का कोण तथा न्यूनतम विचलन कोण बराबर हो तो प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए। *(2020)*

हल दिया है,

प्रिज्म कोण, (A) = न्यूनतम विचलन कोण, $A = \delta_m$

अतः प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक,

$$\mu = \frac{\sin\left(\dfrac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin(A/2)}, \quad \mu = \frac{\sin\left(\dfrac{A + A}{2}\right)}{\sin(A/2)}$$ [1]

$$\mu = \frac{\sin A}{\sin(A/2)}, \quad \mu = \frac{2\sin(A/2)\cdot\cos(A/2)}{\sin(A/2)}$$ [1]

$$\mu = 2\cos(A/2)$$

प्रश्न 2. किसी प्रिज्म के लिए अल्पतम विचलन कोण 30° तथा प्रिज्म कोण 60° है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए, जबकि $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ और $\sin 30° = \frac{1}{2}$ हैं।

(2016) (1M)

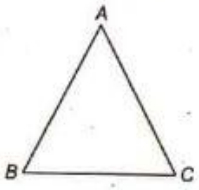
हल दिया है, अल्पतम विचलन कोण $(\delta_m) = 30°$

प्रिज्म कोण $(A) = 60°$

प्रिज्म का अपवर्तनांक, $n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{60°+30°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{60°}{2}\right)}$ [1/2]

$= \frac{\sin 45°}{\sin 30°} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2 = \sqrt{2} = 1.414$ [1/2]

प्रश्न 3. एक प्रकाश किरण समबाहु काँच के प्रिज्म के पृष्ठ AB पर आपतित होती है तथा 30° का न्यूनतम विचलन कोण प्रदर्शित करती है। प्रिज्म से गुजरने वाले प्रकाश की चाल ज्ञात कीजिए। AB पृष्ठ पर आपतन कोण ज्ञात कीजिए ताकि निर्गत् किरण, पृष्ठ AC को स्पर्श करते हुए निकल जाए।



दिया है, निर्वात् में प्रकाश की चाल $= 3 \times 10^8$ मी/से

तथा $\sin 15° = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \cdot 5$

(2019) (2M)

हल प्रिज्म का अपवर्तनांक, ${}_a n_g = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{60°+30°}{2}\right)}{\sin\left(\frac{60°}{2}\right)}$

${}_a n_g = \frac{\sin 45°}{\sin 30°} = \frac{0.707}{0.5} = 1.414$ [1]

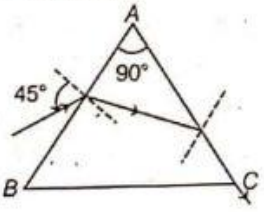
प्रिज्म में प्रकाश की चाल, $v' = \frac{c}{{}_a n_g} = \frac{3 \times 10^8}{1414} = 2.12 \times 10^8$

चूँकि विचलन न्यूनतम है,

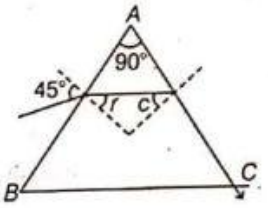
अत: आपतन कोण, $i = \frac{A+\delta_m}{2} = \frac{60°+30°}{2} = 45°$ [1]

प्रश्न 4. एक 90° कोण वाले प्रिज्म के पृष्ठ AB पर एकवर्णीय प्रकाश की किरण चित्रानुसार आपतित होती है। अपवर्तन के पश्चात् निर्गत् किरण पृष्ठ AC के स्पर्शवत् निकलती है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए।

(2020) (3M)



हल



AC पर आपतित कोण, क्रान्तिक कोण के बराबर होगा।

इस दशा में, $r = c$

तथा $r + c = 90°$

$c + c = 90°$

$c = 45°$

अपवर्तनांक, $n = \frac{1}{\sin c}$

$= \frac{1}{\sin 45°}$

$= \sqrt{2} = 1.414$

प्रश्न 5. काँच के एक प्रिज्म का कोण 60° है तथा अल्पतम विचलन को है। काँच का अपवर्तनांक क्या है? (दिया है, $\sin 49.5° = 0.$

(2012)

हल प्रिज्म कोण, $A = 60°$, अल्पतम विचलन कोण, $\delta_m = 39°$, $n =$

काँच का अपवर्तनांक, $n = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin(A/2)}$

$\therefore \quad n = \frac{\sin\left(\frac{60°+39°}{2}\right)}{\sin(60°/2)} = \frac{\sin 49.5°}{\sin 30°}$

$= \frac{0.76}{1/2} = 0.76 \times 2 = 1.52$

प्रश्न 6. कोई प्रिज्म अज्ञात अपवर्तनांक के काँच का बना है। कोई स प्रकाश पुँज इस प्रिज्म के किसी फलक पर आपतित होता है। का न्यूनतम विचलन कोण 40° मापा गया। प्रिज्म के पद अपवर्तनांक क्या है? प्रिज्म का अपवर्तन कोण 60° है। यदि को जल (अपवर्तनांक 1.33) में रख दिया जाए, तो प्रक समान्तर पुँज के लिए नए न्यूनतम विचलन कोण का पा कीजिए।

(NCERT

हल न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = 40°$, प्रिज्म कोण, $A = 60°$

काँच का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक,

${}^a\mu_g = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$

$= \frac{\sin\left(\frac{60°+40°}{2}\right)}{\sin 30°} = \frac{\sin 50°}{\sin 30°}$

${}^a\mu_g = \frac{0.766}{0.5} = 1.532$

जब प्रिज्म जल में स्थित है। जल का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक,

${}^a\mu_w = 1.33$

जल के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक, ${}^w\mu_g = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta'_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$

जहाँ, δ'_m नया न्यूनतम विचलन कोण है।

$\therefore \quad \frac{{}^a\mu_g}{{}^a\mu_w} = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta'_m}{2}\right)}{\sin 30°}$

$\sin\left(\frac{A+\delta'_m}{2}\right) = \frac{1.532 \times \sin 30°}{1.33}$

अथवा $\sin\left(\frac{A+\delta'_m}{2}\right) = \frac{0.5 \times 1.532}{1.33} = 0.5759$

अथवा $\sin\left(\frac{A+\delta'_m}{2}\right) = \sin 35°10'$

$\delta'_m = 2(30°10') - 60° = 70°20' - 60°$

$\delta'_m = 10°20'$

अतः नया न्यूनतम विचलन कोण $10°20'$ है। [2]

न 7. $60°$ अपवर्तन कोण के प्रिज्म के फलक पर किसी प्रकाश किरण को किस कोण पर आपतित कराया जाए कि इसका दूसरे फलक से केवल पूर्ण आन्तरिक परावर्तन ही हो? प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.524 है। *(NCERT) (3M)*

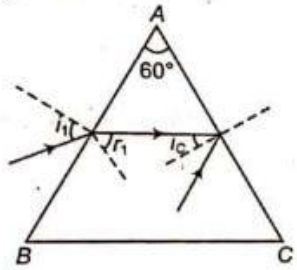
हल प्रिज्म कोण, $A = 60°$, प्रिज्म का अपवर्तनांक, $\mu = 1524$

माना i आपतन कोण है क्रान्तिक कोण i_C है क्योंकि यह पूर्ण आन्तरिक परावर्तन प्रदर्शित करता है।

अतः हम क्रान्तिक कोण प्रयुक्त करते हैं।

$$\sin, i_C = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{1.524} = 0.6561$$

$$i_C = 41°$$ [1]



प्रिज्म के लिए, $r_1 + r_2 = A$

तथा $r_2 = i_C$

$r_1 + i_C = A$

$r_1 + 41° = 60°$

$r_1 = 19°$

$\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1}$

अथवा $\sin i_1 = 1524 \sin 19° = 1524 \times 0.3256$

अथवा $i_1 = \sin^{-1}(0.4962)$

$i_1 = 29°75'$ [2]

अतः कोण $29°75'$ होना चाहिए।

18. न्यूनतम विचलन अवस्था में एक प्रकाश किरण एक समकोणिक प्रिज्म पर इस प्रकार आपतित होती है कि आपतन कोण, प्रिज्म कोण का 3/4 है। न्यूनतम विचलन कोण ज्ञात कीजिए। *(2014) (2M)*

हल माना कि प्रिज्म कोण A है।

आपतन कोण, $i = 3/4\,A$, न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = ?$

$$i = \frac{A + \delta_m}{2}$$

$$\frac{3}{4}A = \frac{A + \delta_m}{2}$$ [1]

$$\delta_m = \frac{3}{2}A - A,\ \delta_m = \frac{1}{2}A$$ [1]

अर्थात् न्यूनतम विचलन कोण प्रिज्म कोण का आधा होगा।

19. $63°$ कोण वाले प्रिज्म का पीले प्रकाश के लिए विचलन कोण $29°$ है। आपतन कोण ज्ञात कीजिए। *(2016) (1M)*

हल दिया है, प्रिज्म कोण $(A) = 63°$

विचलन कोण $(\delta_m) = 29°$

आपतन कोण, $i = \frac{(A + \delta_m)}{2} = \left(\frac{63° + 29°}{2}\right) = 46°$

प्रश्न 10. एक प्रिज्म का अपवर्तन कोण $60°$ है। जब प्रकाश किरण $45°$ पर प्रिज्म पर आपतित होती है, तो अल्पतम विचलन होता है। अल्पतम विचलन कोण ज्ञात कीजिए। *(2008) (1M)*

हल दिया है, आपतन कोण, $i = 45°$, प्रिज्म कोण, $A = 60°$

अल्पतम विचलन कोण, $\delta_m = 2i - A = 2 \times 45° - 60° = 30°$

प्रश्न 11. किसी पतले प्रिज्म से उत्पन्न न्यूनतम विचलन कोण $10°$ है। प्रिज्म कोण ज्ञात कीजिए। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 है। *(2016) (1M)*

हल दिया है, पतले प्रिज्म का अपवर्तनांक, $n = 1.5$

$\because$ $\delta_m = (n-1)A$

$10 = (1.5-1)A$

$\Rightarrow$ $A = \frac{10}{0.5} = 20°$

प्रश्न 12. काँच से निर्मित एक पतले प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण $4°$ है। प्रिज्म कोण ज्ञात कीजिए। (काँच का अपवर्तनांक 1.5 है) *(2012) (1M)*

हल दिया है, न्यूनतम विचलन कोण $(\delta) = 4°$

न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = (n-1)A$ [1/2]

$4° = (1.5-1)A = 0.5A$

अथवा प्रिज्म कोण, $A = \frac{4°}{0.5} = 8°$ [1/2]

प्रश्न 13. किसी पतले प्रिज्म का प्रिज्म कोण $4°$ है तथा इसके पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 है। प्रिज्म द्वारा उत्पन्न न्यूनतम विचलन कोण ज्ञात कीजिए। *(2013) (1M)*

हल अपवर्तनांक, $n = 1.5$, प्रिज्म कोण, $A = 4°$, $\delta_m = ?$

न्यूनतम विचलन कोण, $\delta_m = (n-1)A$

$= (1.5-1)4° = 0.5 \times 4° = 2°$

प्रश्न 14. यदि काँच के एक पतले प्रिज्म को जल में डुबो दें, तो सिद्ध कीजिए कि प्रिज्म द्वारा उत्पन्न प्रकाश का न्यूनतम विचलन कोण (वायु में रखने पर) एक-चौथाई रह जाएगा। $\left({}_a n_g = \frac{3}{2}\right.$ तथा $\left.{}_a n_w = \frac{4}{3}\right)$ *(2014, 13) (2M)*

हल दिया है, वायु के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक, ${}_a n_g = 3/2$ तथा वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक, ${}_a n_w = 4/3$

काँच का जल के सापेक्ष अपवर्तनांक, ${}_w n_g = \frac{{}_a n_g}{{}_a n_w} = \frac{3/2}{4/3} = \frac{9}{8}$

विचलन कोण, $\delta_m = (n-1)A$

जल में विचलन कोण, $\delta_w = ({}_w n_g - 1)A = \left(\frac{9}{8} - 1\right)A = \frac{A}{8}$ [1]

वायु में विचलन कोण, $\delta_a = ({}_a n_g - 1)A = \left(\frac{3}{2} - 1\right)A = \frac{A}{2}$

$\therefore$ $\frac{\delta_w}{\delta_a} = \frac{A}{8} \times \frac{2}{A} = \frac{1}{4} \Rightarrow \delta_w = \frac{1}{4}\delta_a$ [1]

प्रश्न 15. बैंगनी और लाल रंग के लिए किसी प्रकाशिक माध्यम के अपवर्तनांक 1.54 तथा 1.51 हैं। यदि इस पदार्थ के बने एक प्रिज्म का कोण $5°$ हो, तो कोणीय वर्ण विक्षेपण बताइए। *(2008) (1M)*

हल दिया है, बैंगनी रंग के लिए अपवर्तनांक $(n_V) = 1.54$
लाल रंग के लिए अपवर्तनांक $(n_R) = 1.51$
कोणीय वर्ण विक्षेपण $= (n_V - n_R)A = (1.54 - 1.51)5° = 0.15$

प्रश्न 16. किसी पदार्थ के लाल, बैंगनी तथा पीले रंग के लिए अपवर्तनांक क्रमशः 1.52, 1.62 तथा 1.60 हैं। पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्षमता (परिक्षेपण क्षमता) ज्ञात कीजिए। ***(2014, 11) (2M)***

हल पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्षमता, $\omega = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1}$ [1]

$$= \frac{1.62 - 1.52}{1.60 - 1} = \frac{0.10}{0.60} = 0.166$$ [1]

प्रश्न 17. वर्ण विक्षेपण क्षमता की परिभाषा दीजिए। फ्लिण्ट काँच के लिए बैंगनी तथा लाल रंगों के प्रकाश के लिए अपवर्तनांक क्रमशः 1.632 तथा 1.610 हैं। काँच के पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्षमता ज्ञात कीजिए। ***(2017) (2M)***

हल **वर्ण विक्षेपण क्षमता** लघु उत्तरीय प्रश्न-II के प्रश्न 4 का उत्तर देखें। [1]

दिया है, $n_V = 1.632$ तथा $n_R = 1610$
बैंगनी रंग के लिए, $n_Y = \frac{n_V + n_R}{2} = \frac{1.632 + 1610}{2} = 1621$
वर्ण विक्षेपण क्षमता, $\omega = \frac{n_V - n_R}{(n_Y - 1)} = \frac{1.632 - 1610}{(1621 - 1)} = 3.5 \times 10^{-2}$

प्रश्न 18. एक पतले प्रिज्म के पदार्थ के लिए लाल एवं बैंगनी रंगों अपवर्तनांक क्रमशः 1.61 व 1.65 हैं। पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्ष 0.08 है। प्रकाश के पीले रंग के लिए प्रिज्म का विचलन कोण प्रिज्म कोण की गणना कीजिए। ***(2011)***

हल पीले रंग के लिए अपवर्तनांक, $n_Y = \frac{n_V + n_R}{2}$

$$= \frac{1.61 + 1.65}{2} = 1.63$$

विचलन कोण, $\delta_Y = (n_Y - 1)A$
प्रिज्म कोण, $A = \frac{\delta_Y}{n_Y - 1} = \frac{5°}{(1.63 - 1)} = 7.93°$