पाठ 2

घन एवं घनमूल

आइए सीखें

- दी गई संख्या का घन ज्ञात करना।
- कोई संख्या पूर्ण घन है या नहीं, ज्ञात करना।
- अभाज्य गुणनखण्ड से गुणा और भाग द्वारा पूर्ण घन बनाना।
- संख्याओं के घन को देखकर सम और विषम संख्याओं के घन की पहचान करना।
- पूर्ण घन संख्या का घनमूल ज्ञात करना।

2.1 घन (Cube)

किसी संख्या को उसी संख्या से तीन बार गुणा करने पर जो संख्या प्राप्त होती है उसे उस संख्या का घन कहते हैं।

उदाहरण : $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

उपरोक्त उदाहरणों से हम कह सकते हैं कि **2 का घन 8 है, 3 का घन 27** और **4 का घन 64 है।** 2^3 को हम **2 घात 3 पढ़ते** हैं।

इसी प्रकार,

$1 \times 1 \times 1 = 1^3 = 1$

1 का घन 1 है।

अर्थात, किसी संख्या का घन उस संख्या की घात 3 होता है। दस प्राकृत संख्याओं के घन नीचे सारणी (1) में दिए गए हैं।

सारणी (1)

संख्या (a)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
घन (a^3)	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

इस सारणी में 1, 2, 3, 4, 5, ..., 9, 10 के घन क्रमश: 1, 8, 27, 64, 125, ..., 729, 1000 हैं। संख्या 1, 8, 27, ..., 729, 1000 पूर्ण घन कहलाते हैं।

2.2 पूर्ण घन संख्या ज्ञात करना : कोई संख्या पूर्ण घन है कि नहीं, ज्ञात करने के लिए उस संख्या का अभाज्य गुणनखण्ड करते हैं। इन गुणनखण्डों में से तीन-तीन समान गुणनखण्डों के त्रिक समूह बनाते

हैं। यदि कोई गुणनखण्ड समूह बनाने के बाद छूट जाता है तो वह संख्या पूर्ण घन नहीं होती है। आइए इसे निम्नलिखित उदाहरण से समझें।

उदाहरण 1. क्या 576 पूर्ण घन संख्या हैं? गुणनखण्ड विधि द्वारा ज्ञात करें।

हल :

2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

संख्या 576 का गुणनखण्ड करने पर 2 के तीन-तीन समान गुणनखण्ड लेने पर दो त्रिक समूह बनते हैं परन्तु 3 का त्रिक समूह नहीं बनता क्योंकि एक 3 की कमी है। अत: संख्या 576 पूर्ण घन नहीं है।

अब हम निम्न उदाहरण को देखते हैं।

उदाहरण 2. क्या संख्या 1728 पूर्ण घन है?

हल :

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

यहाँ हम देखते हैं कि संख्या 1728 का अभाज्य गुणनखण्ड करने पर 2 के दो त्रिक समूह और 3 का एक त्रिक समूह बनता है। तीन-तीन समान गुणनखण्डों के समूह बनाने पर कोई भी गुणनखण्ड नहीं छूटता। अत: संख्या 1728 पूर्ण घन है।

2.3 पूर्ण घन संख्या बनाना : यदि कोई संख्या पूर्ण घन नहीं है तो उसे पूर्ण घन निम्न दो प्रकार से बनाया जा सकता है।

1. अभाज्य गुणनखण्ड से गुणा : दी हुई संख्या का अभाज्य गुणनखण्ड करते हैं। यह देखते हैं कि किस गुणनखण्ड का त्रिक समूह नहीं बन रहा है। यदि समूह में एक या दो गुणनखण्डों की कमी है तो उससे दी हुई संख्या में गुणा करते हैं। इस प्रकार प्राप्त संख्या पूर्ण घन होगी क्योंकि इस प्रकार प्रत्येक गुणनखण्ड के तीन-तीन के समूह बन जायेंगे।

उदाहरण 3 576 में किस छोटी से छोटी संख्या का गुणा किया जाय कि गुणनफल पूर्ण घन बन जाये?

हल :

2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
	3

$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

यहाँ अभाज्य गुणनखण्डों के तीन-तीन का समूह बनाने पर गुणनखण्ड 3 के समूह का एक गुणनखण्ड कम है। अत: 3 का संख्या 576 में गुणा करते हैं।

अत: $576 \times 3 = 1728$ पूर्ण वर्ग होगा।

उदाहरण 4. संख्या 6750 को किस लघुतम संख्या से गुणा किया जाए कि गुणनफल पूर्ण घन बन जाए।

हल : $6750 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

यहाँ अभाज्य गुणनखण्ड 2 त्रिक रूप से समूहित नहीं है। 2 का त्रिक बनाने के लिए संख्या 6750 को 2 से दो बार गुणा करना होगा।

$6750 \times 2 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

अब संख्या $6750 \times 2 \times 2$ पूर्ण घन संख्या है। अत: 6750 को 2×2 अर्थात 4 से गुणा करने पर पूर्ण घन बनाया जा सकता है।

2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
	5

2. अभाज्य गुणनखण्ड से भाग : दी हुई संख्या का अभाज्य गुणनखण्ड करते हैं। प्रत्येक

गुणनखण्ड का तीन-तीन का समूह (त्रिक) बनाते हैं। जिस गुणनखण्ड का त्रिक समूह नहीं बनता है, उस गुणनखण्ड को दी गई संख्या में से हटाने के लिए उससे दी गई संख्या में भाग देते हैं। इस प्रकार प्राप्त संख्या पूर्ण घन बन जाती है।

उदाहरण 5. किस छोटी से छोटी संख्या का 8640 में भाग दें कि भागफल पूर्ण घन हो?

हल :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8640 \\ \hline 2 & 4320 \\ \hline 2 & 2160 \\ \hline 2 & 1080 \\ \hline 2 & 540 \\ \hline 2 & 270 \\ \hline 3 & 135 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$8640 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

यहाँ हम देखते हैं कि गुणनखण्ड 5 तीन बार नहीं आया है। अत: संख्या 8640 में 5 का भाग देने से भागफल पूर्णघन होगा।

अत: $8640 \div 5 = 1728$ पूर्ण घन संख्या है।

2.4 सम और विषम संख्याओं के घन

निम्न संख्याओं के घन देखिए

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 9$

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

इन संख्याओं के घन और सारणी 1 को देखकर यह स्पष्ट होता है कि

(a) विषम प्राकृत संख्याओं के घन विषम होते हैं।
(b) सम प्राकृत संख्याओं के घन सम होते हैं।
(c) किसी ऋणात्मक संख्या का घन ऋणात्मक संख्या होती है।

2.5 दो-अंकीय संख्या का घन निकालना (वैकल्पिक विधि)

यहाँ हम x^3 ज्ञात करने के लिए एक वैकल्पिक विधि का प्रयोग करेंगे, जहाँ x एक दो-अंकीय संख्या है।

माना x = ab एक दो अंकों वाली संख्या है, जिसमें a दहाई का अंक तथा b इकाई का अंक है। $(ab)^3$ के लिए हम चार स्तंभ बनाएँगे। ये चार स्तंभ सर्वसमिका

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

में प्रयुक्त चार पदों a^3, $3a^2b$, $3ab^2$, b^3 के संगत होते हैं। स्तंभों में इकाई के अंक को रखते हैं तथा दहाई व अन्य अंकों को बाई ओर के अगले स्तंभ में जोड़ देते हैं। इसे निम्न उदाहरण से समझेंगे।

उदाहरण 6. वैकल्पिक विधि द्वारा 42^3 ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ a = 4, b = 2 है। अत:

स्तंभ I	**स्तंभ II**	**स्तंभ III**	**स्तंभ IV**	**संक्षिप्त रूप**
a^3	$3a^2 \times b$	$3a \times b^2$	b^3	
4^3 = 64 + 10 74	$3 \times 4^2 \times 2$ = 96 + 4 100	$3 \times 4 \times 2^2$ = 48	2^3 = 8	a^3 | $3a^2b$ | $3ab^2$ | b^3 74 | 0 | 8 | 8 | 10 | 4 |
74	0	8	8	

$\therefore\ 42^3 = 74088$

यहाँ इकाई के लिए b = 2 और दहाई के लिए a = 4 लिखा अब a^3 के नीचे 4^3, $3a^2 \times b$ के नीचे $3 \times 4^2 \times 2$, $3ab^2$ के नीचे $3 \times 4 \times 2^2$ तथा b^3 के नीचे 2^3 लिखा। 8 इकाई को ज्यों का त्यों रखा। स्तंभ III में 48 में दहाई संख्या 4 को स्तंभ II में 96 में जोड़ा 100 में इकाई की संख्या 0 को छोड़कर 10 को स्तंभ I में 64 में जोड़ा। इस प्रकार 74088 घन संख्या होगी।

उदाहरण 7. वैकल्पिक विधि द्वारा 45 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : यहाँ a = 4, b = 5

स्तंभ I	**स्तंभ II**	**स्तंभ III**	**स्तंभ IV**	**संक्षिप्त रूप**
a^3	$3 \times a^2 \times b$	$3 \times a \times b^2$	b^3	
4^3 = 64 + 27 91	$3 \times 4^2 \times 5$ = 240 + 31 271	$3 \times 4 \times 5^2$ = 300 + 12 312	5^3 = 125	a^3 | $3a^2b$ | $3ab^2$ | b^3 91 | 1 | 2 | 5 | 27 | 31 | 12 **= 91125 उत्तर**
91	1	2	5	

उपरोक्त से स्पष्ट है कि 125 के 12 को 300 में जोड़ते हैं 312 में 31 को 240 में जोड़ने के पश्चात् 271 हुआ। अब 271 में से 27 को 64 में जोड़ा और योग 91 हुआ।

अतः 45 का घन 91125 हुआ।

टिप्पणी : जब a और b के मान छोटे नहीं होते तो $3 \times a^2 \times b$ और $3 \times a \times b^2$ का परिकलन तुरंत करना थोड़ा कठिन हो जाता है। इस स्थिति में वैकल्पिक विधि को निम्न प्रकार से सरलीकरण कर सकते हैं।

a^3	$3 \times a^2 \times b$	$3 \times a \times b^2$	b^3
या a^2 $\times a$	a^2 $\times 3b$	b^2 $\times 3a$	b^2 $\times b$

आइए इस विधि से निम्नलिखित उदाहरण से समझें।

उदाहरण 8. वैकल्पिक विधि से 87 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : 87^3 के हमें निम्न प्रकार से परिकलन कर सकते हैं।

I	II	III	IV
8^2 $\times 8$	8^2 $\times 21$	7^2 $\times 24$	7^2 $\times 7$

या

64 × 8 512 146 658	64 × 21 1344 121 1465	49 × 24 1176 34 1210	49 × 7 343
658	5	0	3

अतः $87^3 = 658503$

प्रश्नावली 2.1

1. निम्नलिखित संख्याओं के घन ज्ञात कीजिए

   (i) 9 (ii) 11 (iii) 13 (iv) 17 (v) 201

2. ऐसी 5 प्राकृत संख्याएँ लीजिए जो 2 की अपवर्त्य हों, फिर इनके घन लिखिए।

3. निम्नांकित में कौन सी संख्याएँ पूर्ण घन हैं?

125, 243, 2401, 432, 106480

4. किन लघुतम संख्याओं से गुणा करें कि निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण घन बन जाएँ

(i) 3528 (ii) 1080 (iii) 196 (iv) 53240

5. वह लघुत्तम संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिन से भाग देने पर निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण घन बन जाएँ

(i) 8640 (ii) 128 (iii)53240 (iv) 106480.

घन ज्ञात करने की कुछ विशेष विधियाँ

1. सर्वसमिका $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ के प्रयोग से दो अंकों की संख्या का घन ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 9. 32 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : 32^3

सूत्र $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	को इसी क्रम से निम्नलिखित अनुसार लिखेंगे।

$(a \mid b)^3 = a^3 \mid 3a^2b \mid 3ab^2 \mid b^3$

$32^3 = 32 \mid 7 \mid 6 \mid 8$

$5 \mid 3 \mid \mid$

= 32768 उत्तर

(1) $a = 3,\ b = 2$
(2) हल दायें से बायें (←) (इकाई की ओर से)
(3) $b^3 = 2^3 = 8$
(4) $3ab^2 = 3 \times 3 \times 2^2 = 36$ का 6 लिखें तथा 3 हासिल इसी प्रकार आगे हल करेंगे।

प्रश्नावली 2.2

सूत्र $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ के प्रयोग से हल कीजिए

1. 24^3, 2. 42^3, 3. 27^3, 4. 71^3, 5. 51^3, 6. 31^3, 7. 22^3, 8. 13^3, 9. 15^3, 10. 25^3

2. सूत्र निखिलम इस विधि से उन संख्याओं का घन सरलता से ज्ञात कर सकते हैं, जो आधार अर्थात 10, 100, 1000 ... आदि के निकट हों।

उदाहरण 10. 13 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : 13^3

$$
\begin{array}{rl}
= & 1\,3 \;\; +3 \\
 & 1\,3 \;\; +3 \\
\times & 1\,3 \;\; +3 \\
\hline
 & 2\,1 \,|\, 9 \;\; | \, 7 \\
 & \;\;\; 2 \,|\;\; 2 \,|
\end{array}
$$

= 2197 उत्तर

1. 13 आधार संख्या 10 के निकट है। 10 से +3 तीन अधिक है अत: विचलन +3 होगा।
2. उत्तर के तीन भाग होंगे

   बायां भाग | मध्य भाग | दायां भाग

3. उत्तर का दायां भाग = $(\text{विचलन})^3$

   $= 3 \times 3 \times 3$

   $= 27$

(4) उत्तर का मध्य भाग = $3 \times (\text{विचलन})^2 + \text{हासिल}$

$= (3 \times 3) + (3 \times 3) + (3 \times 3) + 2$ हासिल

$= 9 + 9 + 9 + 2$ हासिल

$= 29$

(5) उत्तर का बायां भाग = संख्या $+ 2 \times$ विचलन + हासिल

$= 13 + 2 \times 3 + 2$ हासिल

$= 19 + 2$ हासिल

$= 21$

(6) उत्तर के दायें तथा मध्य भाग में उतने ही अंक रखेंगे जितने आधार में शून्य है।

उदाहरण 11. 104 का घन ज्ञात कीजिए?

हल : 104^3

$$
\begin{array}{rl}
= & 104 \;\; + \;\; 04 \\
 & 104 \;\; + \;\; 04 \\
\times & 104 \;\; + \;\; 04 \\
\hline
 & 112 \,|\, 48 \;\; | \, 64
\end{array}
$$

$= 112\ 4864$

(1) 104 का आधार 100 है तथा विचलन +04 है।

(2) उत्तर का दायां भाग = विचलन^3

$= 4^3$

$= 64$

(3) उत्तर का मध्य भाग = 3 × विचलन^2 + हासिल

$= 3 \times 4^2 + 0$

$= 48$

(4) उत्तर का बायां भाग = (संख्या + 2 × विचलन) + हासिल

$= 104 + (2 \times 4) + 0 = 104 + 8$

$= 112$

(5) उत्तर के दायें तथा मध्य भाग में दो-दो अंक रखे गये हैं क्योंकि आधार 100 में दो शून्य हैं।

उदाहरण 12. 12, 103 तथा 98 का घन ज्ञात कीजिए।

हल : सूत्र

संख्या^{3} = संख्या + 2 × विचलन | 3 × विचलन^2 | विचलन^3

$\mathbf{12^3} = 12 + (2 \times 2) \mid 3 \times 2^2 \mid 2^3$

$= 17 \mid 2 \mid 8$

$= 17 \mid 2 \mid 8$ उत्तर

$= 1728$

1. 12 के लिए आधार 10 है।
2. 12 का आधार 10 से विचलन + 2 है।

$\mathbf{103^3} = 103 + (2 \times 03) \mid 3 \times (03)^2 \mid (03)^3$

$= 109 \mid 27 \mid 27$

$\mathbf{98^3} = 98 + (2) \times (-2) \mid 3 \times (-2)^2 \mid (-2)^3$

$= (98 - 4) \mid 12 \mid 0\overline{8}$

$(-2)^3 = -8 = 0\overline{8}$ लिखेंगे।

$= 9412\overline{08}$

$= 941200 - 8$

$= 941192$

उत्तर के दायें तथा मध्य भाग में उतने ही अंक रखेंगे जितने आधार में शून्य हैं।

उदाहरण 13. 996^3 तथा 1005^3 निखिलम सूत्र से हल कीजिए।

हल : 996^3

सूत्र | संख्या^{3} = संख्या + (2 × विचलन) | 3 × विचलन^2 | विचलन^3 |

$996^3 = 996 + (2 \times -4) \mid 3 \times (-4)^2 \mid (-4)^3$

$= 988 \mid 048 \mid 0\overline{64}$

$= 9880480\overline{64}$

$= 988048000 - 64$

$= 988047936$

(1) 996 का आधार 1000 है।
(2) आधार से विचलन – 4 है।
(3) दायें तथा मध्य भाग में तीन-तीन अंक रखना होगा क्योंकि आधार में तीन शून्य है।

$1005^3 = 1005 + (2 \times 5) \mid 3 \times 5^2 \mid 5^3$

हल : $= 1015 \mid 075 \mid 125$

$= 1015075125$

प्रश्नावली 2.3

निखिलम् सूत्र का प्रयोग कर हल कीजिए

1. 14^3, 2. 9^3, 3. 101^3, 4. 102^3, 5. 104^3, 6. 108^3, 7. 97^3, 8. 998^3, 9. 997^3

2.6 घनमूल (Cube root)

$8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $512 = 8^3$, $1000 = 10^3$

हम कहते हैं कि 8 का घनमूल 2 है। इसी प्रकार 512 का घनमूल 8 और 1000 का घनमूल 10 है। इस प्रकार यदि प्राकृत संख्या n का घनमूल m है तो $m^3 = n$

इसे हम $\sqrt[3]{n} = m$ भी लिखते हैं।

अतः $\sqrt[3]{8} = 2, \sqrt[3]{27} = 3, \sqrt[3]{64} = 4$, आदि।

2.7 पूर्ण घन संख्या का गुणनखण्ड विधि से घनमूल ज्ञात करना

हम जानते हैं कि पूर्ण घन संख्या के प्रत्येक अभाज्य गुणनखण्ड तीन बार या त्रिक रूप में उपस्थित होता है। अतः किसी संख्या का घनमूल निम्न विधि से ज्ञात किया जा सकता है।

चरण 1. संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।

चरण 2. समान गुणनखण्डों को तीन-तीन के (त्रिक) समूह में कीजिए।

चरण 3. यदि कुछ अभाज्य गुणनखण्ड तीन के समूह में नहीं आते हैं तो वह संख्या पूर्ण घन नहीं होगी और उसका घनमूल पूर्ण संख्या नहीं होगी।

चरण 4. प्रत्येक तीन के समूह में से एक-एक गुणनखण्ड लेकर उनका गुणनफल ज्ञात कीजिए।

चरण 5. इस प्रकार प्राप्त गुणनफल दी गई संख्या का घनमूल होगा।

आइए इसे निम्नलिखित उदाहरणों से समझें।

उदाहरण 14. 343 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल :

7	343
7	49
7	7
	1

$343 = 7 \times 7 \times 7$

अत: घनमूल 7 होगा।

या $\sqrt[3]{343} = 7$

उदाहरण 15. 91125 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल :

5	91125
5	18225
5	3645
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$91125 = \underline{5 \times 5 \times 5} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

घनमूल $= 5 \times 3 \times 3$

$= 45$

अत: $\sqrt[3]{91125} = 45$

2.8 ऋणात्मक संख्याओं का घनमूल :

किसी भी घनात्मक पूर्णांक m के लिए

$$-m = -1 \times m$$

$$\therefore \sqrt[3]{-m} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{m}$$

परन्तु $\sqrt[3]{-1} = -1$, क्योंकि $(-1)^3 = -1$ है।

$$\therefore \sqrt[3]{-m} = -\sqrt[3]{m}$$

अत: ऋणात्मक संख्या का घनमूल ऋणात्मक होता है।

उदाहरण 16. $\sqrt[3]{-343} = -\sqrt[3]{343} = -7$

$\sqrt[3]{-2197} = -\sqrt[3]{2197} = -13$

2.9 परिमेय संख्याओं का घनमूल

पिछले पाठ में हमने पढ़ा था कि किसी परिमेय संख्या का वर्गमूल उसके अंश के वर्गमूल को हर के वर्गमूल से भाग देकर ज्ञात किया जा सकता है।

इसी प्रकार हम इन संख्याओं के घनमूल भी ज्ञात करते हैं।

उदाहरण 17. घनमूल ज्ञात कीजिए

(i) $\frac{343}{166375}$ (ii) $-\frac{3375}{4913}$

हल (i) $\sqrt[3]{\frac{343}{166375}} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{166375}}$

$= \sqrt[3]{\frac{7\times7\times7}{5\times5\times5\times11\times11\times11}}$

$= \frac{7}{5\times11} = \frac{7}{55}$

5	166375
5	33275
5	6655
11	1331
11	121
	11

अत : $\sqrt[3]{\frac{343}{166375}} = \frac{7}{55}$

(ii) $\sqrt[3]{\frac{-3375}{4913}} = -\frac{\sqrt[3]{3375}}{\sqrt[3]{4913}}$

$= -\frac{\sqrt[3]{5\times5\times5\times3\times3\times3}}{\sqrt[3]{17\times17\times17}}$

$= \frac{-5\times3}{17} = -\frac{15}{17}$

5	3375
5	675
5	135
3	27
3	9
	3

17	4913
17	289
	17

प्रश्नावली 2.4

1. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा निम्न संख्याओं के घनमूल ज्ञात कीजिए

   (i) 250047 (ii) 438976 (iii) 614125 (iv) 74088

2. घनमूल ज्ञात कीजिए

   (i) –13824 (ii) –91125 (iii) –32768 (iv) –17576

3. घनमूल ज्ञात कीजिए

(i) $\frac{729}{2197}$ (ii) $\frac{343}{166375}$ (iii) $\frac{3375}{4913}$ (iv) $\frac{42875}{9261}$

4. घनमूल ज्ञात कीजिए

(i) $\frac{-2197}{343}$ (ii) $-\frac{1331}{250047}$ (iii) $\frac{-117649}{91125}$ (iv) $-\frac{46656}{2197}$

5. एक घन का आयतन 2744 घनमीटर है। घन की एक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

घनमूल ज्ञात करने की गुणनखण्ड विधि हम जानते हैं। यहाँ विलोकनम् उपसूत्र से पूर्ण घन संख्या का घनमूल ज्ञात करना सीखेंगे

सारणी को याद कीजिए

संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
संख्या का घन	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
संख्या का बीजांक	1	8	9	1	8	9	1	8	9	1

पूर्ण घन संख्या के बीजांक 1, 8, 9 होते हैं। लेकिन इसका विलोम सत्य नहीं है।

घन संख्या की इकाई	**घनमूल की इकाई**
1	1
2	8
3	7
4	4
5	5
6	6
7	3
8	2
9	9
0	0

घन संख्या की इकाई देखते ही हम घनमूल की इकाई बता सकें इस हेतु याद करें।

उदाहरण 18. 29791 का घनमूल ज्ञात कीजिये।

हल : $\sqrt[3]{29791} = 31$

- संख्या में बायीं ओर से तीन-तीन अंकों के समूह बनाते हैं। यहां दायें समूह में केवल दो अंक हैं। इसे भी एक समूह ही मानेंगे।
- संख्या के अंकों के जितने समूह बनेंगे घनमूल में उतने अंक होंगे। यहाँ घनमूल दो अंकों का प्राप्त होगा।
- घनमूल की इकाई निश्चित करना घन-संख्या की इकाई 1 है अत: घनमूल की इकाई 1 होगी।
- घनमूल की दहाई निश्चित करना बायें समूह का निकटतम घनमूल ही घनमूल की दहाई होगी। 29 का निकटतम घनमूल ज्ञात करने में
  हम देखते हैं कि $3^3 = 27$
  $4^3 = 64$
- $4^3 = 64$, 29 से अधिक है, अत: उससे कम वाला अंक अर्थात 3 दहाई होगा।
  29791 का घनमूल 31 है।

उदाहरण 19. 941192 का घनमूल विलोकनम् से ज्ञात कीजिए

हल : $\sqrt[3]{941192} = 98$

- तीन-तीन अंकों के बायें से समूह बनायेंगे। दो समूह है। घनमूल में दो अंक होंगे।
- घनसंख्या की इकाई 2 है अत: घनमूल की इकाई 8 होगी।
- बायें समूह 941 से घनमूल की दहाई निश्चित करेंगे।
  $9^3 = 729$
  $10^3 = 1000$
  10^3, 941 से अधिक हो रहा है अत: 10 से कम अर्थात 9 घनमूल की दहाई होगी।
  जाँच $\sqrt[3]{941192} = 98$
- घनमूल 98 का बीजांक 8 है। 8 का घन = $(8)^3$ =512 का बीजांक 8 है।
- संख्या 941192 का बीजांक 8 है।
  (घन मूल के बीजांक)^3 का बीजांक = घन संख्या का बीजांक है
  अत: उत्तर सही है।

प्रश्नावली 2.5

विलोकनम् से घनमूल ज्ञात कीजिए (क्रिया विधि लिखने की आवश्यकता नहीं है।)

1. 2197	2. 10648	3. 68921	
4. 157464	5. 287496	6. 912673	7. 970299
8. 1331	9. 1728	10. 3375	11. 64000