अध्याय 4

वैदिक गणित

अधिगम बिन्दु

1. घटाव संक्रिया
2. सूत्र निखिलम के आधार पर गुणा (आधार 10 हो)

आपने पिछली कक्षा में एकाधिक, एक न्यून, एकाधिकेन पूर्वेण एवं एक न्यूनेन पूर्वेण की जानकारी प्राप्त की है।

एकाधिक –

5 का एकाधिक $= \dot{5} = 5 + 1 = 06$

13 का एकाधिक $= \dot{13} = 13 + 1 = 14$

एक न्यून –

8 का एक न्यून $= \dot{8} = 8-1 = 7$

17 का एक न्यून $= \dot{17} = 17-1 = 16$

एकाधिकपूर्वेण –

17 में अंक 7 का एकाधिक पूर्वेण $= \dot{17} = 27$

63 में अंक 6 का एकाधिक पूर्वेण $= \dot{063} = 163$

एकन्यूनेनपूर्वेण –

523 में अंक 2 का एक न्यूनेन्पूर्वेण $= \dot{523} = 423$

2710 में अंक 0 का एक न्यूनेन्पूर्वेण $= \dot{2710} = 2700$

परम मित्र अंक –

जिन दो अंको का योग 10 होता है, वे परस्पर एक दूसरे के पूरक अंक अथवा परम मित्र अंक कहलाते हैं।

जैसे –

1 का परम मित्र अंक = 9, 2 का परम मित्र अंक = 8

3 का परम मित्र अंक = 7, 4 का परम मित्र अंक = 6

5 का परम मित्र अंक = 5, 6 का परम मित्र अंक = 4

7 का परम मित्र अंक = 3, 8 का परम मित्र अंक = 2

9 का परम मित्र अंक = 1

4.1 घटाव–संक्रिया

वैदिक गणित में घटाव के हासिल वाले प्रश्न परम मित्र अंक तथा एक न्यूनेन् पूर्वेण के सम्मिलित प्रयोग से बड़ी सरलता से हल किए जा सकते हैं। प्रयोग निम्न उदाहरण से स्पष्ट किया जा रहा है।

उदाहरण 1.

घटाव कीजिए

$$\begin{array}{r} 7\dot{5}3 \\ -584 \\ \hline 169 \end{array}$$

संकेत

(i) 3 में से 4 नहीं घटाया जा सकता, अतः 4 के परम मित्र अंक 6 को अंक 3 में जोड़ा व योगफल = 9 नीचे लिखेगें

(ii) 3 के पूर्वेण अंक 5 पर एक न्यून चिह्न लगाएगें। $\dot{5}$

(iii) $\dot{5}$ = 4 में से 8 नहीं घटाया जा सकता अतः 8 के परम मित्र अंक 2 को अंक 4 में जोड़ा व योगफल = 6 नीचे लिखेगें।

(iv) $\dot{5}$ के पूर्वेण अंक 7 पर एक न्यून चिह्न लगाएगें। जैसे $\dot{7}$

(v) $\dot{7}$ = 6 6 में से 5 घटाया 6–5 = 1 नीचे लिखेगें

उदाहरण 2.

घटाव कीजिए

$$\begin{array}{r} \dot{8}\dot{3}\dot{2}1 \\ -7654 \\ \hline 0667 \end{array}$$

संकेत

(i) 1 में से 4 नहीं घटाया जा सकता अतः 4 के परम मित्र 6 को 1 में जोडा व योगफल 7 नीचे लिखेगें एवं 1 के पूर्वेण अंक 2 पर एक न्यून चिह्न लगाएगें।

(ii) $\dot{2}$ =1 में से 5 नहीं घटाया जा सकता, अतः 5 के परम मित्र 5 को 1 में जोड़ा एवं $\dot{2}$ के पूर्वेण अंक 3 पर न्यून लगाएंगे।

(iii) $\dot{3}$ =2 में से 6 नहीं घटाया जा सकता, अतः 6 के परम मित्र 4 को 2 में जोड़ा एवं $\dot{3}$ पूर्वेण अंक 8 पर न्यून लगाएंगे।

(iv) $\dot{8}$ = 7 अतः 7–7=0 लिखेगें।

प्रश्नावली 4.1

घटाव कीजिए–

(सूत्र एक न्यूनेन् पूर्वेण तथा परम मित्र अंक की सहायता से घटाइए)

(1) 82 − 54 = ____

(2) 66 − 48 = ____

(3) 74 − 69 = ____

(4) 342 − 143 = ____

(5) 524 − 267 = ____

(6) 945 − 876 = ____

(7) 4162 − 2536 = ____

(8) 7264 − 3897 = ____

(9) 1245 − 978 = ____

दूसरी विधि –

पिछली प्रश्नावली में हमने ऊपर वाली संख्या के अंको के नीचे एक न्यून चिह्न का प्रयोग किया है। इसके स्थान पर यदि एकाधिक चिह्न नीचे वाले अकों के ऊपर लगाएँ तो भी परिणाम वही आता है। कुछ विशेष प्रकार के (ऊपर के अंको में शून्य हो तो) प्रश्नों में यह विधि सुविधाजनक रहती है। और यदि ऊपर की संख्या में 0 हो तो आवश्यक होती है।

उदाहरण 3

घटाइये

$$\begin{array}{r} 700 \\ -\dot{4}\dot{3}2 \\ \hline 268 \end{array}$$

संकेत

(i) 0 में से 2 नहीं घटाया जा सकता। अतः 2 के परम मित्र 8 को 0 में जोड़ा योगफल 8 नीचे लिखेगें नीचे की संख्या में 2 के पूर्वेण अंक 3 पर एकाधिक लगाएंगे।

(ii) 0 में से $\dot{3} = 4$, नहीं घटाया जा सकता है, अतः 4 का परम मित्र 6 को अंक 0 में जोड़ा योगफल 6 नीचे लिखेगें।

(iii) $\dot{3}$ के पूर्वेण अंक 4 पर एकाधिक का चिह्न लगाएंगे।

(iv) 7 में से $\dot{4} = 5$ घटाने पर $7 - 5 = 2$ लिखेगें।

प्रश्नावली – 4.2

घटाव कीजिए–

(सूत्र – एकाधिकेन पूर्वेण + परम मित्र अंक)

(1) 200 − 132

(2) 500 − 309

(3) 805 − 608

(4) 1700 − 973

(5) 8305 − 5281

(6) 4000 − 2736

(7) 9700 − 4904

(8) 1000 − 854

(9) 9000 − 3896

4.2. गुणन संक्रिया (निखिलम् विधि से)

चरम अंक तथा निखिलम् अंक –

किसी संख्या का चरम अंक उसका इकाई अंक होता है। परन्तु उसके सभी अंक निखिलम् अंक जाने जाते हैं। जैसे– संख्या 427 में चरम अंक = 7 तथा निखिलम् अंक= 4, 2, व 7 है।

विचलन –

वैदिक गणित में सामान्यतः 10 या 100 अथवा 10 की किसी घात को संख्या का आधार माना जाता है। यदि संख्या में से उक्त आधार घटा दिया जाए तो शेषफल को विचलन कहते है। यदि संख्या आधार से बडी होती है तो विचलन धनात्मक होता है। यदि संख्या आधार से छोटी होती है तो विचलन ऋणात्मक होता है। किसी संख्या का परम मित्र अंक उस संख्या के विचलन का ऋणात्मक मान होता है।

जैसे –

1. संख्या ⟶ 13 में से आधार 10 पर
   13–10 = + 3 विचलन है।
2. संख्या ⟶ 8 में आधार 10 पर
   8 –10 = – 2 विचलन है।

प्रश्नावली – 4.3

10 के आधार पर विचलन लिखिए।

1. 14 का विचलन .....
2. 11 का विचलन .....
3. 8 का विचलन .....
4. 9 का विचलन .....
5. 13 का विचलन .....
6. 19 का विचलन .....
7. 7 का विचलन .....
8. 6 का विचलन .....

गुणा करने का एक और मज़ेदार तरीका – (वैदिक गणित)

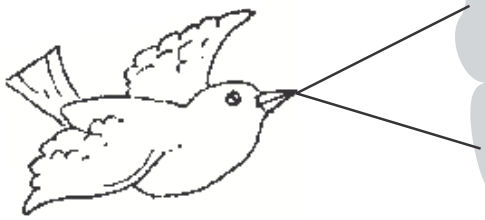
सुगना के पिताजी ने सुगना की गणित की किताब से गुणा का एक सवाल अलग तरीके से हल किया –

$$\begin{array}{rl} 12 & \leftarrow\!\!\rightarrow\ 2 \\ \times\ 11 & \text{जोड़ा} \quad 1 \end{array} \quad \text{गुणा}$$

$$13 \quad 2$$

सुगना – पिताजी आपने ये सवाल कैसे हल किया है?

पिताजी – सुगना यह वैदिक गणित की विधि है। जिसमें गुणा करने के लिये दोनो संख्याएँ पास–पास होनी चाहिए।

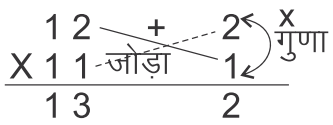


वैदिक गणित में गुणा की इस विधि को निखिलम् सूत्र विधि कहते है। इसके आधार (10, ...100 से संख्याओं का अंतर (विचलन) देखा जाता है।

जैसे संख्या 12 व 11 जो कि आधार 10 के निकटतम हैं।

12,10 से 2 ज्यादा है तो विचलन +2 को उसके सामने लिखते हैं।

इसी प्रकार 11, 10 से 1 ज्यादा है तो विचलन +1 उसके सामने लिखते हैं।



(i) अब 2 को 1 से गुणा करते है।

(ii) और फिर 1 को 12 में या 2 को 11 में जोड़कर लिखते है।

सुगना, क्या तुम भी इस तरीके से नीचे दिये गए गुणा के सवाल हल कर सकती हो?

गुणन संक्रिया (निखिलम् विधि से)

विधि –

जिन दो संख्याओं का गुणा करना है, उनका निकटतम् आधार 10 चुनिये। इस आधार के सापेक्ष विचलन ज्ञात कर उन्हें इन संख्याओं के सामने लिखिए। पड़ी रेखा और छोटी तिरछी रेखा से गुणनफल स्थान के दो भाग कीजिये। दाहिने भाग में विचलनों का गुणनफल लिखिये। बाएँ पक्ष में एक संख्या तथा दूसरी संख्या का विचलन का जोड़ लिखिये। दाहिने पक्ष के अंकों का समायोजन इस प्रकार कीजिये।

(1) आधार = 10 हो तो दाहिने पक्ष में एक अंक रहेगा। दो अंक है तो दहाई का अंक बाएँ पक्ष में जोड़िये।

(2) यदि विचलनों का गुणनफल ऋणात्मक हो तो बाएँ पक्ष से एक हासिल लेकर इस धनात्मक रूप में बदल दीजिए।

उदाहरण 4

11 X15

संख्या विचलन

= 11 + 1

15 +5

16 / 5

=165

संकेत

(i) निकटतम आधार = 10 अतः विचलन + 1 और + 5 है।

(ii) विचलनों का गुणनफल = 1 x 5 = 5

(iii) बाएँ पक्ष में लिखिए 11 + 5 = 16 या 15 + 1 = 16 लिखेगें।

उदाहरण – 5

9 x 11

= 9 -1

11 +1

= 10 / -1

= 9 /10 -1

= 9 / 9

= 99

संकेत

(i) निकटतम आधार =10 अतः विचलन –1 एवं +1 हैं।

(ii) विचलनों का गुणनफल = –1 x +1 = –1

(iii) बाएँ पक्ष में 9+1 = 10 या 11–1 = 10 लिखेगें।

(iv) दाईं ओर ऋणात्मक संख्या नहीं रखनी है अतः धनात्मक के लिए बाईं ओर से 1 लेने पर बाईं ओर 1x10 = 10 लिखेगें।

(v) अतः 10–1 = 9 बाईं ओर लिखेगें।

उदाहरण – 6

14x17

= 14 + 4

17 + 7

= 17+4/ 28

= 21 / 28

= 21+2/8

= 238

संकेत

(i) निकटतम आधार = 10 अतः विचलन + 4 एवं + 7 है।

(ii) विचलनों का गुणनफल = 7 x 4 = 28

(iii) बाएँ पक्ष में 17+4 = 21 या 14+7 = 21 लिखेंगे।

(iv) बाएँ पक्ष में दो अंक है अतः एक अंक दाईं ओर स्थानांतरित करेंगे (क्योंकि आधार 10 में एक शून्य है अतः एक अंक रहेगा।)

(v) 21 + 2 = 23 लिखेगें।

प्रश्नावली 4.4

आधार 10 पर सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा कीजिए।

(1) 12 X 9 (2) 15 X 12 (3) 13 X 17 (4) 8 X 9

(5) 14 X 11 (6) 9 X 16 (7) 12 X 13 (8) 13 X 10