लघुगणक

Ex 9.1

निम्नलिखित को लघुगणकीय रूप में लिखिए (प्रश्न संख्या 1 से 6)

प्रश्न 1. $2^6 = 64$

हल- $2^6 = 64$ का लघुगणकीय रूप है $\log_2 64 = 6$

प्रश्न 2. $10^4 = 10000$

हल- $10^4 = 10000$ का लघुगणकीय रूप है $\log_{10} 10000 = 4$

प्रश्न 3. $2^{10} = 1024$

हल- $2^{10} = 1024$ का लघुगणकीय रूप है $\log_2 1024 = 10$

प्रश्न 4. $5^{-2} = \frac{1}{25}$

हल- $5^{-2} = \frac{1}{25}$ का लघुगणकीय रूप है $\log_5 \left(\frac{1}{25}\right) = -2$

प्रश्न 5. $10^{-3} = 0.001$

हल- $10^{-3} = 0.001$ का लघुगणकीय रूप है $\log_{10} 0.001 = -3$

प्रश्न 6. $4^{3/2} = 8$

हल- $4^{3/2} = 8$ का लघुगणकीय रूप है $\log_4 8 = \frac{3}{2}$

निम्नलिखित को घातांकीय रूप में लिखिए (प्रश्न संख्या 7 से 12)

प्रश्न 7. $\log_5 25 = 2$

हल- $\log_5 25 = 2$ का घातांकीय रूप है $5^2 = 25$

प्रश्न 8. $\log_3 729 = 6$

हल- $\log_3 729 = 6$ का घातांकीय रूप है $3^6 = 729$

प्रश्न 9. $\log_{10} 0.001 = -3$

हल- $\log_{10} 0.001 = -3$ का घातांकीय रूप है $10^{-3} = 0.001$

प्रश्न 10. $\log_{10} 0.1 = -1$

हल- $\log_{10} 0.1 = -1$ का घातांकीय रूप है $10^{-1} = 0.1$

प्रश्न 11. $\log_3 \left(\frac{1}{27}\right) = -3$

हल- $\log_3 \left(\frac{1}{25}\right) = -3$ का घातांकीय रूप है $3^{-3} = \frac{1}{27}$

प्रश्न 12. $\log_{\sqrt{2}} 4 = 4$
हल- $\log_{\sqrt{2}} 4 = 4$ का घातांकीय रूप है $(\sqrt{2})^4 = 4$

प्रश्न 13. यदि

$\log_{81} x = \frac{3}{2}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल- $\log_{81} x = \frac{3}{2}$

घातांकीय रूप में लिखने पर

$x = (81)^{3/2} = (9^2)^{3/2} = 9^3$
$x = 9 \times 9 \times 9$
$= 729$

प्रश्न 14. यदि $\log_{125} P = \frac{1}{6}$ हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए।

हल- $\log_{125} P = \frac{1}{6}$

घातांकीय रूप में लिखने पर

$x = (125)^{1/6} = (5^3)^{1/6} = (5)^{3/6}$
$x = (5)^{1/2} = \sqrt{5}$

प्रश्न 15. यदि $\log_4 m = 1.5$ हो, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

हल- $\log_4 m = 1.5$
घातांकीय रूप में लिखने पर
$(4)^{1/5} = x$

$(4)^{3/2} = x$
$\therefore x = 4 \times 2 = 8$

प्रश्न 16. सिद्ध कीजिए
$\log_4[\log_2\{\log_2(\log_3 81)\}] = 0$
हल-
माना $\log_3 81 = x$
$\therefore 3^x = 81 = 3^4$

$\therefore x = 4$
अब हमें $\log_2 4$ को मान ज्ञात करना है।

माना $\log_2 4 = y$
$\Rightarrow 2^y = 4 = 2^2$
$\therefore y = 2$
$\therefore \log_2 4 = 2$
L.H.S. में मान रखने पर
$\therefore \log_4[\log_2\{\log_2(\log_3 81)\}] \because \log_3 81 = 4$

$\Rightarrow \log_4[\log_2(\log_2 4)] \because \log_2 4 = 2$
$\Rightarrow \log_4 [\log_2 2] \because \log_2 2 = 1$
$\Rightarrow \log_4 1 \because \log_a 1 = 0$
$= 0 =$ R.H.S. इतिसिद्धम्

Ex 9.2

(इस प्रश्नमाला के उन प्रश्नों में जिनमें आधार नहीं दर्शाया गया। है उनमें लघुगणक को आधार 10 मान कर हल करना है।)

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए
log630 = log2 + 2log3 + log5 + log7.

हल- R.H.S. = log2 + 2log3 + log5 + log7
= log2 + $\log(3)^2$ + log5 + log7
∴ $N\log_a M = \log_a M^N$
= log2 + log9 + log5 + log7

नियम 1 को व्यापक रूप में प्रयोग करने पर
= log2 x 9 x 5 x 7
= log630
= L.H.S.

प्रश्न 2. सिद्ध कीजिए

$$\log\frac{9}{14} + \log\frac{35}{24} - \log\frac{15}{16} = 0$$

हल- L.H.S.

$$\log\frac{9}{14} + \log\frac{35}{24} - \log\frac{15}{16}$$

= log9 – log14 + log35 – log24 – {log15 – log16}
= log9 – log14 + log35 – log24 – log15 + log16
= $\log(3)^2$ – log2 x 7 + log5 x 7 – log8 x 3 – log5 x 3 + $\log2^4$

= 2log3 – {log2 + log7} + log5 + log7 – {log8 + log3} – {log5 + log3} + 4log2
= 2log3 – log2 – log7 + log5 + log7 – log8 – log3 – log5 – log3 + 4log2
= (2log3 – 2log3) + (4log2 – log2) + (log7 – log7) + (log5 – log5) – log8
= 0 + 3log2 + 0 + 0 – $\log(2)^3$
= 3log2 – 3log2
= 0
= R.H.S.

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए
log10 + log100 + log1000 + log10000 = 10

हल- L.H.S. = log10 + log100 + log1000 + log10000
= log 10 + $\log(10)^2$ + log(10) + $\log(10)^4$
= log10 + 2log10 + 3log10 + 4log10

∴ $\log_a M^N = N \log_a M$

यहाँ पर आधार नहीं दर्शाया गया है इसलिए हम आधार को 10 मानकर हल करेंगे।
अर्थात् = $\log_{10} 10 + 2\log_{10} 10 + 3\log_{10} 10 + 4\log_{10} 10$
= 1 + 2 x 1 + 3 x 1 + 4 x 1

∵ $\log_{10} 10 = 1$
= 1 + 2 + 3 + 4
= 10
= R.H.S

प्रश्न 4. यदि log2 = 0.3010, log3 = 0.4771, log7 = 0.8451 तथा log11 = 1.0414 तो निम्नलिखित को मान ज्ञात कीजिए-

(i) log36
(ii) log $\frac{42}{11}$
(iii) log $\left(\frac{11}{7}\right)^5$
(iv) log70
(v) log $\frac{121}{120}$
(vi) $\log 5^{1/3}$

हल- (i) log36 = log4 x 9
= log4 + log9
= $\log(2)^2 + \log(3)$
= 2log2 + 2log3

मान रखने पर
= 2 x 0.3010 + 2 x 0.4771
= 0.6020 + 0.9542
= 1.5562

(ii) log $\frac{42}{11}$
= log42 – log11
= log6 x 7 – log11
= log6 + log7 – log11
= log2 x 3 + log7 – log11
= log2 + log3 + log7 – log11

मान रखने पर
= 0.3010 + 0.4771 + 0.8451 – 1.0414
= 1.6232 – 1,0414
= 0.5818

(iii) log $\left(\frac{11}{7}\right)^5$
= 5log $\frac{11}{7}$
∵ $\log_a M^N = N \log_a M$
= 5[log11 – log7]
∵ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
= 5[1.0414 – 0.8451]
= 5 x 0.1963
= 0.9815

(iv) log70
= log10 x 7
= log10 + log7
= 1 + 0.8451 ∵ $\log_{10} 10 = 1$
= 1.8451

(v) log $\frac{121}{120}$
= log121 – log120
= $\log(11)^2$ – log12 x 10
= $\log(11)^2 - \log 2^2$ x 3 x 10
= $\log(11)^2 - [\log 2^2$ x 3 + log10]
= 2log11 – [2log2 + log3 + log10]
= 2log11 – 2log2 – log3 – log10

मान रखने पर
= 2 x 1.0414 – 2 x 0.3010 – 0.4771 – 1
= 2.0828 – 0.6020 – 0.4771 – 1
= 2.0828 – 2.0791
= – 0.0037

(vi) $\log(5)^{1/3}$

$$= \frac{1}{3}\log 5$$

$$= \frac{1}{3}\log\frac{10}{2} = \frac{1}{3}[\log 10 - \log 2]$$

$$= \frac{1}{3}[1 - 0.3010]$$

$$= \frac{0.6990}{3} = 0.2330$$

प्रश्न 5. निम्नलिखित समीकरण से r का माने ज्ञात कीजिए
$\log_x 4 + \log_x 16 + \log_x 64 = 12$

हल- $\log_x 4 + \log_x 16 + \log_x 64 = 12$
$= \log_x(2)^2 + \log_x(2)^4 + \log_x(2)^6 = 12$
$= 2\log_x 2 + 4\log_x 2 + 6\log_x 2 = 12$
$= 12\log_x 2 = 12$
या $\log_x 2 = 1$
यो $x^1 = 2$ अर्थात् $x = 2$

प्रश्न 6. समीकरण $\log(x + 1) – \log(x – 1) = 1$ का हल ज्ञात कीजिए।
हल- $\log(x + 1) – \log(x – 1) = 1$

$$\Rightarrow \quad \log\frac{(x+1)}{(x-1)} = 1$$

चूँकि यहाँ पर आधार 10 है इसलिए 1 के स्थान पर $\log_{10}10$ लिखने पर

इसलिए $\quad \log_{10}\frac{(x+1)}{(x-1)} = \log_{10}10$

या $\quad \frac{(x+1)}{(x-1)} = 10$

या $\quad x + 1 = 10x - 10$

या $\quad 9x = 11$

$\therefore \quad x = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$

प्रश्न 7. मान ज्ञात कीजिए-$3^{2-\log_3 4}$

हल- = $3^{2-\log_3 4}$
= $3^2 . 3^{-\log_3 4}$
$$= 9 \ . \ 3^{\log_3 (1/4)}$$
हम जानते हैं $a^{\log_a x} = x$

$\therefore$ $3^{\log_3 (1/4)} = \frac{1}{4}$

$$= 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

प्रश्न 8. निम्नलिखित प्रश्नों का हल एक पद के रूप में लिखिए
(i) log2 + 1
(ii) log 2x + 2log x

हल- (i) log2 + 1
यहाँ पर आधार नहीं दिया हुआ है इसलिए आधार को 10 लेना है।
$\therefore$ log2 + 1 = $\log_{10} 2 + \log_{10} 10$
= $\log_{10} 2 \times 10$
= $\log_{10} 20$

(ii) log 2x + 2log x
log 2x + $\log(x)^2$
log 2x + $\log x^2$
log 2x . x^2
= $\log 2x^3$

प्रश्न 9. सिद्ध कीजिए-
(i) $\log_5 3. \log_3 4. \log_2 5 = 2$
(ii) $\log_a x \times \log_b y = \log_b x \times \log_a y$

हल- (i) L.H.S. $\log_5 3. \log_3 4. \log_2 5$
$\Rightarrow \log_5 4. \log_2 5 \because \log_b a \times \log_a b = 1$
= $\log_5 (2)^2. \log_2 5$
= $2\log_5 2. \log_2 5$
= 2 × 1
= 2
= R.H.S.
$\because \log_b a \times \log_a b = 1$

(ii) L.H.S. $\log_a x \times \log_b y$

$$\log_a x = \frac{\log_e x}{\log_e a}, \log_b y = \frac{\log_e y}{\log_e b}$$

मान रखने पर

$$\frac{\log_e x}{\log_e a} \times \frac{\log_e y}{\log_e b} = \frac{\log_e x . \log_e y}{\log_e a . \log_e b}$$

R.H.S. $\log_b x \times \log_a y$

$$\log_b x = \frac{\log_e x}{\log_e b}, \log_a y = \frac{\log_e y}{\log_e a}$$

मान रखने पर

$$\frac{\log_e x}{\log_e b} \times \frac{\log_e y}{\log_e a} = \frac{\log_e x . \log_e y}{\log_e b . \log_e a}$$

अतः L.H.S. = R.H.S.

Ex 9.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं के लघुगणक के पूर्णाश ज्ञात कीजिए

(i) 1270
(ii) 20.125
(iii) 7.985
(iv) 431.5
(v) 0.02
(vi) 0.02539
(vii) 70
(viii) 0.000287
(ix) 0.005
(x) 0.00003208
(xi) 0.000485
(xii) 0.007
(xiii) 0.0005309

हल- (i) संख्या 1270 में 4 अंक हैं। अतः इसके लघुगणक का पूर्णाश 4 – 1 = 3 होगा।

(ii) संख्या 20.125 में पूर्णांक 20 है जिसमें 2 अंक हैं । अतः संख्या 20.125 के लघुगणक का पूर्णांश 2 – 1 = 1 होगा।

(iii) संख्या 7.985 में पूर्णांक 7 है जिसमें 1 अंक है। अतः संख्या 7.985 के लघुगणक का पूर्णांश (1 – 1) = शून्य होगा।

(iv) संख्या 431.5 में पूर्णांक 431 है, जिसमें 3 अंक हैं। अतः संख्या 431.5 के लघुगणक का पूर्णाश (3 – 1) = 2 होगा।

(v) संख्या 0.02 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक अंक 2 के मध्य एक शून्य है। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णांश – (1 + 1) = – 2 या $\bar{2}$ होगा।

(vi) 0.02539 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक 2 के मध्य एक शून्य है अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (1 + 1) = – 2 या $\bar{2}$ (vii) संख्या 70 में 2 अंक हैं । अतः इसके लघुगणक का पूर्णांश (2 – 1) = 1 होगा।

(viii) संख्या 0.000287 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक अंक 2 के मध्य तीन शून्य हैं। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (3 + 1) = – 4 या $\bar{4}$

(ix) संख्या 0.005 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक अंक 5 के मध्य दो शून्य हैं। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (2 + 1) = – 3 या $\bar{3}$ होगा।
(x) संख्या 0.00003208 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक अंक 3 के मध्य चार शून्य हैं। अत: इस संख्या का लघुगणक को पूर्णाश – (4 + 1) = -5 या $\bar{5}$ होगा।

(xi) संख्या 0.000485 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक | अंक 4 के मध्य तीन शून्य हैं। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (3 + 1) = – 4 या $\bar{4}$ होगा।

(xii) संख्या 0.007 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक अंक 7 के मध्य दो शून्य हैं। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (2 + 1) = – 3 या $\bar{3}$ होगा।

(xiii) संख्या 0.0005309 में दशमलव बिन्दु तथा प्रथम सार्थक 5 के मध्य तीन शून्य हैं। अतः इस संख्या का लघुगणक का पूर्णाश – (3 + 1) = – 4 या $\bar{4}$ होगा।

प्रश्न 2. लघुगणक सारणी का प्रयोग कर निम्नलिखित संख्याओं के लघुगणक ज्ञात कीजिए-

(i) 2813
(ii) 400
(iii) 27.28
(iv) 9
(v) 0.678
(vi) 0.0035
(vii) 0.08403

(viii) 0.000287
(ix) 1.234
(x) 0.00003258
(xi) 0.000125
(xii) 0.00003208

हल- (i) log 2813 के लिए पूर्णाश = 4 – 1 = 3
भिन्नांश = (4492)
∴ log 2813 = 3.4492

(ii) log 400 के लिए पूर्णांश = 3 – 1 = 2
भिन्नांश = 6021
इसलिए log 400 = 2.6021

(iii) log 27.28 के लिए पूर्णांश = 2 – 1 = 1
भिन्नांश = (.4346 + .0013)
=.4359
इसलिए log 27.68 = 1.4359

(iv) log 9 के लिए पूर्णाश = 1 – 1 = 0
भिन्नांश = .9542
इसलिए log 9 = 0 + 0.9542
= 0.9542

(v) log 0.678 के लिए पूर्णाश = 0 – 1 = – 1
भिन्नांश = .8312
इसलिए log 0.678 = – 1 + 8312 = $\overline{1}.8312$

(vi) log 0.0035 के लिए पूर्णांश = 0 – 3 = – 3 = $\overline{3}$
भिन्नांश = .5441
इसलिए log 0.0035 = $\overline{3}.5441$

(vii) 0.08403 के लिए पूर्णांश = 0 – 2 = – 2 = $\overline{2}$
भिन्नांश = .9245
इसलिए log 0.0035 = $\overline{2}.9245$

(viii) log 0.000287 के लिए पूर्णांश = 0 – 4 = – 4 = $\overline{4}$
भिन्नांश = .4579
इसलिए log 0.000287 = $\overline{4}.4579$

(ix) log 1.234 के लिए पूर्णांश = 0
भिन्नांश = .0913
∴log 1.234 = 0 + .0913 = 0.0913
(x) log 0.00003258 के लिए पूर्णाश = 0 – 5 = – 5 = $\overline{5}$
भिन्नांश= (.5119 + .0011) = .5130
∴log 0.00003258 = $\overline{5}.5130$

(xi) log 0.000125 के लिए पूर्णाश = 0 – 4 = $\overline{4}$
भिन्नांश = (.0969)
∴ log 0.000125 = $\overline{4}.0969$

(xii) log 0.00003208 के लिए पूर्णांश = 0 – 5 = – 5 या $\overline{5}$
भिन्नांश = .5062
∴ log 0.00003208 = $\overline{5}.5062$

Ex 9.4

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं का प्रतिलघुगणक ज्ञात कीजिए-

(i) 1.3210
(ii) 2.4127
(iii) 0.084
(iv) $\overline{1}.301$
(v) $\overline{3}.2462$
(vi) $\overline{2}.0258$

हल- (i) 1.3210

- दी गई संख्या का भिन्नांश .3210 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी में बायीं ओर के प्रथम स्तम्भ में .32 के संगत पंक्ति तथा तीसरे अंक 1 के संगत शीर्ष वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 2094 है।
- दी गई संख्या का पूर्णाश 1 है अतः संख्या का प्रतिलघुगणक 2 अंकों वाली संख्या होगी। अतः antilog 1.3210 = 20.94

(ii) 2.4127

- दी गई संख्या को भिन्नांश .4127 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी में बायीं ओर के प्रथम स्तम्भ में .41 के संगत पंक्ति तथा तीसरे अंक 2 के संगत शीर्ष वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 2582 है।

- अनुपातिक अन्तर में 7 के नीचे इसी पंक्ति में संख्या 4 है।
- चरण (ii) तथा (iii) की संख्याओं का योग
  = 2582 + 4 = 2586
- दी गई संख्या का पूर्णाश 2 है। अत: संख्या का प्रतिलघुगणक 3 अंकों वाली संख्या होगी।
  अतः antilog(2.4127) = 258.6

(iii) 0.084

- दी गई संख्या का भिन्नांश .084 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी में बायीं ओर के प्रथम स्तम्भ में .08 के संगत पंक्ति तथा तीसरे अंक 4 के संगत शीर्ष वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 1213 है।
- दी गई संख्या का पूर्णाश शून्य है। अतः संख्या का प्रतिलघुगणक 1 अंकों वाली संख्या होगी। अतः Antilog(0.084) = 1.213

(iv) $\bar{1}.301$

- दी गई संख्या का भिन्नांश .301 है।
- .30 की पंक्ति तथा शीर्ष 1 वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 2000 है।।
- दी गई संख्या का पूर्णाश $\bar{1}$ है । अतः 1 – 1 = 0
  अतः antilog($\bar{1}.301$) = 0.2000

(v) $\bar{3}.2462$

- दी गई संख्या का भिन्नांश .2462 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी में बायीं ओर के प्रथम स्तम्भ में .24 के संगत पंक्ति तथा तीसरे अंक 6 के संगत शीर्ष वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 1762
- अनुपातिक अन्तर में 2 के नीचे इसी पंक्ति में संख्या 1 है।
- अतः योग = 1762 + 1 = 1763
- दी गई संख्या का पूर्णांश $\bar{3}$ है। अतः 3 – 1 = 2 अर्थात् दशमलव बिन्दु के दायीं ओर दो शून्य लगाकर उसके आगे चरण (iv) से प्राप्त संख्या .001763 लिखेंगे ।

(vi) $\bar{2}.0258$

- दी गई संख्या का भिन्नांश .0258 है ।।
- .02 की पंक्ति तथा शीर्ष 5 वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 1059 हे ।
- इसी पंक्ति में वह संख्या जो शीर्ष 8 वाले अनुपातिक अन्तर के स्तम्भ में हो, 2 है।
- ∴ 1059 + 2 = 1061
- दी गई संख्या का पूर्णाश $\bar{2}$ है। अतः 2 – 1 = 1
  अर्थात् दशमलव बिन्दु के दायीं ओर एक शून्य लगाकर उसके आगे चरण (iv) से प्राप्त संख्या .01061 लिखते हैं।

प्रश्न 2. मान ज्ञात कीजिए–

(i) antilog 3.1234
(ii) antilog $\bar{2}.5821$
(iii) antilog 0.3
(iv) antilog 2.466

हल- (i) antilog 3.1234

- दी गई संख्या का भिन्नांश .1234 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी से उभयनिष्ठ संख्या 1327 है और अनुपातिक अन्तर में 4 के नीचे इसी पंक्ति में संख्या 1 है। अतः योग 1327 + 1 = 1328
- दी गई संख्या का पूर्णाश 3 है। अत: संख्या प्रतिलघुगणक 4 अंकों वाली संख्या होगी।
  इसलिए antilog 3.1234 = 1328.0

(ii) Antilog $\bar{2}.5821$

- दी गई संख्या का भिन्नांश .5821 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी से उभयनिष्ठ संख्या और अनुपातिक अन्तर का योग = 3819 + 1 = 3820
- दी गई संख्या का पूर्णाश $\bar{2}$ है। अतः 2 – 1 = 1
  अर्थात् दशमलव बिन्दु के दायीं ओर एक शून्य लगाकर उसके आगे चरण (ii) से प्राप्त संख्या .03820 लिखते हैं ।

(iii) Antilog 0.3

- दी गई संख्या का भिन्नांश 0.3 है।
- प्रतिलघुगणक सारणी से उभयनिष्ठ संख्या 1995 है।
- दी गई संख्या का पूर्णांश 0 है। अतः प्रतिलघुगणक एक
  अंक वाली संख्या होगी।
  इसलिए antilog 0.3 = 1.995

(iv) Antilog 2.466

- दी गई संख्या का भिन्नांश .466 है।।
- प्रतिलघुगणक सारणी में बायीं ओर के प्रथम स्तम्भ में .46 के संगत पंक्ति तथा तीसरे अंक 6 के संगत शीर्ष वाले स्तम्भ की उभयनिष्ठ संख्या 2924 है।
- दी गई संख्या का पूर्णाश 2 है। अतः संख्या का प्रतिलघुगणक 3 अंकों वाली संख्या होगी।
- चरण (ii) में प्राप्त संख्या तीन अंकों की संख्या बनाने के लिए उपयुक्त स्थान का दशमलव बिन्दु लगाकर इसे 292.4 लिखेंगे।
  अतः antilog 2.466 = 292.4

प्रश्न 3. निम्नलिखित में x का मान ज्ञात कीजिए

(i) log x = $\overline{2}.6727$
(ii) log x = 0.452

हल-

(i) log x = $\overline{2}.6727$
या x = antilog($\overline{2}.6727$)
दी गई संख्या का भिन्नांश .6727 है।
प्रतिलघुगणक सारणी से प्राप्त उभयनिष्ठ संख्या (4699 + 8 = 4707) है ।
और दी गई संख्या का पूर्णाश $\overline{2}$ है।
इसलिए antilog($\overline{2}.6727$) = 0.04707

(ii) log x = 0.452
या x = antilog(0.452)
= 2.831

Miscellaneous Exercise

प्रश्न 1. $\log_{\sqrt{2}} x$ = 4 हो तो x का मान होगा-

(A) $4_{\sqrt{2}}$
(B) $\frac{1}{4}$
(C) 4
(D) 4 x √2

हल- (C)

प्रश्न 2. $\log_x$ 243 = 2.5 हो तो x का मान होगा

(A) 9
(B) 3
(C) 1
(D) 81

हल- (A)

प्रश्न 3. log(1 + 2 x 3) का मान है

(A) 2 log 3
(B) log 1. log 2. log 3
(C) log 1 + log 2 + log 3
(D) log 7

हल- (D)

प्रश्न 4. log(m + n) का मान है

(A) log m + log n
(B) log mn
(C) log m x log n
(D) इनमें से कोई नहीं

हल- (D)

प्रश्न 5. $\log_b$ a . logc b . $\log_a$ c का मान है

(A) 0
(B) log abc
(C) 1
(D) log(b_a . c_b . a_c)

हल- (C)

प्रश्न 6. यदि a > 1 तो $\log_a$ 0 का मौन है

(A) – ∞
(B) ∞
(C) 0
(D) 1

हल- (A)

प्रश्न 7. यदि a < 0 तो $\log_a$ 0 का मान है

(A) – ∞

(B) ∞
(C) 0
(D) 1

हल- (B)

प्रश्न 8. $\log_a b$ का अन्य रूप है

(A) a_b
(B) b_a
(C) $\frac{1}{\log_b a}$
(D) $\log_a b$

हल- (C)

प्रश्न 9. संख्या $\log_2 7$ है

(A) पूर्णांक
(B) परिमेय
(C) अपरिमेय
(D) अभाज्य

हल- (C)

प्रश्न 10. यदि $a = \log_3 5$ तथा $b = \log_7 25$ तब सही विकल्प है

(A) $1 < b$
(B) $a > b$
(C) $a = b$
(D) इनमें से कोई नहीं

हल- (A)

प्रश्न 11. यदि $\log_2 x + \log_2 y (x - 1) = 1$ हो, तो x का मान लिखिए।

हल- $\log_2 x + \log_2 (x - 1) = 1$
$\log_2 x (x - 1) = 1$
लघुगणक की परिभाषा से
$\Rightarrow x(x - 1) = 2^1 = 2$

$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$
$(x - 2)(x + 1) = 0$
$\therefore x = 2, -1$
x का मान ऋणात्मक नहीं हो सकता है इसलिए $x = 2$

प्रश्न 12. यदि log (a – b) = log a – log b हो, तो a का मान b के पदों में क्या होगा?

हल- $\log(a - b) = \log a - \log b$
$= \log(a - b)$
$= \log\frac{a}{b}$

यहाँ पर दोनों तरफ लघुगणक का आधार 10 है जो कि दिया हुआ नहीं है।
$a - b = \frac{a}{b}$
$ab - b^2 = a$
$ab - a = b^2$
$a(b - 1) = b^2 \therefore a = \frac{b^2}{b-1}$

प्रश्न 13. यदि log

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \frac{2}{\log_b x}$$

हो, तो a, b तथा c में परस्पर सम्बन्ध बताइये ।

हल- दिया है-

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c x} = \frac{2}{\log_b x}$$

सभी लघुगणकों को समान आधार e में बदलने पर

$$\log_a x = \frac{\log_e x}{\log_e a}, \ \log_c x = \frac{\log_e x}{\log_e c}$$

$$\log_b x = \frac{\log_e x}{\log_e b}$$

सभी का मान रखने पर

$$\Rightarrow 1 \times \frac{\log_e a}{\log_e x} + \frac{1 \times \log_e c}{\log_e x} = \frac{2 \times \log_e b}{\log_e x}$$

$$\Rightarrow \log_e a + \log_e c = 2 \times \log_e b$$

$$\Rightarrow \log_e ac = \log_e b^2$$

$$\therefore b^2 = ac$$

प्रश्न 14. यदि log 2 = 0.3010 हो, तो log 200 का मान लिखिए।

हल- दिया है- log 2 = 0.3010
तब log 200 = log 2 x 100
∴ log 200 = log 2 + log 100
यहां पर लघुगणक का आधार 10 है।
= log 200 = 0.3010 + 2 = 2.3010

प्रश्न 15. log 0.001 का मान लिखिए।

हल- log 0.001 = log$\frac{1}{1000}$ = log 1 – log 1000
यहाँ पर लघुगणक का आधार 10 है।
= 0 – 3 = – 3 या $\bar{3}$

प्रश्न 16. यदि log 7 = 0.8451 और log 3 = 0.4771 हो, तो log$(21)^5$ का मान लिखिए।

हल- log$(21)^5$ = 5 log 21
5 log 21 = 5 log 7 x 3
= 5[log 7 + log 3]

मान रखने पर
= 5[0.8451 + 0.4771]
= 5[1.3222]
= 6.611

प्रश्न 17. log 6 + 2 log 5 + log 4 – log 3 – log 2 का मान लिखिये।

हल- ⇒ log 6 + 2 log 5 + log 4 – log 3 – log 2
⇒ log 2 x 3 + log 5^2 + log 4 – log 3 – log 2
⇒ log 2 + log 3 + log 25 + log 4 – log 3 – log 2
⇒ log 25 + log 4

लघुगणक का आधार समान है जो कि 10 है।
⇒ $\log_{10} 25 \times 4 = \log_{10} 100 = \log_{10}(10)^2$
⇒ $2 \log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2$

प्रश्न 18. यदि $\frac{log144}{log12}$ = log x हो, तो x का मान लिखिए।

हल-

यदि

$$\frac{\log 144}{\log 12} = \log x$$

तब $$\frac{\log (12)^2}{\log 12} = \log x$$

⇒ $$\frac{2 \log 12}{\log 12} = \log x$$

∴ log x = 2

यहाँ पर लघुगणक का आधार दिया हुआ नहीं है। इसलिए ।
आधार को 10 मानेंगे।

तब $\log_{10} x = 2$
∴ $x = (10)^2 = 100$

प्रश्न 19. सिद्ध कीजिए-
$\log_{10} \tan 1° + \log_{10} \tan 2° + \ldots\ldots + \log_{10} \tan 89° = 0$

हल- L.H.S. = $\log_{10} \tan 1° + \log_{10} \tan 2° + \ldots\ldots + \log_{10} \tan 890$
⇒ $\log_{10} (\tan 1° . \tan 2° . \tan 3° \ldots\ldots \tan 89°)$
हम जानते हैं-

$\tan(90° - \theta) = \cot \theta$
∴ $\tan 1° = \tan(90° - 89) = \cot 89°$
और $\tan \theta . \cot \theta = 1$ होता है।

∴ $\tan 1° . \tan 2° . \tan 3° \ldots\ldots. \tan 89° = 1$ होगा।
तब $\log_{10} 1 = 0$ = R.H.S.

प्रश्न 20. सिद्ध कीजिए-

$\log_3 4 . \log_4 5 . \log_5 6 . \log_6 7. \log_7 8 . \log_8 9 = 2$

हल- सभी लघुगणकों को समान आधार e में बदलने पर

$$\text{अतः } L.H.S. = \frac{\log_e 4}{\log_e 3} \times \frac{\log_e 5}{\log_e 4} \times \frac{\log_e 6}{\log_e 5} \times \frac{\log_e 7}{\log_e 6} \times \frac{\log_e 8}{\log_e 7} \times \frac{\log_e 9}{\log_e 8}$$

सभी आपस में निरस्त हो जाते हैं, जो शेष बचा है वह इस प्रकार है

$$\Rightarrow \quad \frac{\log_e 9}{\log_e 3} = \log_3 9 = \log_3(3)^2$$

$= 2\log_3 3 = 2 \times 1 = R.H.S.$
अतः L.H.S. = R.H.S.

प्रश्न 21. यदि log 52.04 = 1.7163, log 80.65 = 1.9066 और log 9.753 = 0.9891 हो, तो $log\frac{52.04 \times 80.65}{9.753}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल-

$log\frac{52.04 \times 80.65}{9.753}$

log 52.04 x 80.65 – log 9.753

$\because log_a\frac{M}{N} = log_a M - log_b N$
⇒ log 52.04 x 80.65 – log 9.753

$\because \log_a M \times N = \log_a M + \log_b N$

सभी के मान रखने पर

⇒ 1.7163 + 1.9066 – 0.9891
⇒ 3.6229 – 09891
⇒ 2.6338

प्रश्न 22. यदि log 32.9 = 1.5172, log 568.1 = 2.7544 और log 13.28 = 1.1232 हो, तो $log\frac{(13.28)^3}{32.9\times568.1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल-

$log\frac{(13.28)^3}{32.9\times568.1}$

⇒ $\log(13.28)^3 – \log 32.9 \times 568.1$
$\because log_a\frac{M}{N} = log_aM - log_bN$
⇒ log(13.28) – {log 32.9 + log 568.1}

$\because \log_a M^N = N \log_a M$
$\because \log_a M \times N = \log_a M + \log_b N$
= 3 log 13.28 – log 32.9 – log 568.1

सभी के मान रखने पर
3 x 1.1232 – 1.5172 – 2.7544
= 3.3696 – 4.2716 = – 0.9020

या -1 + 1 – 0.9020
या -1 + 0980
या $\overline{1}.0980$

प्रश्न 23. यदि log 2 = 0.3010 और log 3 = 0.4771 हो, तो $\log(0.06)^6$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल- दिया है.–log 2 = 0.3010. log 3 = 0.4771
तब $\log(0.06)^6 = 6 \log 0.06$
6 log $\frac{6}{100}$ = 6[log 6 – log 100]

= 6[log 2 x 3 – log 100] = 6[log 2 + log 3 – log 100]
यहाँ पर सभी का आधार 10 है, जो कि समान है।
6[0.3010 + 0.4771 – 2]
= 6[0.7781 – 2]

= 6[-1.2219]
= – 7.3314
= – 7 – 0.3314
= – 7 . 1 + 1 – 0.3314
= – 8 + 0.6686 या $\overline{8}.6686$

प्रश्न 24. सिद्ध कीजिए

$$\log\left(\frac{x^y y^x}{z^x x^z}\right) = x(\log y - \log z) + (y - z)\log x$$

हल- R.H.S. = x(log y – log z) + (y – z)log x

$$\Rightarrow \quad x\left[\log\frac{y}{z}\right] + y\log x - z\log x$$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{y}{z}\right)^x + \log x^y - \log x^z$$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{y}{z}\right)^x + \log\frac{x^y}{x^z}$$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{y}{z}\right)^x \cdot \frac{x^y}{x^z}$$

$$\Rightarrow \quad \log\frac{x^y \cdot y^x}{z^x \cdot x^z} = \text{L.H.S.}$$

प्रश्न 25.

$$\log\frac{11^3}{5^7 \times 7^5}$$

को लघुगणक के योग और अन्तर के रूप में लिखिए।

हल-

$$\log\frac{11^3}{5^7 \times 7^5}$$

= $\log(11)^3 - \log(5^7 \times 7^5)$
= $3\log 11 - \log 5^7 - \log 7^5$
= $3\log 11 - 7\log 5 - 5\log 7$

प्रश्न 26. (a) यदि antilog 1.5662 = 36.83 हो, तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए-

(i) antilog $\bar{1}.5662$

(ii) antilog 2.5662
(iii) antilog $\overline{2}.5662$
(b) antilog (log x) का मान ज्ञात कीजिए।

हल- (a) दिया है- antilog 1.5662 = 36.83

(i) antilog $\overline{1}.5662$ दी गई संख्या का भिन्नांश .5662 है जबकि antilog 1.5662 = 36.83 दिया गया है।
दी गई संख्या का पूर्णाश $\overline{1}$ है अतः 1 – 1 = 0
अर्थात् antilog $\overline{1}.5662$ = 0.3683 होगा।

(ii) दी गई संख्या का पूर्णाश 2 है। इसलिए antilog 2.5662 = 368.3 होगा।
∵antilog 1.5662 = 36.83 है ।

(iii) antilog $\overline{2}.5662$ में दी गई संख्या को पूर्णाश $\overline{2}$ है।
अतः 2 – 1 – 1
अर्थात् दशमलव बिन्दु के दायीं ओर एक शून्य लगाकर मान ज्ञात कर सकते हैं।
∵antilog 1.5662 = 36.83
antilog $\overline{2}.5662$ = 0.03683

(b) Antilog (log x) को मान x के बराबर होगा चूँकि लघुगणक की विपरीत क्रिया को प्रतिलघुगणक कहते हैं।

प्रश्न 27. (17)½ ज्ञात कीजिए जबकि log 17 = 1.2304 और antilog 0.6152 = 4.123 हो।

हल- माना (17)½ = x
दोनों तरफ लघुगणक लेने पर

log(17)½ = log x
⇒ $\frac{1}{2}$log 17 = log x
⇒ $\frac{1}{2}$ [1.2304] = log x

∵ दिया है log 17 = 1.2304
⇒ 0.6152 = log x
log x = 0.6152
x = antilog(0.6152)
x = 4.123

प्रश्न 28. $\log_{10} 3$ = 0.4771 हो तो $\log_{10} 0.027$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल-

दिया है- $\log_{10} 3 = 0.4771$

तब $\log_{10} 0.027 = \log_{10} \frac{27}{1000} = \log_{10}\left(\frac{3}{10}\right)^3$

$$= 3 \log_{10} \frac{3}{10} = 3[\log_{10} 3 - \log_{10} 10]$$

मान रखने पर

$= 3[0.4771 - 1] = 1.4313 - 3$
$= -2 + 0.4313 = \bar{2}.4313$

प्रश्न 29. लघुगणक सारणियों के प्रयोग से

$\frac{520.4 \times 8.065}{97.53}$

का मान ज्ञात कीजिए।

हल-

माना $x = \frac{520.4 \times 8.065}{97.53}$

दोनों तरफ लघुगणक लेने पर

$$\log x = \log \frac{520.4 \times 8.065}{97.53}$$

$\Rightarrow \log x = \log 520.4 \times \log 8.065 - \log 97.53$
$\because log_a \frac{M}{N} = log_a M - log_b N$

$\Rightarrow \log x = \log 520.4 + \log 8.065 - \log 97.53$
$\because \log_a M \times N = \log_a M + \log_b N$

लघुगणक सारणी से सभी के मान रखने पर
$\Rightarrow \log x = 2.7163 + 0.9066 - 1.9891$
$\Rightarrow \log x = 3.6229 - 1.9891 = 1.6338$

$\therefore x = \text{antilog}(1.6338)$
$= 43.03$

प्रश्न 30. log x – log(x – 1) = log 3 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल- log x – log(x – 1) = log 3

$$\Rightarrow \quad \log \frac{x}{x-1} = \log 3$$

$$\because \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$$

∵ दोनों तरफ लघुगणक का आधार समान है, जो 10 है।

$$\therefore \quad \frac{x}{x-1} = 3$$

$$x = 3x - 3$$

या $$2x = 3 \therefore x = \frac{3}{2}$$