3 લ.સા.અ. અને ગુ.સા.અ. (LCM and HCF)

ચાલો બાળકો, આજે આપણે એક રમત રમીએ. રમતનું નામ છે 'ખીચડી-કઢી.'

સૌથી પહેલા બધા ગોળાકારે બેસી જઈએ. પહેલા બાળકે 1, બીજાએ 2, ત્રીજાએ 3, એમ વારાફરતી 100 સુધી આંકડા બોલવાના છે. જેને 5 નો અવયવી બોલવાનો આવે તેણે તે સંખ્યાને બદલે 'ખીચડી' બોલવાનું. તે જ પ્રમાણે 6 ના અવયવીને બદલે 'કઢી' બોલવાનું 5 અને 6 બંનેનો અવયવી હોય તેવી સંખ્યાને બદલે 'ખીચડી-કઢી' બોલવું.

- **વિચારો :**
  - કઈ-કઈ સંખ્યા વખતે 'ખીચડી' બોલવાનું થયું ?...
  - કઈ-કઈ સંખ્યા વખતે 'કઢી' બોલવાનું થયું ?...
  - કઈ-કઈ સંખ્યા વખતે 'ખીચડી-કઢી' બોલવાનું થયું ?....
  - સૌથી પહેલી એવી કઈ સંખ્યા આવી જેમાં 'ખીચડી-કઢી' બોલવાનું થયું ?
- **યાદ કરીએ :**

નીચે આપેલ સંખ્યાઓના ક્રમિક અવયવીઓ લખી કોઠો પૂર્ણ કરો :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4													
3	6													
4	8													
5	10													
6	12													
7	14													
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														

- **નવું શીખીએ :**

ઉપરના કોઠાના આધારે વિચારો અને કહો :

- 2ના અવયવીઓ કયા-કયા છે ? ____________________
- 3ના અવયવીઓ કયા-કયા છે ? ____________________
- 2 અને 3 ના સમાન અવયવીઓ કયા-કયા છે ? ____________________

આપેલ બધી સંખ્યાઓના સમાન અવયવીઓને આપેલી બધી સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવી કહેવાય.

નોંધ : કોઈ પણ સંખ્યાના અસંખ્ય અવયવી મળે છે. આથી, સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવી પણ અસંખ્ય મળે.

તો હવે, 4 અને 6 ના સામાન્ય અવયવીઓ શોધો.

4ના અવયવી : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

6ના અવયવી : ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4 અને 6 ના સામાન્ય અવયવી ____________________

4 અને 6 નો સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવી કયો ? ☐

સૌથી નાનો એટલે લઘુતમ

સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવી એટલે લઘુતમ સામાન્ય અવયવી. લઘુતમ સામાન્ય અવયવીને ટૂંકમાં લ.સા.અ. કહે છે. એટલે કે 4 અને 6 નો લ.સા.અ. ☐ છે.

- ગુજરાતી શબ્દકોશ મેળવી તેમાંથી લઘુતમ શબ્દનો અર્થ શોધો તથા જેમની આગળ 'લઘુ' શબ્દ આવતો હોય, તેવા ત્રણ શબ્દો શોધીને લખો :

____________, ____________, ____________

ઉદાહરણ 1 : 15 અને 25 નો લ.સા.અ. શોધો :

15 ના અવયવી : 15, 30, 45, 60, (75), 90, 105, 120, 135, (150), ...

25 ના અવયવી : 25, 50, (75), 100, 125, (150), 175, 200, ...

15 અને 25 ના સામાન્ય અવયવી : 75, 100, ...

15 અને 25 નો સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવી 75 છે.

આમ, 15 અને 25નો લ.સા.અ. 75 છે.

ઉદાહરણ 2 : 6, 10 અને 15 નો લ.સા.અ. શોધો.

6 ના અવયવી : 6, 12, 18, 24, (30), 42, 48, 54, (60), ...

10 ના અવયવી : 10, 20, (30), 40, 50, (60), 70, ...

15 ના અવયવી : 15, (30), 45, (60), 75, 90, ...

6, 10 અને 15 નો સામાન્ય અવયવી : 30, 60,...

આમ, 6, 10 અને 15 ના લ.સા.અ. 30 છે.

ઉદાહરણ 3 : 5 અને 7 નો લ.સા.અ. શોધો.

5 ના અવયવી : 5, 10, 15, 20, 25, 30, (35), 40, 45, 50, 55, 60, 65, (70),...

7 ના અવયવી : 7, 14, 21, 28, (35), 42, 49, 56, 63, (70), 77, ...

5 અને 7 ના સામાન્ય અવયવી : 35, 70, ...

આમ, 5 અને 7 નો લ.સા.અ. 35 છે.

હવે બીજી કોઈ પણ બે કે ત્રણ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ લઈ તેમનો લ.સા.અ. શોધો.

- આપેલી તમામ સંખ્યાઓ વડે તેમના લ.સા.અ.ને નિઃશેષ ભાગી શકાય છે, એટલે કે લ.સા.અ. આપેલી સંખ્યાઓમાંથી સૌથી મોટી સંખ્યા જેટલો અથવા તેના કરતાં મોટો હોય છે.
- બે કે તેથી વધુ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. તેમના ગુણાકાર જેટલો થાય.

● લ.સા.અ. શોધવાની બીજી રીત (ભાગાકારની રીત) :

ઉદાહરણ 4 : 12 અને 16 નો લ.સા.અ. શોધો.

સમજૂતી : 12 અને 16 નો અવિભાજ્ય અવયવની રીતથી ભાગાકાર કરીશું.

2	12	16
2	6	8
2	3	4
2	3	2
3	3	1
	1	1

- 12 અને 16 નો 2 વડે ભાગાકાર કરતાં અનુક્રમે 6 અને 8 આવે.
- 6 અને 8 નો 2 વડે ભાગાકાર કરતાં અનુક્રમે 3 અને 4 આવે.
- 3 નો નિ:શેષ ભાગાકાર થતો નથી, પરંતુ 4 નો 2 વડે ભાગાકાર કરતાં 2 આવે. તેથી 3 ની નીચે 3 અને 4 નો ભાગ ચાલતાં તેની નીચે 2 લખાય.
- ફરી વખત 2 નો 2 વડે ભાગ ચાલતાં 1 આવે અને 3 ની નીચે 3 લખાય.
- હવે 3 નો 3 વડે ભાગાકાર કરતાં 1 આવે.
- આમ, દરેક સંખ્યા માટે ભાગફળ 1 આવે ત્યાં સુધી ક્રમશઃ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ 2, 3, 5, 7,... વડે ભાગ ચલાવવો.
- આવી રીતે ભાગાકારને અંતે ડાબી બાજુએ આવેલા બધા અવિભાજ્ય અવયવોનો ગુણાકાર કરતા આપેલ સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. મળે છે.

આથી, 12 અને 16 નો

લ. સા. અ. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

= 48

12 અને 16 નો લ.સા.અ. 48 છે.

ઉદાહરણ 5 : 10, 20 અને 25 નો લ.સા.અ. શોધો.

2	10	20	25
2	5	10	25
5	5	5	25
5	1	1	5
	1	1	1

આથી, 10, 20 અને 25 નો

લ.સા.અ. = $2 \times 2 \times 5 \times 5$

= 100

10, 20 અને 25 નો લ.સા.અ. 100 છે.

મહાવરો 1

1. અવયવી આપીને લ.સા.અ. શોધો :

(1) 6 અને 10 (2) 9 અને 18

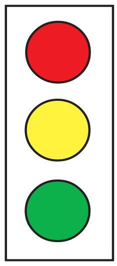
(3) 12, 18 અને 24 (4) 5,10 અને 15

2. ભાગાકારની રીતે લ.સા.અ. શોધો :

(1) 10 અને 12 (2) 24 અને 30

(3) 3, 9 અને 15 (4) 11, 22 અને 33

3. એક સિરીઝમાં લાલ લાઇટ દર 2 સેકન્ડ પછી, લીલી લાઇટ દર 6 સેકન્ડ પછી અને પીળી લાઇટ દર 10 સેકન્ડ પછી ઝબકે છે. (ચાલુ થઈ બંધ થાય છે.) ત્રણેયને એકસાથે શરૂ કર્યા પછી કેટલી સેકન્ડ પછી ત્રણેય એકસાથે ઝબકશે.



- 20 ના અવયવો મેળવો :

1	×	20	= 20
2	×	10	= 20
4	×	5	= 20

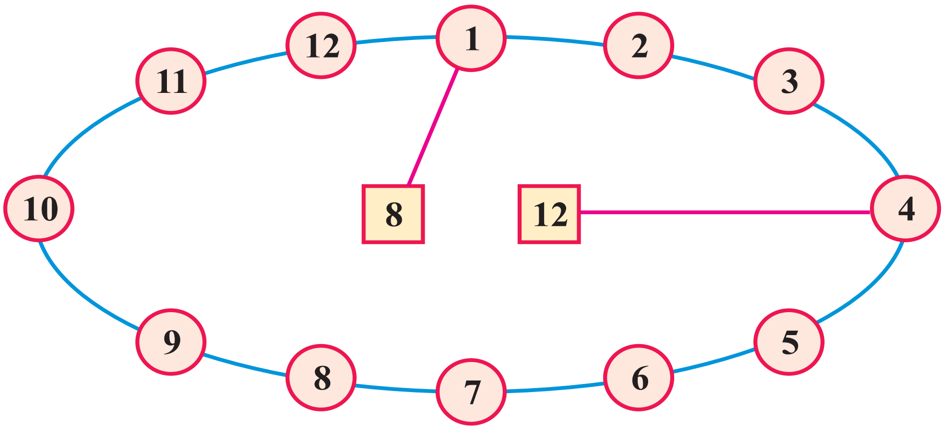
∴ **20ના અવયવો :** 1, 2, 4, 5, 10, 20

આમ, નીચે આપેલી સંખ્યાઓના અવયવો મેળવો.

(1) 25 (2) 56 (3) 16 (4) 36 (5) 70 (6) 72

- **નવું શીખીએ :**

અગાઉ આપણે તૈયાર કરેલા કોઠામાં જોઈને 8 અને 12 કયા-કયા ઘડિયામાં આવે છે, તે શોધો અને જોડો.



આપેલી સંખ્યા જે-જે સંખ્યાઓના ઘડિયામાં આવે તે-તે સંખ્યાઓને આપેલી સંખ્યાનો અવયવ કહેવાય.

વિચારો અને કહો,

- 8 ના અવયવો કયા-કયા છે ? ____________________
- 12 ના અવયવો કયા-કયા છે ? ____________________
- 8 અને 12 બંનેના સમાન અવયવો કયા-કયા છે ? ____________________

આપેલી બધી સંખ્યાઓના સમાન અવયવોને આપેલી બધી સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવ કહેવાય.

તો હવે, 10 અને 15 ના સામાન્ય અવયવો શોધો.

10 ના અવયવો :____________________

15 ના અવયવો : ____________________

10 અને 15 ના સામાન્ય અવયવો : ____________________

- 10 અને 15 નો સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવ કયો ? [ ]

- 10 અને 15 નો સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ કયો ? [ ]

સૌથી મોટો એટલે ગુરુતમ.

સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ એટલે ગુરુતમ સામાન્ય અવયવ. ગુરુતમ સામાન્ય અવયવને ટૂંકમાં ગુ.સા.અ. કહે છે, એટલે કે 10 અને 15 નો ગુ.સા.અ. [ ] છે.

- ગુજરાતી શબ્દકોશ મેળવી તેમાંથી ગુરુતમ શબ્દનો અર્થ શોધો તથા જેમની આગળ 'ગુરુ' શબ્દ લાગતો હોય તેવા ત્રણ શબ્દો શોધીને લખો :

_______________ , _______________ , _______________

ઉદાહરણ 6 : 32 અને 48 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$1 \times 32 = 32$
$2 \times 16 = 32$
$4 \times 8 = 32$

$1 \times 48 = 48$
$2 \times 24 = 48$
$3 \times 16 = 48$
$4 \times 12 = 48$
$6 \times 8 = 48$

32 ના અવયવો : (1), (2), (4), (8), (16), 32

48 ના અવયવો : (1), (2), 3, (4), 6, (8), 12, (16), 24, 48

32 અને 48 ના સામાન્ય અવયવો : 1, 2, 4, 8, 16

32 અને 48 નો સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ 16 છે, જેમાં 16 સૌથી મોટો સામાન્ય અવયવ છે.

આથી, 32 અને 48 નો ગુ.સા.અ. 16 છે.

ઉદાહરણ 7 : 12, 24 અને 42 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

1 × 12 = 12	1 × 24 = 24	1 × 42 = 42
2 × 6 = 12	2 × 12 = 24	2 × 21 = 42
3 × 4 = 12	3 × 8 = 24	3 × 14 = 42
	4 × 6 = 24	6 × 7 = 42

12 ના અવયવો : (1), (2), (3), 4, (6), 12

24 ના અવયવો : (1), (2), (3), 4, (6), 8, 12, 24

42 ના અવયવો : (1), (2), (3), (6), 7, 14, 21, 42

12, 24 અને 42 ના સામાન્ય અવયવો : 1, 2, 3, 6 છે. જેમાંનો સૌથી મોટો અવયવ 6 છે.

આથી, 12, 24 અને 42 નો ગુ.સા.અ. 6 છે.

ઉદાહરણ 8 : 7 અને 11 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

7 ના અવયવો : (1), 7

11 ના અવયવો : (1), 11

7 અને 11 નો ગુ.સા.અ. 1 છે.

- **હવે બીજી કોઈ પણ બે કે ત્રણ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ લઈ તેમનો ગુ.સા.અ. શોધો.**

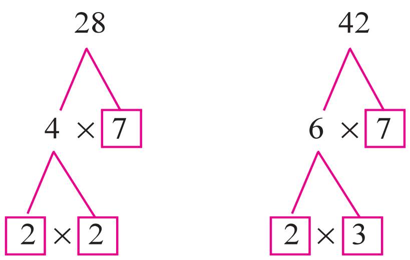
- આપેલી બધી સંખ્યાઓને તેમના ગુ.સા.અ. વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. એટલે કે ગુ.સા.અ. આપેલી સંખ્યાઓમાંથી સૌથી નાની સંખ્યા જેટલો અથવા તેના કરતાં નાનો હોય છે.
- બે કે તેથી વધુ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. 1 જ થાય.
- દરેક સંખ્યાનો સૌથી નાનો અવયવ 1 છે, તેથી બે કે તેથી વધુ સંખ્યાઓ માટે સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવ 1 જ થાય.

- **ગુ.સા.અ. શોધવાની બીજી રીત (અવિભાજ્ય અવયવની રીત) :**

ઉદાહરણ 9 : 28 અને 42 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

28 અને 42ના બે રીતે અવિભાજ્ય અવયવ પાડી શકાય. બે માંથી કોઈ પણ રીતે અવિભાજ્ય અવયવ પાડી શકાય.

રીત 1 :



રીત 2 :

2	28
2	14
7	7
	1

2	42
3	21
7	7
	1

આમ, $28 = (2) \times 2 \times (7)$

$42 = (2) \times 3 \times (7)$

28 અને 42 ના સામાન્ય અવિભાજ્ય અવયવોનો ગુણાકાર એટલે 28 અને 42 નો ગુ.સા.અ.

આથી, 28 અને 42 નો ગુ.સા.અ. $= 2 \times 7 = 14$

28 અને 42 નો ગુ.સા.અ. 14 છે.

ઉદાહરણ 10 : 40, 60 અને 80 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

2	80
2	40
2	20
2	10
5	5
	1

આમ, $40 = (2) \times (2) \times 2 \times (5)$

$60 = (2) \times (2) \times 3 \times (5)$

$80 = (2) \times (2) \times 2 \times 2 \times (5)$

આથી, 40, 60 અને 80 નો ગુ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 5 = 20$

40, 60 અને 80 નો ગુ.સા.અ. 20 છે.

ઉદાહરણ 11 : એક માળીએ કેટલાક પુષ્પગુચ્છ બનાવવા માટે 54 ગુલાબના ફૂલ વાપર્યાં. દરેક પુષ્પગુચ્છમાં સરખી સંખ્યામાં ગુલાબનાં ફૂલ રાખ્યાં છે, વળી દરેક પુષ્પગુચ્છમાં સરખી સંખ્યામાં ગલગોટાના ફૂલ રાખતાં ગલગોટાના કુલ 81 ફૂલ વપરાયાં, તો માળીએ વધુમાં વધુ કેટલા પુષ્પગુચ્છ બનાવ્યા હશે ?

- દરેક પુષ્પગુચ્છમાં સરખી સંખ્યામાં ગુલાબનાં ફૂલ રાખ્યાં તો 54 ગુલાબ વપરાયાં, એટલે પુષ્પગુચ્છની સંખ્યા 54 નો અવયવ હોય.
- આ બધા જ પુષ્પગુચ્છમાં સરખી સંખ્યામાં ગલગોટાનાં ફૂલ રાખ્યાં તો 81 ગલગોટા વપરાયા એટલે બનેલા વધુમાં વધુ પુષ્પગુચ્છની સંખ્યા 54 અને 81 ના ગુ.સા.અ. જેટલી થાય.

2	54
3	27
3	9
3	3
	1

3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$54 = 2 \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3}$

$81 = 3 \times \textcircled{3} \times \textcircled{3} \times \textcircled{3}$

આથી, 54 અને 81 નો ગુ.સા.અ. $= 3 \times 3 \times 3 = 27$

આમ, માળીએ 27 પુષ્પગુચ્છ બનાવ્યા હશે, એટલે દરેક પુષ્પગુચ્છમાં 2 ગુલાબનાં અને 3 ગલગોટાનાં ફૂલ ગોઠવ્યાં હશે.

મહાવરો 2

1. બધા જ અવયવ આપીને ગુ.સા.અ. શોધો :

(1) 6 અને 8 (2) 16 અને 56 (3) 24, 60 અને 84 (4) 75, 79 અને 89

2. અવિભાજ્ય અવયવ પાડીને ગુ.સા.અ. શોધો :

(1) 25 અને 55 (2) 66 અને 88 (3) 54, 81 અને 99 (4) 45,65 અને 80

3. મનુકાકાએ પોતાની પાસેની 96 લખોટીઓ એક વર્ગનાં બધાં બાળકોને સરખી સંખ્યામાં વહેંચી, તો એક પણ લખોટી વધી નહિ. આ જ વર્ગમાં તેમણે બધાં બાળકોને સરખી સંખ્યામાં 72 ચૉકલેટો પણ વહેંચી, તો એકેય ચૉકલેટ વધી નહિ. આ વર્ગમાં વધુમાં વધુ કેટલાં બાળકો હોય, તો આવું શક્ય બને ?

1. યોગ્ય રીતે ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) આપેલી સંખ્યાઓના સૌથી મોટા સામાન્ય અવયવને ____________ કહે છે.

(2) આપેલી સંખ્યાઓના સૌથી નાના સામાન્ય અવયવીને ____________ કહે છે.

(3) બે કે તેથી વધુ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. તેમના ____________ જેટલો થાય છે.

(4) બે કે તેથી વધુ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. ____________ થાય છે.

(5) કોઈ પણ સંખ્યાઓ માટે સૌથી નાનો સામાન્ય અવયવ ____________ છે.

2. લ.સા.અ. શોધો :

(1) 18 અને 27 (2) 30 અને 45 (3) 13, 26 અને 39 (4) 20, 40 અને 50

3. ગુ.સા.અ. શોધો :

(1) 5, 13 (2) 15, 24 (3) 15, 25 અને 35 (4) 12, 18 અને 24

❖ વિચારો :

- કોઈ પણ બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. કેટલો આવે ?
- કોઈ પણ બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. કેટલો આવે ?
- કોઈ પણ બે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. કેટલો આવે ?
- કોઈ પણ બે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. કેટલો આવે ?
- તમારી શાળાના પુસ્તકાલયમાંથી લ.સા.અ. ગુ.સા.અ.ની વિવિધ રીતો અને ઉપયોગો અંગેનું પુસ્તક મેળવો. તેમાંથી ગુ.સા.અ. શોધવાની 'દૃઢ ભાજકની રીત' વિશે માહિતી મેળવો. તદ્ઉપરાંત તેમાંથી લ.સા.અ. ગુ.સા.અ.ને લગતા કેટલાક કોયડા ગણો.

❖ નીચે આપેલા ચોરસમાં 3 ના અવયવી દર્શાવતી સંખ્યાના ખાનામાં પીળો રંગ પૂરો અને જુઓ કેવો આકાર બને છે ? અને 7 ના અવયવી દર્શાવતી સંખ્યાના ખાનામાં લાલ રંગ પૂરો અને જુઓ કેવો આકાર બને છે ?

37	16	38	3	17	55	41
4	2	9	13	15	29	5
52	27	1	5	4	33	32
39	21	63	105	84	42	45
59	56	8	10	13	14	26
31	70	44	11	22	28	34
43	35	91	7	77	49	23

- 3 અને 7 બંનેની અવયવી હોય તેવી સંખ્યાઓ કઈ-કઈ મળે છે ? નોંધો.

જવાબો

મહાવરો 1

1. (1) 30 (2) 18 (3) 72 (4) 30 **2.** (1) 60 (2) 120 (3) 45 (4) 66 **3.** 30

મહાવરો 2

1. (1) 2 (2) 8 (3) 12 (4) 1 **2.** (1) 5 (2) 22 (3) 9 (4) 5 **3.** 24

સ્વાધ્યાય

1. (1) ગુ.સા.અ. (2) લ.સા.અ. (3) ગુણાકાર (4) 1 (5) 1

2. (1) 54 (2) 90 (3) 78 (4) 200 **3.** (1) 1 (2) 3 (3) 5 (4) 6

◆

હરતાં-ફરતાં કરીએ

- **ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. એકસાથે શોધવાની રીત :**

16 અને 24નો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. શોધીએ :

(2)	16	24
(2)	8	12
(2)	4	6
2	2	3
3	1	3
	1	1

- **ગુ.સા.અ. : (HCF - Highest Common Factor)**
  આપેલ બંને સંખ્યાને નિઃશેષ ભાગી શકાતી હોય તેવી સંખ્યા ઉપર વર્તુળની નિશાની કરો. તે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર, દા.ત., $2 \times 2 \times 2 = 8$ ગુ.સા.અ. દર્શાવે છે.
- **લ.સા.અ. : (LCM - Lowest Common Multiple)**
  ડાબી બાજુની બધી જ અવિભાજ્ય સંખ્યાનો ગુણાકાર લ.સા.અ. દર્શાવે છે.
  દા.ત., $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$ લ.સા.અ. દર્શાવે છે.