माहितीचे व्यवस्थापन

प्रकरण 9

9.1 प्रस्तावना

तुम्ही तुमच्या शिक्षकांना रोज हजेरी पुस्तकात विद्यार्थ्यांच्या हजेरीची नोंद करताना किंवा प्रत्येक चाचणीत किंवा परीक्षेत तुम्हाला मिळालेल्या गुणांची नोंद करताना नक्कीच पाहिलं असेल त्याचप्रमाणे क्रिकेटचा धावफलकही तुम्ही पाहिला असेल. असे दोन धावफलक खाली दाखविले आहेत :-

गोलंदाजाचे नाव	षटक	निर्धाव षटक	दिलेल्या धावा	बाद केलेले फलंदाज
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

फलंदाजाचे नाव	धावा	खेळलेले चेंडू	वेळ (मिनिटात)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

तुम्हाला माहीत आहे की खेळात कोण जिंकले कोण हरले एवढीच माहिती नोंदवली जात नाही. तर धावफलकामुळे खेळाची काही महत्त्वाची माहिती तुम्हाला मिळू शकते. उदाहरणार्थ, सर्वांत अधिक धावा करणाऱ्या खेळाडूने किती वेळ, किती चेंडूंचा सामना केला हे आपल्याला समजू शकते.

याप्रमाणे आपल्या दैनंदिन जीवनात आपण संख्या, आकृती, नावे इत्यादीशी संबंधित अनेक प्रकारच्या सारणी पाहतो.

या सारणी आपल्याला 'सामग्री' उपलब्ध करून देतात. 'सामग्री' म्हणजे काही सूचना देण्यासाठी एकत्रित केलेला संख्यांचा संग्रह होय.

9.2 सामग्रीची नोंद

एका वर्गातील विद्यार्थी सहलीला जायची तयारी करत आहेत असे उदाहरण आपण घेऊ. केळे, सफरचंद, संत्रे किंवा पेरू यापैकी एक फळ निवडायला शिक्षकांनी विद्यार्थ्यांना सांगितले. याची यादी बनविण्याचे काम उमावर सोपवले. तिने सर्व मुलांची यादी केली आणि प्रत्येकापुढे त्याने निवडलेले फळ लिहिले. ही यादी, मुलांच्या आवडीनुसार त्यांना फळ देण्यासाठी उपयोगी पडेल.

राघव	—	केळे	भावना	—	सफरचंद
प्रीती	—	सफरचंद	मनोज	—	केळे
अमर	—	पेरू	डोनाल्ड	—	सफरचंद
फातिमा	—	संत्रे	मारिया	—	केळे
अमिता	—	सफरचंद	उमा	—	संत्रे
रमण	—	केळे	अख्तर	—	पेरू
राधा	—	संत्रे	रितु	—	सफरचंद
फरिदा	—	पेरू	सलमा	—	केळे
अनुराधा	—	केळे	कविता	—	पेरू
रति	—	केळे	जावेद	—	केळे

वर्गातील किती मुलांना केळी हवी आहेत ही माहिती शिक्षकांना हवी असेल तर त्यांना यादीतील एक-एक नाव वाचून केळ्यांची संख्या मोजावी लागेल. अशा तऱ्हेने एकूण किती केळी हवी आहेत ते कळेल.

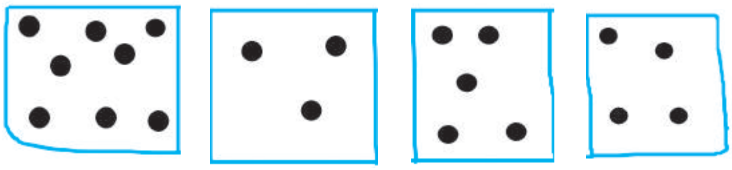
सफरचंद, पेरू आणि संत्री यांची वेगवेगळी संख्या समजण्यासाठी सुद्धा प्रत्येक फळासाठी हीच कृती पुन्हा पुन्हा करावी लागेल. ही कृती क्लिष्ट आणि वेळखाऊ आहे. ही कृती विद्यार्थी संख्या 50 असेल तर आणखीच क्लिष्ट होईल.

यासाठी उमा एक-एक करून त्या फळांची नावे अशी लिहून घेईल.

केळे, सफरचंद, पेरू, संत्रे, सफरचंद, केळे, संत्रे, पेरू, केळ, केळे, सफरचंद, केळे, संत्रे, पेरू, सफरचंद, केळे, सफरचंद, केळे, पेरू, केळे.

हे करून शिक्षकांचे काम सोपं होईल असं आपल्याला वाटतं का? त्यांना अजूनही पूर्वीप्रमाणे फळांना एक-एक करत मोजावं लागेल.

सलमाच्या डोक्यात एक वेगळा विचार आला. तिने फरशीवर चार चौरस काढले. प्रत्येक चौरस फक्त एकाच प्रकारच्या फळासाठी ठेवला. ती मुलांना सांगते की आपल्या आवडत्या फळाच्या चौरसात एक गोटी ठेवा. अर्थात, ज्याने केळे निवडलंय तो विद्यार्थी केळ्याच्या चौरसात एक गोटी ठेवेल याप्रमाणे प्रत्येक विद्यार्थी करेल.



प्रत्येक चौरसातील गोट्यांची संख्या मोजून प्रत्येक प्रकारच्या किती फळांची आवश्यकता आहे. हे सलमा लगेच सांगू शकते.

ही कृती 40 विद्यार्थ्यांसाठी कोणतीही चार फळे घेऊन करण्याचा प्रयत्न करा. तुम्ही गोट्यांच्या जागी बाटलीची झाकणे किंवा अन्य काहीही घेऊ शकता.

9.3 सामग्रीची मांडणी

सलमाने जी माहिती मिळवली ती माहिती रोनाल्ड एक पेन आणि कागद घेऊन मिळवू शकतो. त्याला गोट्यांची आवश्यकता नाही. तो मुलांना, 'या चौरसात दगड ठेवा' अशी सूचना देत नाही. तो खालीलप्रमाणे सारणी करतो :

केळे	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	8
संत्रे	✓ ✓ ✓	3
सफरचंद	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	5
पेरू	✓ ✓ ✓ ✓	4

तुम्हाला रोनाल्डची सारणी समजली का?

(✓) हे चिन्ह काय दर्शविते?

चार विद्यार्थ्यांनी पेरू निवडला. पेरू समोर किती (✓) चिन्हे आहेत?

वर्गात एकूण किती विद्यार्थी आहेत? ही सर्व माहिती मिळवा.

या पद्धतींबद्दल चर्चा करा. कोणती पद्धती सर्वात चांगली आहे? का?

जर खूप मोठ्या सामग्रीतून अधिक माहिती मिळवायची असेल तर कोणती पद्धत अधिक उपयुक्त ठरेल?

उदाहरण 1 : माध्यान्ह भोजन योजनेसाठी एक शिक्षक प्रत्येक विद्यार्थ्याची भोजनाची आवड जाणून घेऊ इच्छितात. शिक्षक हे माहिती एकत्र करण्याचं काम मारियावर सोपवतात. मारिया हे काम एक कागद पेन्सिल घेऊन करते. भोजनाची आवड एका रकान्यात लिहून, प्रत्येक विद्यार्थ्याच्या आवडीनुसार त्या रूचीपुढे एक उभी रेघ (|) ओढते.

<table>
<tr><th>भोजन – आवड</th><th>विद्यार्थी संख्या</th></tr>
<tr><td>फक्त भात</td><td>|||||||||||||||||</td></tr>
<tr><td>फक्त पोळी</td><td>|||||||||||||</td></tr>
<tr><td>भात-पोळी दोन्हीही</td><td>||||||||||||||||||||</td></tr>
</table>

वरची सारणी पाहून उमेशने विद्यार्थ्यांना मोजण्याची एक पद्धती सुचवली. त्याने मारियाला या (|) चिन्हांचा खालीलप्रमाणे दहा-दहाचा गट करायला सांगितला.

<table>
<tr><th>भोजन – आवड</th><th>विद्यार्थी संख्या</th><th></th></tr>
<tr><td>फक्त भात</td><td>(||||||||||) |||||||</td><td>17</td></tr>
<tr><td>फक्त पोळी</td><td>(||||||||||) |||</td><td>13</td></tr>
<tr><td>भात-पोळी दोन्हीही</td><td>(||||||||||) (||||||||||)</td><td>20</td></tr>
</table>

राजने त्याला आणखी सोपे बनविण्यासाठी खालीलप्रमाणे दहा-दहाच्या ऐवजी पाच-पाचचे गट करावेत असे सांगितले.

<table>
<tr><th>भोजन – आवड</th><th>विद्यार्थी संख्या</th><th></th></tr>
<tr><td>फक्त भात</td><td>(|||||) (|||||) (|||||) ||</td><td>17</td></tr>
<tr><td>फक्त पोळी</td><td>(|||||) (|||||) |||</td><td>13</td></tr>
<tr><td>भात-पोळी दोन्हीही</td><td>(|||||) (|||||) (|||||) (|||||)</td><td>20</td></tr>
</table>

शिक्षकांनी सुचविले की पाच-पाचच्या प्रत्येक गटात पाचवी खूण एका तिरक्या रेषेने करावी. जसे '卌' या चिन्हात दाखवले आहे. या ताळ्याच्या खुणा आहेत. याप्रमाणे 卌 || हे दाखविते की मोजल्यावर हे पाच अधिक दोन (अर्थात सात) आहेत. 卌 卌 हे दाखविते की पाच अधिक पाच (अर्थात दहा) आहेत.

याप्रमाणे, सारणी अशी दिसेल :-

भोजन – आवड	**विद्यार्थी संख्या**	
फक्त भात	𝍸 𝍸 𝍸 𝍷𝍷	17
फक्त पोळी	𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷	13
भात-पोळी दोन्हीही	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	20

उदाहरण 2 : एकताला तिच्या VI वीच्या वर्गातील विद्यार्थ्यांच्या बुटांच्या मापांची सामग्री गोळा करायला सांगितली. तिने खालीलप्रमाणे सामग्री लिहिली.

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

जावेदला खालील माहिती हवी आहे.

(i) जास्तीत जास्त विद्यार्थी वापरत असलेल्या बुटांचे माप.

(ii) कमीत कमी विद्यार्थी वापरत असलेल्या बुटांचे माप.

तुम्ही ही माहिती मिळवू शकता का?

एकताने ताळ्याच्या खुणा वापरून ही सारणी तयार केली.

बुटांचे माप	**ताळ्याच्या खुणा**	**विद्यार्थ्यांची संख्या**
4	𝍸	5
5	𝍸 𝍷𝍷𝍷	8
6	𝍸 𝍸	10
7	𝍸 𝍷𝍷	7
8	𝍷𝍷	2

आता वर विचारलेल्या प्रश्नांची उत्तरे सहजपणे देता येतील. तुम्ही या प्रकारची कृती आपल्या वर्गात ताळ्याच्या खुणा वापरून करू शकता.

हे करा

1. आपल्या वर्गमित्रांच्या घरातील व्यक्तींची संख्या मिळवा व ती सारणीच्या रूपात मांडा. त्यावरून काढा की :

(a) कमीत कमी वेळा आलेली संख्या.

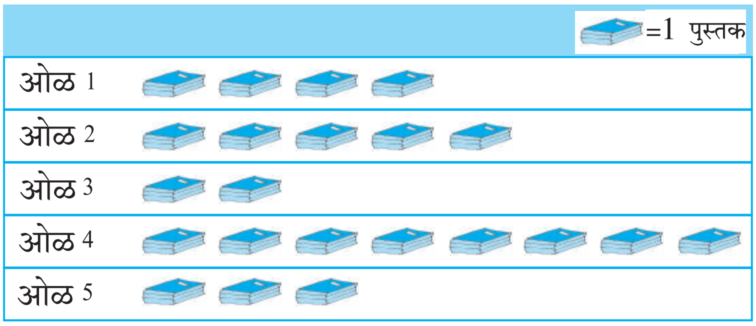
(b) जास्तीत जास्त वेळा आलेली संख्या.

(c) समान वेळा आलेली संख्या.

घरातील व्यक्तींची संख्या	ताळ्याच्या खुणा	तेवढ्या व्यक्ती असलेल्या घरांची संख्या

9.4 चित्रालेख

एका कपाटात पाच खण आहेत. प्रत्येक खणात पुस्तके ओळीने ठेवली आहेत. अधिक माहिती खालील सारणीत दिली आहे.



कोणत्या ओळीत पुस्तकांची संख्या सर्वांत अधिक आहे? कोणत्या ओळीत पुस्तकांची संख्या सर्वांत कमी आहे? एकही पुस्तक नाही अशी एखादी ओळ आहे का?

वरील आलेख पाहून तुम्ही या प्रश्नांची उत्तरे देऊ शकता. यातील चित्रे सामग्री समजण्यासाठी आपल्याला मदत करतात याला चित्रालेख म्हणतात.

एक **चित्रालेख, सामग्रीला चित्रे, वस्तू किंवा वस्तूंच्या भागाच्या रूपात दाखवितो. हा केवळ पाहूनच सामग्री संबंधित प्रश्नांची उत्तरे देता येतात.**

हे करा

दैनिके आणि मासिकांमध्ये मुख्यतः वाचकांना आकर्षित करण्यासाठी चित्रालेखांचा वापर करतात.

अशा तऱ्हेने प्रकाशित केलेले एक किंवा दोन चित्रालेख मिळवा आणि आपल्या वर्गात लावा. हे चित्रालेख काय दाखवतात ते समजून घेण्याचा प्रयत्न करा.

एका चित्रालेखात दाखविलेली माहिती समजण्यासाठी काही सरावाची आवश्यकता आहे.

9.5 एका चित्रालेखाचे अर्थबोधन

उदाहरण 3 : खालील चित्रालेख गेल्या आठवड्यातील 30 विद्यार्थ्यांच्या वर्गातील अनुपस्थिती दर्शविते.

(a) कोणत्या दिवशी सर्वांत जास्त विद्यार्थी अनुपस्थित राहिले?

(b) कोणत्या दिवशी पूर्ण उपस्थिती होती?

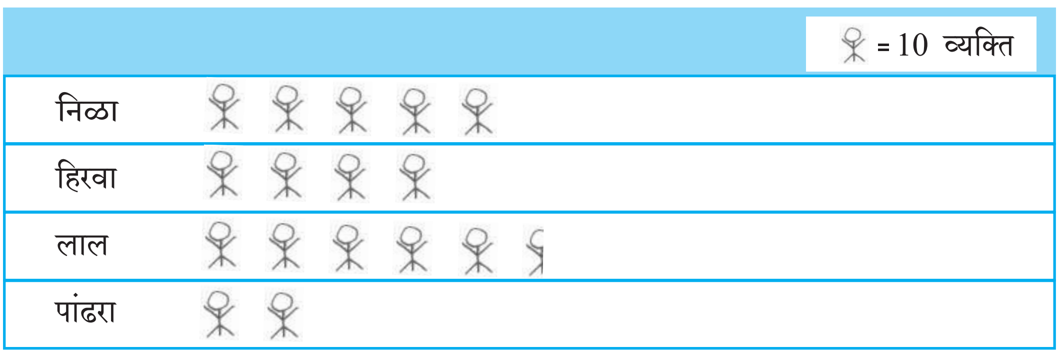
(c) या आठवड्यातील एकूण अनुपस्थिती किती?

उत्तर : (a) शनिवारी सर्वांत जास्त विद्यार्थी अनुपस्थित होते.
(ही माहिती दाखविणाऱ्या शनिवारच्या ओळीत 8 चित्रे आहेत, इतर दिवशी चित्रांची संख्या कमी आहे.)

(b) गुरुवारच्या ओळीत चित्र नाही. याचा अर्थ त्या दिवशी कोणताही विद्यार्थी अनुपस्थित नाही. म्हणजेच त्या दिवशी वर्गात पूर्ण उपस्थिती होती.

(c) इथे एकूण 20 चित्रे आहेत. म्हणून या आठवड्यात एकूण अनुपस्थिती 20 होती.

उदाहरण 4 : एका विशिष्ट ठिकाणी राहणाऱ्या व्यक्तींना आवडणाऱ्या फ्रिजच्या (Fridges) च्या रंगांची माहिती खालील चित्रालेखात दाखविलेली आहे :



(a) निळा रंग आवडणाऱ्या व्यक्तींची संख्या लिहा.

(b) किती व्यक्तींना लाल रंग आवडतो?

उत्तर : (a) निळा रंग आवडणाऱ्या 50 व्यक्ती आहेत.

[= 10 व्यक्ती म्हणून अशी 5 चित्रे 5×10 व्यक्ती दर्शवितात.]

(b) लाल रंग आवडणाऱ्या व्यक्तींची संख्या काढताना जरा विचार करावा लागेल.

5 पूर्ण चित्रांच्या, $5 \times 10 = 50$ व्यक्ती मिळतील.

शेवटच्या अर्ध्या चित्रासाठी आपण अंदाजे 5 व्यक्ती घेऊ शकू.

म्हणून लाल रंग आवडणाऱ्या व्यक्तींची संख्या 55 आहे.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा :

वरील उदाहरणात लाल रंग आवडणाऱ्या व्यक्तींची संख्या $50 + 5 = 55$ घेतली. जर तुमच्या मित्राने $50 + 8 = 58$ घेतले तर ते तुम्हाला मान्य आहे का?

उदाहरण 5 : एका शाळेतील इयत्ता VI तील 30 विद्यार्थी रोज कोणत्या वाहनाने शाळेत येतात, याची पाहणी केली. मिळालेली माहिती चित्रालेखाद्वारे खालीलप्रमाणे दाखविली आहे.

वाहतुकीचे साधन	विद्यार्थ्यांची संख्या (☺ = 1 विद्यार्थी)
स्वत:ची कार	☺ ☺ ☺ ☺
सार्वजनिक बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
शाळेची बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
सायकल	☺ ☺ ☺
पायी	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

या चित्रालेखावरून तुम्ही काय निष्कर्ष काढू शकता?

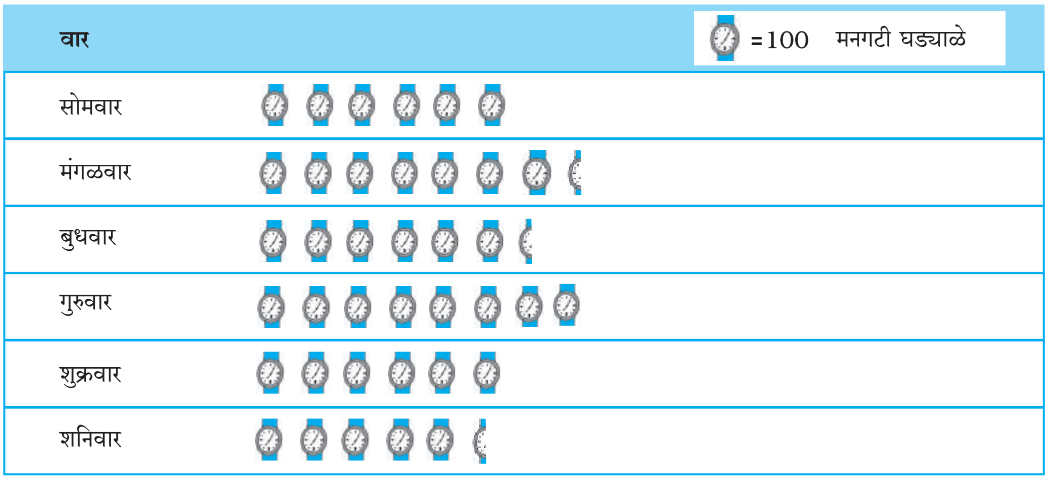
(a) स्वत:च्या गाडीने येणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या 4 आहे.

(b) जास्तीत जास्त विद्यार्थी (11) शाळेच्या बसने येतात. हे वाहतुकीचे सर्वांत जास्त लोकप्रिय साधन आहे.

(c) सायकलचा वापर केवळ तीन विद्यार्थीच करतात.

(d) इतर वाहने वापरणाऱ्या विद्यार्थ्यांची संख्या अशाचप्रकारे काढता येईल.

उदाहरण 6 : एका आठवड्यात, एका कारखान्यात बनविलेल्या मनगटी घड्याळांची संख्या खालील चित्रालेखात दाखविली आहे.



(a) कोणत्या दिवशी सर्वांत कमी मनगटी घड्याळे बनविली गेली?

(b) कोणत्या दिवशी सर्वांत जास्त मनगटी घड्याळे बनविली गेली?

(c) ह्या विशेष सप्ताहात बनविलेल्या मनगटी घड्याळांची अंदाजे संख्या लिहा.

आपण एक सारणी बनवून मोजू शकतो.

वार	बनविलेल्या मनगटी घड्याळांची संख्या
सोमवार	600
मंगळवार	700 पेक्षा जास्त पण 800 पेक्षा कमी
बुधवार	....
गुरुवार	....
शुक्रवार	....
शनिवार	....

वरील सारणी पूर्ण करून उत्तर मिळवा.

उदाहरणसंग्रह 9.1

1. गणिताच्या एका चाचणीत 40 विद्यार्थ्यांना खालीलप्रमाणे गुण मिळाले. ताळ्यांच्या खुणा वापरून या गुणांची सारणी करा.

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) किती विद्यार्थ्यांनी 7 किंवा त्यापेक्षा जास्त गुण मिळविले ते शोधा.

(b) किती विद्यार्थ्यांनी 4 पेक्षा कमी गुण मिळविले?

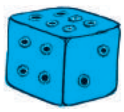
2. इयत्ता VI च्या 30 विद्यार्थ्यांची मिठाईची आवड खालीलप्रमाणे

लाडू, बर्फी, लाडू, जिलेबी, लाडू, रसगुल्ला

जिलेबी, लाडू, बर्फी, रसगुल्ला, लाडू, जिलेबी
जिलेबी, रसगुल्ला, लाडू, रसगुल्ला, जिलेबी, लाडू
रसगुल्ला, लाडू, लाडू, बफी, रसगुल्ला, रसगुल्ला
जिलेबी, रसगुल्ला, लाडू, रसगुल्ला, जिलेबी, लाडू

(a) ताळ्याच्या खुणा वापरून या मिठाया एका सारणीत मांडा.

(b) कोणती मिठाई विद्यार्थ्यांना अधिक आवडते?



3. कॅथरिनने एक फासा 40 वेळा फेकल्यावर, प्रत्येकवेळी तिला मिळालेली संख्या खालीलप्रमाणे:

1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

ताळ्याच्या खुणा वापरून दिलेल्या सामग्रीची सारणी तयार करा आणि शोधा :

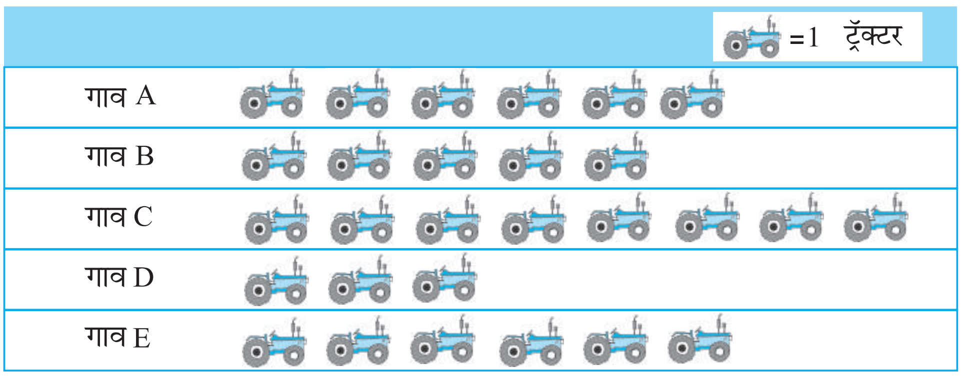
(a) कमीत कमी वेळा आलेली संख्या

(b) जास्तीत जास्त वेळा आलेली संख्या

(c) समान वेळा आलेल्या संख्या

संख्या	ताळ्याच्या खुणा	किती वेळा
1		
2		
3		
4		
5		
6		

4. खालील चित्रालेख पाच गावातील ट्रॅक्टरांची संख्या दाखवितो :



चित्रालेख पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

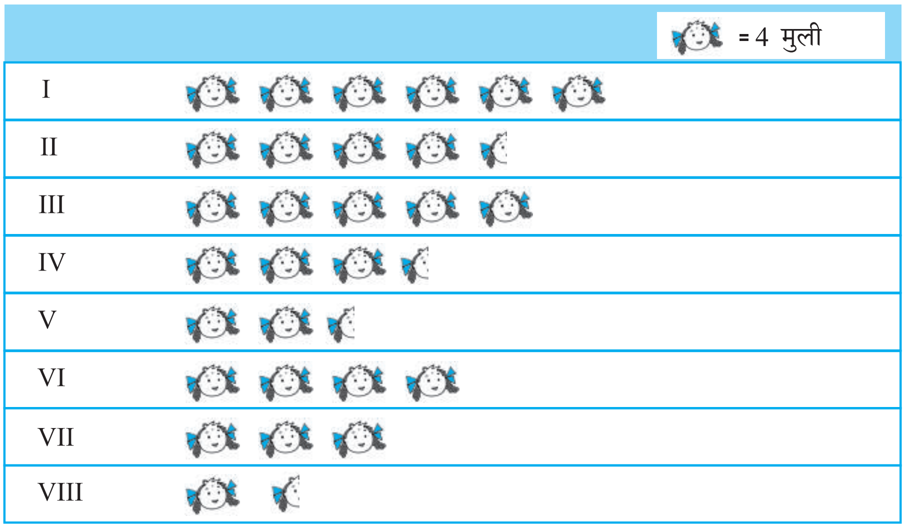
(i) कोणत्या गावात ट्रॅक्टरांची संख्या कमीत कमी आहे?

(ii) कोणत्या गावात ट्रॅक्टरांची संख्या जास्तीत जास्त आहे?

(iii) C गावामध्ये B पेक्षा किती ट्रॅक्टर अधिक आहेत?

(iv) पाच गावात मिळून एकूण किती ट्रॅक्टर आहेत?

5. खालील चित्रालेख एका सह-शिक्षण माध्यमिक विद्यालयाच्या प्रत्येक वर्गातील मुलींची संख्या दाखवितो.



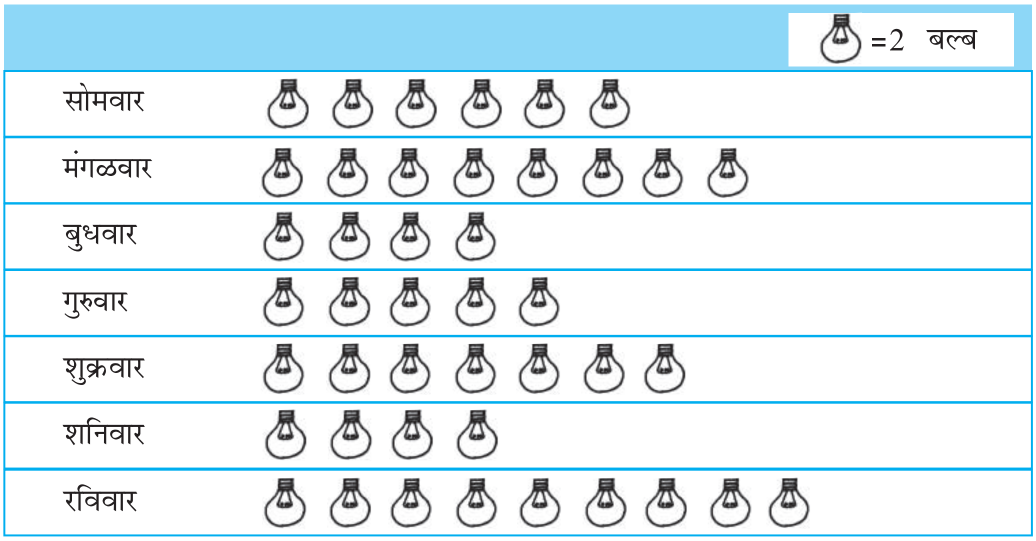
हा चित्रालेख पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) कोणत्या वर्गात मुलींची संख्या कमीत कमी आहे?

(b) इयत्ता VI वी मधील मुलींची संख्या इयत्ता V वी मधील मुलींच्या संख्येपेक्षा कमी आहे का?

(c) इयत्ता VII वी मध्ये किती मुली आहेत?

6. एका आठवड्यातील वेगवेगळ्या दिवसाची विजेच्या बल्बची विक्री खाली दाखविली आहे.



चित्रालेख पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) शुक्रवारी किती बल्ब विकले गेले?

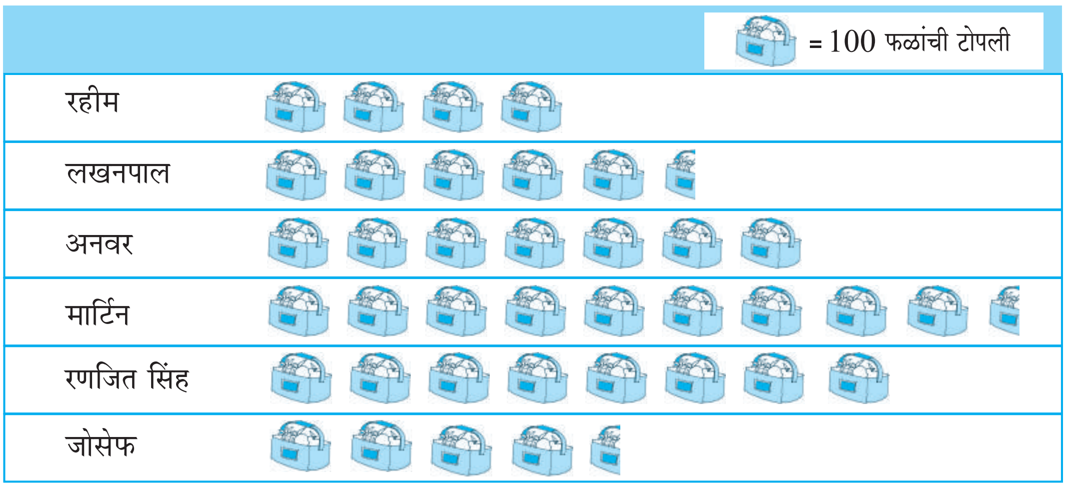
(b) कोणत्या दिवशी विकल्या गेलेल्या बल्बची संख्या सर्वाधिक आहे?

(c) आठवड्यातील कोणकोणत्या दिवशी समान बल्ब विकले गेले?

(d) कोणकोणत्या दिवशी कमीत कमी बल्ब विकले गेले?

(e) एका मोठ्या पेटीत 9 बल्ब येतात तर या आठवड्यात किती पेट्या लागल्या?

7. एका विशिष्ट मोसमात एका गावातील 6 फळ विक्रेत्यांनी विकलेल्या फळांच्या टोपल्यांची संख्या खालील चित्रालेखात दाखविली आहे :



हा चित्रालेख पाहून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

(a) कोणत्या फळ विक्रेत्याने सर्वांत जास्त फळांच्या टोपल्या विकल्या?

(b) अनवरने फळांच्या किती टोपल्या विकल्या?

(c) ज्यांनी 600 किंवा त्यापेक्षा अधिक टोपल्या विकल्या ते विक्रेते पुढच्या मोसमात गोदाम खरेदी करण्याची योजना बनवत आहेत. तुम्ही त्यांची नावे सांगू शकाल का?

9.6 चित्रालेख काढणे

चित्रालेख काढणे हे मनोरंजक आहे. परंतु काही वेळा अशी काही चिन्हे जशी की (ज्याचा वापर मागे दिलेल्या उदाहरणात केला आहे), ज्यांचा एकाकांच्या पटीच्या रूपात वापर होऊ शकतो तसेच जी काढायला अवघड असतात अशा जागी आपण सोपी चिन्हे वापरू शकतो.

जर 5 विद्यार्थी दाखवतो, तर तुम्ही 4 किंवा 3 विद्यार्थी कसे दाखवाल? या परिस्थितीत आपण खालील प्रकारे कल्पना करून उत्तर काढू शकतो.

5 विद्यार्थी दाखवतो, तर 4 विद्यार्थी दाखवतो,

3 विद्यार्थी दाखवतो, 2 विद्यार्थी दाखवतो,

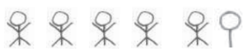
1 विद्यार्थी दाखवतो. यानंतर दाखवण्याचे काम सुरू करा.

उदाहरण 7 : एका वर्गातील 30 विद्यार्थ्यांची एका आठवड्यातील उपस्थिती खालीलप्रमाणे आहे. ती चित्रालेखाद्वारे दाखवा.

वार	उपस्थित विद्यार्थ्यांची संख्या
सोमवार	24
मंगळवार	26
बुधवार	28
गुरुवार	30
शुक्रवार	29
शनिवार	22

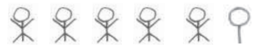
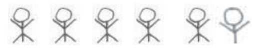
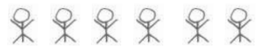
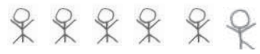
उत्तर : पूर्वी केलेल्या कल्पनेनुसार

24 ला याने दाखवले जाऊ शकते.

26 ला  याने दाखवले जाऊ शकते.

इत्यादी.

अशातऱ्हेने तयार केलेला चित्रालेख असा असेल

वार	उपस्थित विद्यार्थ्यांची संख्या
सोमवार	
मंगळवार	
बुधवार	
गुरुवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

इथे '5 पेक्षा कमी' ला एका चित्राच्या रूपात कसे दाखवायचे हे एकप्रकारे ठरवले आहे. याप्रमाणे प्रत्येक वेळी चित्रांचे तुकडे करणे शक्य नसते. अशा स्थितीत आपण काय करू?

खालील उदाहरणाचा अभ्यास करा :

उदाहरण 8 : एका वर्षाच्या पहिल्या चार महिन्यात, एका विश्रामगृहासाठी खरेदी केलेल्या विजेच्या बल्बची संख्या खालीलप्रमाणे आहे :

महिना	बल्बची संख्या
जानेवारी	20
फेब्रुवारी	26
मार्च	30
एप्रिल	34

ही माहिती चित्रालेखाद्वारे दाखवा.

उत्तर :

म्हणजे 10 बल्ब असे मानू	
जानेवारी	
फेब्रुवारी	
मार्च	
एप्रिल	

इथे जानेवारी आणि मार्चसाठी चित्र काढणे अवघड नाही. परंतु 26 आणि 34 हे चित्राद्वारे सोपे नाही. आपण 26 च्या जवळच्या 5 पर्यंत म्हणजे 25 आणि 34 साठी 35 घेऊ शकतो. मग फेब्रुवारीसाठी $2\frac{1}{2}$ बल्ब आणि एप्रिलसाठी   बल्ब दाखवू शकतो.

अभ्यास 9.2

1. पाच गावात पशुंची एकूण संख्या अशी आहे :

गाव A	:	80
गाव B	:	120
गाव C	:	90
गाव D	:	40
गाव E	:	60

⊗ हे चिन्ह 10 पशू दाखवते त्याचा वापर करून एक चित्रालेख काढा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) किती चिन्हे गाव E चे पशू दाखवतील.

(b) कोणत्या गावात पशुंची संख्या जास्तीत जास्त आहे.

(c) कोणत्या गावात जास्त पशू आहेत : गाव A की गाव C मध्ये?

2. वेगवेगळ्या वर्षी एका शाळेच्या विद्यार्थ्यांची एकूण संख्या खालील सारणीद्वारे दाखवली आहे:

वर्ष	विद्यार्थ्यांची संख्या
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A. 100 विद्यार्थ्यांसाठी हे चिन्ह वापरून, एक चित्रालेख तयार करा आणि खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) वर्ष-2002 मध्ये एकूण विद्यार्थ्यांसाठी किती चिन्हे दाखवाल?

(b) वर्ष-1998 मध्ये एकूण विद्यार्थ्यांसाठी किती चिन्हे दाखवाल?

B. 50 विद्यार्थ्यांसाठी एक वेगळे चिन्ह वापरून, एक चित्रालेख तयार करा : कोणता चित्रालेख अधिक माहितीप्रद आहे?

9.7 स्तंभालेख

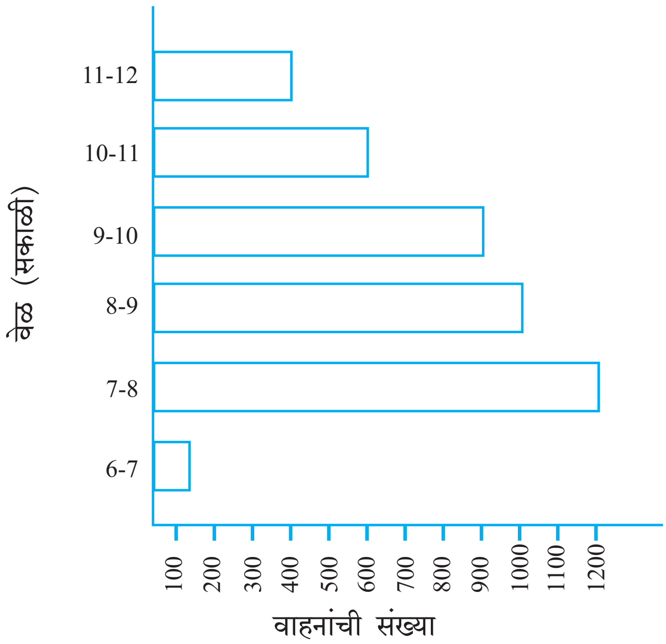
दिलेली सामग्री चित्रालेखाद्वारे दाखवणे हे फक्त वेळखाऊच नाही तर कधी कधी अवघडसुद्धा असते. म्हणून सामग्री चित्ररूपाने दाखवण्यासाठी इतर पद्धती पाहू.

ज्यांच्यात समान अंतर आहे असे समान रुंदी असलेले उभे (vertical) किंवा आडवे (horizontal) स्तंभ काढले जातात. याप्रकारे काढलेल्या प्रत्येक स्तंभाची लांबी दिलेली संख्या दाखवते. सामग्री दाखवण्यासाठी या पद्धतीला स्तंभ आरेख (bar diagram) किंवा स्तंभ आलेख (bar graph) म्हणतात.

9.7.1 स्तंभालेखाचे अर्थबोधन

एका विशिष्ट दिवशी रहदारी पोलिसांकडून दिल्लीच्या एका गर्दीच्या चौकातून जाणाऱ्या वाहनांच्या बाबतीत केलेला अभ्यास या उदाहरणाचा विचार करू. सकाळी 6 ते दुपारी 12 पर्यंत प्रत्येक तासाला त्या चौकातून जाणाऱ्या वाहनांची संख्या खाली दिलेल्या स्तंभालेखात दाखवली आहे. एक एकक सांकेतिक रूपात एक घर दाखवते. (1 एकक =1 घर)

प्रमाण 1 एकक = 100 वाहने



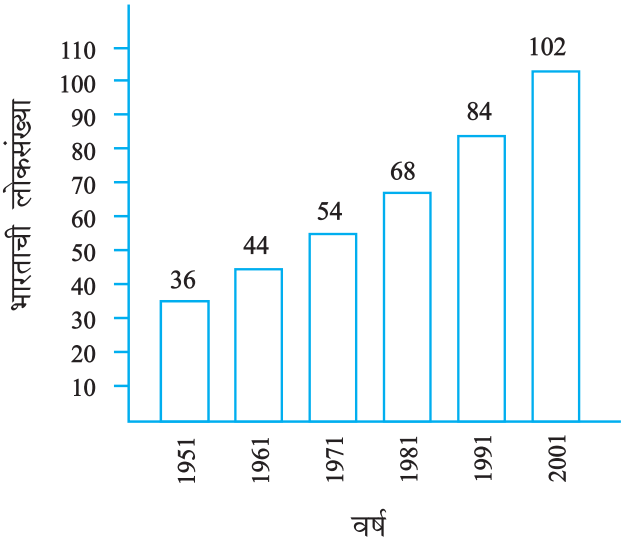
आपण पाहू शकतो की, सर्वांत जास्त रहदारी, सर्वांत मोठ्या लांबीच्या स्तंभाने अर्थात् 1200 वाहनांनी दाखवली आहे आणि ती सकाळी सात ते आठ या वेळात आहे, तर या पाठोपाठचा लहान स्तंभ 8 ते 9 या वेळेत आहे.

याप्रमाणे कमीत कमी रहदारी दाखवणारा सर्वांत छोटा स्तंभ (अर्थात् 140 वाहने) सकाळी 6 ते 7 या वेळेत आहे. या छोट्या स्तंभाच्या कमी रहदारी दाखवणारा पुढचा स्तंभ 11 ते 12 या वेळेत आहे.

दोन अति व्यस्त तास (Peak hours 8.00 ते 10.00) या वेळेत एकूण वाहतूक (शाळा, कार्यालय आणि व्यापारी संस्था यासाठी) 1000+900 = 1900 वाहने अशी आहे जी दोन स्तंभांनी दाखवली आहे.

जर सामग्रीमध्ये मोठे आकडे असतील तर आपल्याला एका वेगळ्या प्रमाणाची गरज भासेल. उदाहरणार्थ, भारताची लोकसंख्या वाढीची स्थिती पहा. या संख्या कोटीमध्ये आहेत. म्हणून आपण 1 एकक = 1 व्यक्ती घेतली तर स्तंभ काढणे शक्य नाही. यासाठी असे प्रमाण घ्या की 1 एकक 10 कोटी दाखवेल. या स्थितीचा स्तंभालेख बाजूच्या आकृतीत दाखवला आहे.

म्हणून 5 एकक उंचीचा स्तंभ 50 कोटी तर 8 एकक उंचीचा स्तंभ 80 कोटी दाखवेल.

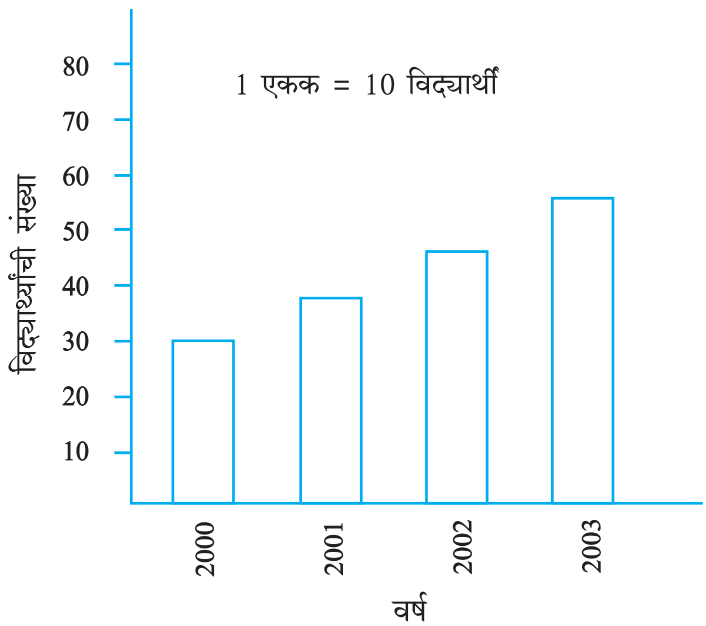


उदाहरण 9 : एका शाळेतील, एका वर्गाचा स्तंभालेख खाली दिला आहे. त्याचा अभ्यास करून पुढील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) या आलेखाचे प्रमाण काय आहे?

(b) प्रत्येक वर्षी शाळेत किती नवे विद्यार्थी प्रवेश घेतात?

(c) वर्ष 2003 मधील विद्यार्थी संख्या वर्ष 2000 मधील विद्यार्थी संख्येच्या दुप्पट आहे का?

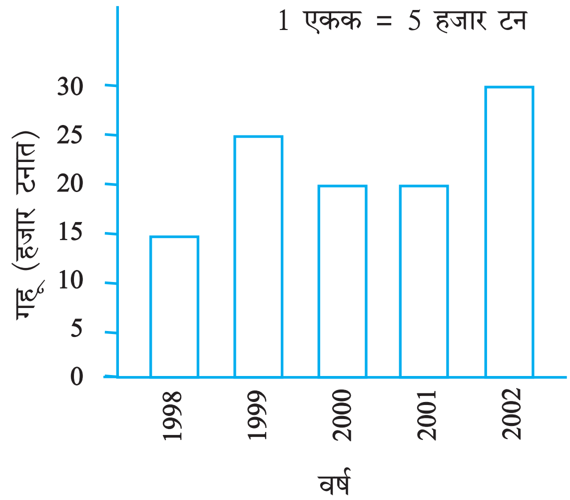


उत्तर (a) प्रमाण : 1 एकक = 10 विद्यार्थी

आता (b) आणि (c) तुम्ही सोडवा.

उदाहरणसंग्रह 9.3

1. खाली दिलेला स्तंभालेख सन 1998–2002 मध्ये सरकारने खरेदी केलेल्या गव्हाचे परिमाण दाखवतो.

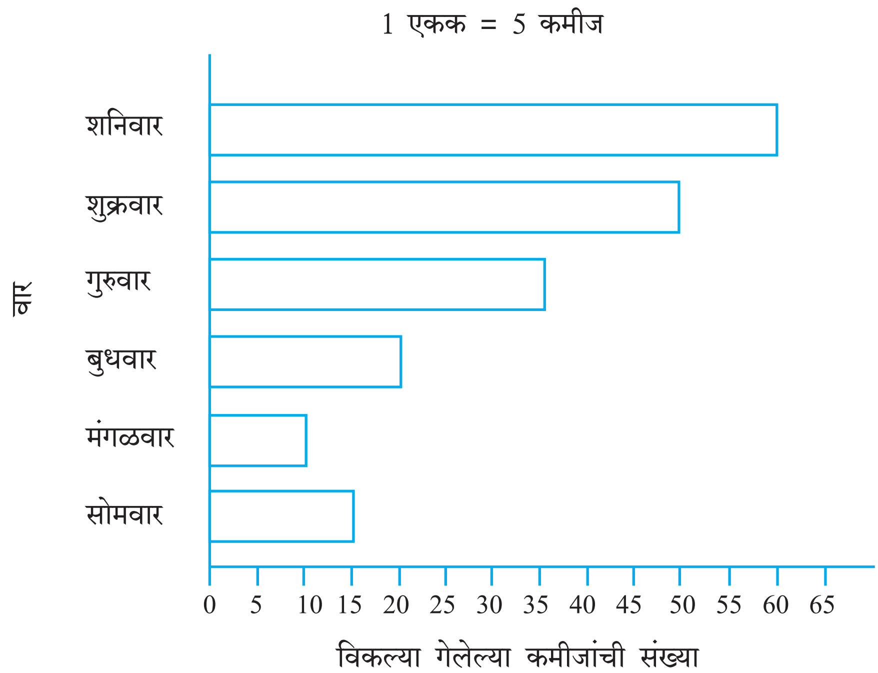


हा आलेख वाचा आणि आपली निरीक्षणे नोंदवा.

(a) कोणत्या वर्षी गव्हाची जास्तीत जास्त खरेदी झाली?

(b) कोणत्या वर्षी गव्हाची कमीत कमी खरेदी झाली?

2. हा स्तंभलेख एका दुकानात सोमवर ते शनिवार दररोज झालेल्या कमीज विक्रीची संख्या दाखवतो.



आता खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) वरील स्तंभालेखात कोणती माहिती दिली आहे?

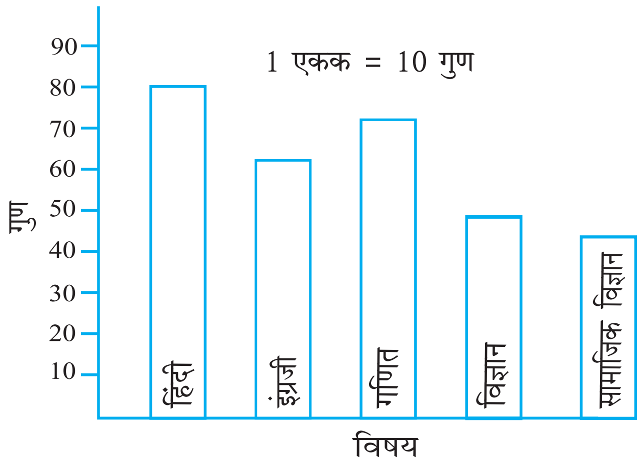
(b) कमीजांची संख्या दाखवण्यासाठी आडव्या रेषेवर कोणते प्रमाण घेतले आहे?

(c) कोणत्या दिवशी जास्तीत जास्त कमीज विकले गेले? त्या दिवशी किती कमीज विकले गेले?

(d) कोणत्या दिवशी कमीत कमी कमीज विकले गेले?

(e) गुरुवारी किती कमीज विकले गेले?

3. अजीजला सहामाही परीक्षेत वेगवेगळ्या विषयात मिळालेले गुण या स्तंभालेखात दाखविले आहेत. त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(a) हा स्तंभालेख कोणती माहिती देतो?

(b) कोणत्या विषयात अजीजला सर्वाधिक गुण मिळाले?

(c) कोणत्या विषयात त्याला कमीत कमी गुण मिळाले?

(d) विषयांची नावे लिहून त्यापुढे मिळालेले गुण लिहा.

9.7.2 स्तंभालेख काढणे

रोनाल्डने आपल्या सहाध्यायींबरोबर आवडणाऱ्या फळांची सारणी (9.3 मध्ये) केली ते उदाहरण आठवा–

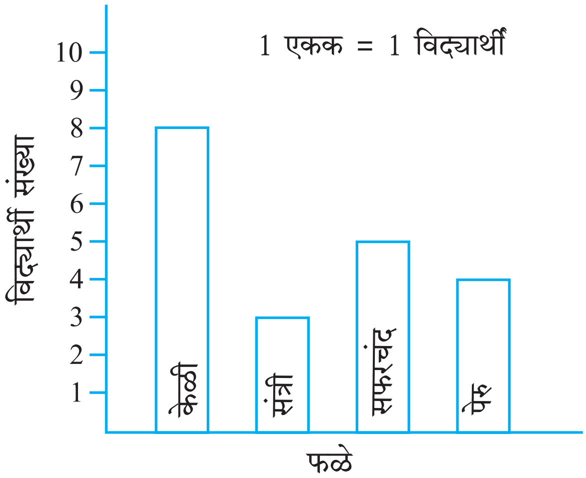
फळाचे नाव	केळे	संत्रे	सफरचंद	पेरू
विद्यार्थ्यांची संख्या	8	3	5	4

प्रथम एक आडवी आणि एक उभी रेषा काढून आडव्या रेषेवर फळे दाखवणारे स्तंभ काढू आणि उभ्या रेषेवर विद्यार्थी संख्या दाखवणारे अंक लिहू.

एक सोपे एकक निवडूया, याचा अर्थ आपण 1 एकक म्हणजे किती विद्यार्थी ते ठरवू.

इथे आपण 1 एकक = 1 विद्यार्थी घेऊ.

आपल्याला खाली दाखविलेला स्तंभालेख मिळेल.



उदाहरण 10 : खालील सारणी इमराजच्या कुटुंबाचा वेगवेगळ्या बाबींवर होणारा मासिक खर्च दाखवते.

बाब	खर्च (रुपयात)
घरभाडे	3000
अन्नधान्य	3400
शिक्षण	800
वीजवापर	400
परिवहन	600
इतर	1200

या सामग्रीला स्तंभालेखात दाखविण्यासाठीच्या पायऱ्या खालीलप्रमाणे :

(a) एक आडवी आणि एक उभी अशा दोन परस्पर लंबरेषा काढा.

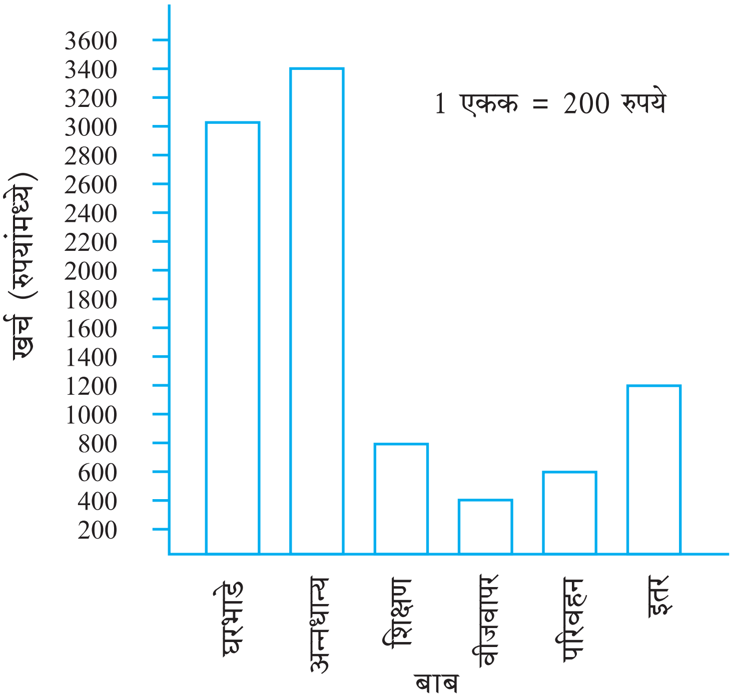
(b) आडव्या रेषेवर बाब आणि उभ्या रेषेवर संगत खर्च (रु.त) नोंदवा.

(c) समान अंतरावर समान रुंदीचे स्तंभ काढा.

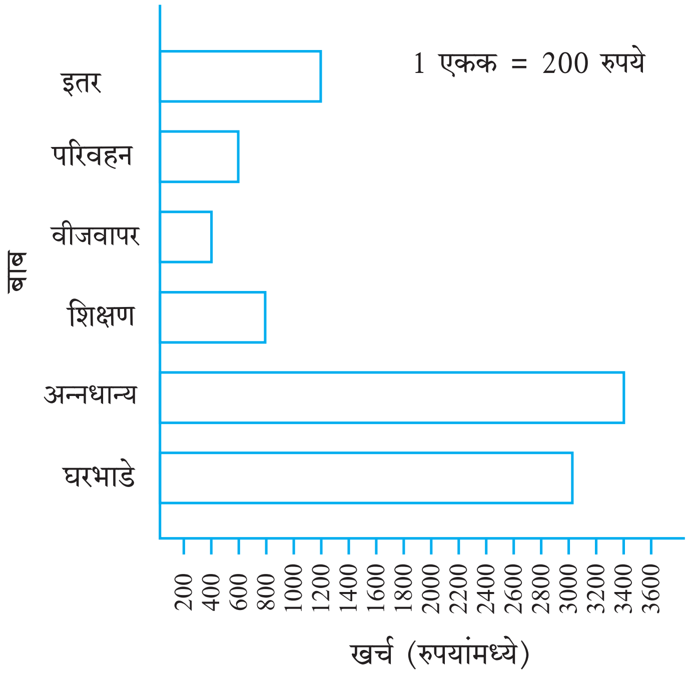
(d) उभ्या रेषेवर एक योग्य प्रमाण घ्या.

समजा 1 एकक = 200 रु. आहे. याप्रमाणे संगत किमती लिहा.

घरभाडे	:	3000	÷	200	=	15 एकक
अन्नधान्य	:	3400	÷	200	=	17 एकक
शिक्षण	:	800	÷	200	=	4 एकक
वीजवापर	:	400	÷	200	=	2 एकक
परिवहन	:	600	÷	200	=	3 एकक
इतर	:	1200	÷	200	=	6 एकक



हीच सामग्री 'बाब' आणि 'खर्च' यांची अक्षांवर परस्पर अदलाबदल करून खालीलप्रमाणेही दाखविता येईल.



हे करा

1. आपल्या मित्रांबरोबर ज्यातून सामग्री मिळेल अशा पाच परिस्थितीबाबत विचार विनिमय करा. त्या माहितीचा वापर करून सारणी बनवा आणि त्यावरून स्तंभालेख काढा.

उदाहरणसंग्रह 9.4

1. एका शाळेतील 120 विद्यार्थ्यांना त्यांच्या फावल्या वेळात कोणती कृती करायला आवडते. याचे सर्वेक्षण केले असता खालील सामग्री मिळाली.

आवडती कृती	विद्यार्थी संख्या
खेळणे	45
गोष्टीचे पुस्तक वाचणे	30
दूरदर्शन पहाणे	20
संगीत ऐकणे	10
चित्र रंगवणे	15

1 एकक = 5 विद्यार्थी हे प्रमाण घेऊन एक स्तंभालेख काढा. खेळण्याव्यतिरिक्त कोणती कृती जास्तीत जास्त विद्यार्थ्यांना आवडते.

2. लागोपाठ आलेल्या सहा दिवसांत एका दुकानदाराने विकलेल्या गणित पुस्तकांची संख्या खाली दिलेली आहे.

वार	विकल्या गेलेल्या पुस्तकांची संख्या
रविवार	65
सोमवार	40
मंगळवार	30
बुधवार	50
गुरुवार	20
शुक्रवार	70
शनिवार	15

तुमच्या पसंतीचे प्रमाण घेऊन वरील माहितीचा स्तंभालेख काढा.

3. सन 1998 ते 2002 मध्ये एका कारखान्यात तयार केलेल्या सायकलींची संख्या खालील सारणीत दाखवली आहे.

वर्ष	तयार केलेल्या सायकलींची संख्या
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

ही सामग्री एका स्तंभालेखाद्वारे दाखवा. आपल्या पसंतीचे प्रमाण निवडा.

(a) कोणत्या वर्षात जास्तीत जास्त सायकली तयार केल्या गेल्या?

(b) कोणत्या वर्षात कमीत कमी सायकली तयार केल्या गेल्या?

4. एका शहरामधील व्यक्तींची संख्या वेगवेगळ्या वयाच्या गटानुसार खालील सारणीत दिली आहे.

वय–गट (वर्षांत)	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 आणि त्यापेक्षा जास्त
व्यक्तींची संख्या	2 लाख	1 लाख 60 हजार	1 लाख 20 हजार	1 लाख 20 हजार	80 हजार	40 हजार

ही सामग्री एका स्तंभालेखाद्वारे दाखवा (1 एकक = 20 हजार)

खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या.

(a) कोणत्या दोन वयोगटांमध्ये व्यक्तींची संख्या समान आहे?

(b) 60 वर्ष आणि 60 पेक्षा अधिक वय असलेल्यांना वरिष्ठ नागरिक म्हणतात. या शहरात किती वरिष्ठ नागरिक आहेत?

आपण काय शिकलो?

1. आपण पाहिले की, सामग्री म्हणजे काही माहिती देण्यासाठी एकत्रित केलेल्या संख्यांचा समूह आहे.
2. दिलेल्या सामग्रीतून काही विशिष्ट माहिती त्वरित मिळवावयाची असेल तर सामग्री ताळ्याच्या खुणा वापरून सारणीमध्ये मांडली जाते.
3. आपण शिकलो की, चित्रालेख सामग्रीला चित्रे, वस्तू आणि वस्तूंच्या भागांच्या रूपात कसे दाखवितो. आपण चित्रालेखाचे अर्थबोधनही शिकलो आणि संबंधित प्रश्नांची उत्तरे देणेही शिकलो. आपण काही वस्तूंची चिन्हे वापरून चित्रालेख काढणेही शिकलो. उदाहरणार्थ, = 100 पुस्तके.
4. सामग्री एक स्तंभ आरेख किंवा स्तंभ आलेख या स्वरूपात कशी मांडली जाते याचीही आपण चर्चा केली. एका स्तंभालेखात समान रुंदीचे स्तंभ समान अंतरावर आडवे किंवा उभे काढले जातात. प्रत्येक स्तंभाची लांबी इच्छित माहिती दाखविते.
5. असे करण्यासाठी आधी आलेखासाठी एक प्रमाण निवडण्याचीही चर्चा केली. उदाहरणार्थ, 1 एकक = 10 विद्यार्थी. आपण स्तंभालेख वाचनाचा अभ्यासही केला आहे. आपण त्यावरून अर्थबोधनही शिकलो आहोत.