Roll. No. ....

Total No. of Questions : 26] [Total No. of Printed Pages : 15

A-436 (E/H)

हायर सेकेण्डरी, परीक्षा–2017

Higher Mathematics

हायर मेथमेटिक्स (गणित)

(English and Hindi Version)

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 100

निर्देश :

i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

ii) प्रश्नपत्र में दिए गये निर्देश सावधानीपूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर लिखिए।

iii) प्रश्नपत्र में दो खण्ड दिये गये है खण्ड 'अ' और खण्ड 'ब'।

iv) खण्ड 'अ' में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

v) खण्ड 'ब' में प्रश्न क्रमांक 6 से 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

vi) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का हैं।

vii) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का हैं।

viii) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का हैं।

ix) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का हैं।

Instructions:

i) All questions are compulsory.

ii) Read instructions carefully of the question paper and then write answers of the questions.

iii) Question paper has two sections - Section 'A' and Section 'B'.

iv) In the Section 'A' Question Nos. 1 to 5 are objective type. Each question carries 5 marks.

v) In the Section 'B' Question Nos. 6 to 26 has Internal option.

vi) Q. Nos. 6 to 10 carry 2 marks each.

vii) Q. Nos. 11 to 14 carry 3 marks each.

viii) Q. Nos. 15 to 21 carry 4 marks each.

ix) Q. Nos. 22 to 26 carry 5 marks each.

खण्ड 'अ'

SECTION 'A'

1) सही विकल्प चुनकर लिखिए। **[5x1=5]**

(i) यदि $\frac{2x+3}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$ हो तो $A+B$ का मान है।

(a) 3 (b) 2

(c) 5 (d) 4

(ii) $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ का मान है।

(a) $\cos^{-1} x$ (b) $\cot^{-1} x$

(c) $\sin^{-1} \frac{1}{x}$ (d) $\sin^{-1} x$

(iii) $\int_1^3 x^2 dx$ का मान है।

(a) $\frac{26}{3}$ (b) $\frac{28}{3}$

(c) $\frac{25}{3}$ (d) $8/3$

(iv) $\vec{a}$ की दिशा में एकांक सदिश होगा।

(a) $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ (b) $\vec{a}\,|\vec{a}|$

(c) a^2 (d) $\hat{i}$

(v) $\log \sin x$ का अवकल गुणांक है।

(a) $\cos x$ (b) $\tan x$

(c) $\operatorname{cosec} x$ (d) $\cot x$

Choose the correct options :

(i) If $\frac{2x+3}{x^2+5x+6} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}$, then the value of $A + B$ is :

(a) 3 (b) 2

(c) 5 (d) 4

(ii) The value of $\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ is :

(a) $\cos^{-1} x$ (b) $\cot^{-1} x$

(c) $\sin^{-1} \frac{1}{x}$ (d) $\sin^{-1} x$

(iii) The value of $\int_1^3 x^2 dx$ is :

(a) $\frac{26}{3}$ (b) $\frac{28}{3}$

(c) $\frac{25}{3}$ (d) $8/3$

(iv) The unit vector in the direction of $\vec{a}$ is :

(a) $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ (b) $\vec{a}\,|\vec{a}|$

(c) a^2 (d) $\hat{i}$

(v) Differential coefficient of $\log \sin x$ is :

(a) $\cos x$ (b) $\tan x$

(c) $\operatorname{cosec} x$ (d) $\cot x$

2) निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य लिखिए। **[5x1=5]**

(i) सह–सम्बन्ध गुणांक का मान –2 से +2 के बीच होता हैं।

(ii) यदि समाश्रयण गुणांक 0.8 तथा 0.2 हो तो सहसम्बन्ध गुणांक का मान +0.4 होता हैं।

(iii) फलन $f(x) = 5x + 2$ वास्तविक संख्या समुच्चय में वर्धमान फलन हैं।

(iv) यदि गोले के केन्द्र का स्थिति सदिश $\vec{c}$ हैं तथा त्रिज्या a है तब गोले का सदिश समीकरण $|\vec{r} + \vec{c}| = a$ होगा।

(v) दो सदिश $\vec{a}$ व $\vec{b}$ परस्पर लम्बवत होंगे यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Write True/False in the following statements :

(i) The value of correlation coefficient lies between -2 to $+2$.

(ii) If regression coefficient are 0.8 and 0.2 then the value of correlation coefficient is $+0.4$.

(iii) The function $f(x) = 5x + 2$ is increasing on set of real numbers.

(iv) If the position vector of centre of sphere is $\vec{c}$ and radius is a, then the vector equation of sphere is $|\vec{r} + \vec{c}| = a$

(v) Two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular if $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

3) रिक्त स्थानो की पूर्ति कीजिए। [5x1=5]

(i) बिन्दु (5, 12, 13) की Y – अक्ष से लम्बवत दूरी .... हैं।

(ii) मूल बिन्दू (0, 0, 0) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण .... हैं।

(iii) समतल $2x + y - z = 5$ द्वारा X – अक्ष पर काटा गया अंतःखण्ड .... हैं।

(iv) गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 5y + 2z = 0$ में केन्द्र .... हैं।

(v) $\sin 3x$ का $3x$ के सापेक्ष अवकल गुणांक .... हैं।

Fill in the blanks :

(i) The perpendicular distance of a point (5, 12, 13) from Y-axis is ....

(ii) The equation of the plane passing through the origin (0, 0, 0) is ....

(iii) The intercept cut by the plane $2x + y - z = 5$ on X-axis is ....

(iv) The centre of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 5y + 2z = 0$ is ....

(v) The differential coefficient of $\sin 3x$ with respect to 3x is ....

4) एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए। [5x1=5]

(i) न्यूटन रैफसन विधि से किसी संख्या N का वर्गमूल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

(ii) आंकिक विधियो में समलम्ब चतुर्भुज नियम का सूत्र लिखिए।

(iii) न्यूटन रैफसन विधि से 10 का घनमूल प्रथम पुनरावृत्ति पश्चात लिखिए।

(iv) समीकरण $x^3 + x - 3 = 0$ का मूल किस अंतराल में स्थित है?

(v) सिम्पसन नियम में विषम संलग्नक वाले y के गुणांक को लिखिए।

Give answer in one word/sentence :

(i) In Newton-Raphson's method write the formula for finding square root of the number N.

(ii) Write trapezoidal rule formula in numerical methods.

(iii) Write cube root of 10 by Newton-Raphson's method after first iteration.

(iv) In which interval does the root of equation $x^3 + x - 3 = 0$ lie.

(v) Write the coefficient of y with odd subscripts in Simpson's Rule.

5) सही जोड़ी बनाइये : **[5x1=5]**

'अ'	'ब'
(a) $\int \operatorname{cosec} x\,dx$	(i) $\sec^{-1} x + c$
(b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$	(ii) $\frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a}\right] + c$
(c) $\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$	(iii) $\log\left[x + \sqrt{x^2 - a^2}\right] + c$
(d) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	(iv) $\log \tan \frac{x}{2} + c$
(e) $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	(v) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$
	(vi) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

Match the correct pair.

'A'	'B'
(a) $\int \operatorname{cosec} x\,dx$	(i) $\sec^{-1} x + c$
(b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$	(ii) $\frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1}\frac{x}{a}\right] + c$
(c) $\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx$	(iii) $\log\left[x + \sqrt{x^2-a^2}\right] + c$
(d) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$	(iv) $\log \tan\frac{x}{2} + c$
(e) $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$	(v) $\sin^{-1}\frac{x}{a} + c$
	(vi) $\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$

खण्ड 'ब'

SECTION 'B'

6) सिध्द कीजिए कि $\vec{a} = 5\hat{i} + 15\hat{j}$ तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 9\hat{j}$ समान्तर सदिश हैं। **[2]**

Prove that the vectors $\vec{a} = 5\hat{i} + 15\hat{j}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 9\hat{j}$ are parallel.

अथवा / OR

यदि बिन्दुओ A और B के स्थिति सदिश क्रमशः $7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ है तो $\overrightarrow{AB}$ का परिणाम ज्ञात कीजिए।

If the position vectors of the points A and B are $7\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ respectively, then find the magnitude of $\overrightarrow{AB}$.

7) बल $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ के द्वारा एक कण का विस्थापन $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ है, तो बल द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए। [2]

The displacement of a particle by the force $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ is $\vec{d} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$, then find the work done by the force.

अथवा / OR

यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, हो तो $\vec{a} \times \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, then find the value of $\vec{a} \times \vec{b}$.

8) λ के किस मान के लिए समतल $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}) = 2$ तथा $\vec{r} \cdot (\lambda\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 5$ एक दूसरे पर लम्ब होंगे। [2]

For what value of λ the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}) = 2$ and $\vec{r} \cdot (\lambda\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 5$ are perpendicular to each other.

अथवा / OR

दो सरल रेखाओं के बीच की न्यूनत्तम दूरी ज्ञात करने का सूत्र लिखिए जिनके सदिश समीकरण है।

$\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$

और $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$

जहाँ λ व μ अदिश हैं।

Write the formula to find the shortest distance between two straight lines whose vector equation are

$\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda\vec{b}_1$

and $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu\vec{b}_2$

where λ and μ are scalars.

9) $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

Find the value of $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$

अथवा / OR

सिध्द कीजिए कि $\int \sec x dx = \log(\sec x + \tan x) + c$

Prove that $\int \sec x dx = \log(\sec x + \tan x) + c$

10) $\int x e^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए । [2]

Find the value of $\int x e^x dx$

अथवा / OR

$\int x \tan^2 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int x \tan^2 x \, dx$

11) समान्तर समतलों $2x - 2y + z + 3 = 0$ तथा $4x - 4y + 2z + 5 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [3]

Find the distance between the parallel planes $2x - 2y + z + 3 = 0$ and $4x - 4y + 2z + 5 = 0$.

अथवा / OR

YZ समतल, बिन्दुओं (–2, 4, 7) तथा (3, – 5, 8) को मिलाने वाली रेखा को किस अनुपात में विभाजित करता है।

In which ratio does the YZ plane divide the line joining the points (–2, 4, 7) and (3, – 5, 8).

12) सिध्द कीजिए कि समीकरण $x = ay + b,\ z = cy + d$ का सममित रूप

$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c}$ है। [3]

Prove that the symmetrical form of equation $x = ay + b,\ z = cy + d$ is

$$\frac{x-b}{a} = \frac{y}{1} = \frac{z-d}{c}$$

अथवा / OR

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र (3, 2, 1) तथा त्रिज्या 5 हैं।

Find the equation of the sphere whose centre is (3, 2, 1) and radius is 5.

13) सदिश विधि से सिध्द कीजिए कि अर्धवृत का कोण समकोण होता हैं। [3]

Prove by vector method that the angle in a semicircle is right angle.

अथवा / OR

सिध्द कीजिए कि $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$

Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$

14) गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि इसमे व्यास के सीमान्त बिन्दु क्रमशः (2, 3, 5) व (4, 9, –3) हैं। [3]

Find the vector equation of the sphere where the points (2, 3, 5) and (4, 9, –3) are extremities of its diameter.

अथवा / **OR**

समतलों $\vec{r}\cdot(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})=1$ तथा $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j})=4$ के बीच का कोन ज्ञात कीजिए।

Find the angle between the planes $\vec{r}\cdot(2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k})=1$ and $\vec{r}\cdot(\hat{i}+\hat{j})=4$

15) $\dfrac{13x+18}{2x^2+5x+3}$ को आंशिक भिन्नो में विभक्त कीजिए। **[4]**

Resolve $\dfrac{13x+18}{2x^2+5x+3}$ into partial fractions.

अथवा / **OR**

$\dfrac{8x^2-9}{(3x+2)(x^2+5)}$ को आंशिक भिन्नो में विभक्त कीजिए।

Resolve $\dfrac{8x^2-9}{(3x+2)(x^2+5)}$ into partial fractions.

16) सिध्द कीजिए कि $\cos^{-1}\dfrac{4}{5}+\tan^{-1}\dfrac{3}{5}=\tan^{-1}\dfrac{27}{11}$ **[4]**

Prove that

$$\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{3}{5}=\tan^{-1}\frac{27}{11}$$

अथवा / **OR**

$\sin\left[2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}\right]$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

Express $\sin\left[2\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}\right]$ in simplest form.

17) $\sqrt{\tan\sqrt{x}}$ का अवकलगुणांक ज्ञात कीजिए। [4]

Find differential coefficient of $\sqrt{\tan\sqrt{x}}$

अथवा / OR

यदि $y = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right]$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+x^2}+1}{x}\right]$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

18) $(\cos x)^{\cos x}$ को x के सापेक्ष अवकलित कीजिए। [4]

Differentiate $(\cos x)^{\cos x}$ with respect to x.

अथवा / OR

यदि $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + ...\infty}}}$ हो तो सिध्द कीजिए कि

$(1-2y)\frac{dy}{dx} = \sin x$

If $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + ...\infty}}}$, then prove that $(1-2y)\frac{dy}{dx} = \sin x$

19) धातु की एक वर्गाकार चादर की भुजा 5 से.मी./मिनट की दर से बढ रही हैं। जब भुजा 20 से.मी. हैं तब उसका क्षेत्रफल किस दर से बढ रहा हैं। [4]

The side of a square sheet of metal is increasing at the rate of 5 cm/minute. At what rate its area is increasing when the side is 20 cm long ?

अथवा / OR

अन्तराल [1, 3] में फलन $2x^3 - 24x + 107$ का उच्चिष्ठ ज्ञात कीजिए।

Find the maximum value of $2x^3 - 24x + 107$ in the interval [1, 3].

20) x और y के बीच निम्नांकित आँकड़ों के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिए। [4]

x	65	66	67	67	68	69	70	72
y	67	68	65	68	72	72	69	71

Calculate the correlation coefficient between x and y for the following data :

x	65	66	67	67	68	69	70	72
y	67	68	65	68	72	72	69	71

अथवा / **OR**

दो चर x और y के बीच cov(X, Y) की गणना कीजिए जबकि

$\sum x_i = 15, \sum y_i = 36, \sum x_i y_i = 110, n = 5$

Calculate cov(X, Y) between two variables x and y where :

$\sum x_i = 15, \sum y_i = 36, \sum x_i y_i = 110, n = 5$

21) सिध्द कीजिए कि सहसम्बन्ध गुणांक समाश्रयण गुणांको का गुणोत्तर माध्य होता है। [4]

Prove that correlation coefficient is the geometric mean of the regression coefficients.

अथवा / **OR**

x और y में समाश्रयण गुणांक byx तथा bxy की गणना निम्नांकित आकड़ों के लिए कीजिए।

$\sum x = 24, \sum y = 44, \sum xy = 306, \sum x^2 = 164, \sum y^2 = 574, n = 4$

Calculate regression coefficient byx and bxy for variables x and y for the following data : $\sum x = 24, \sum y = 44, \sum xy = 306, \sum x^2 = 164, \sum y^2 = 574, n = 4$.

22) बिन्दुओ (4, 5, 1), (0, −1, −1) तथा (−4, 4, 4) से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। [5]

Find the equation of the plane passing through the point (4, 5, 1) , (0, −1, −1) and (−4, 4, 4).

अथवा / OR

सिध्द कीजिए कि रेखाए $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{3}$ तथा $\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-3}{4}$ समतलीय हैं। उनका प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Prove that the lines $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{3}$ and $\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-3}{4}$ are coplanar.

Find the point of intersection of these lines.

23) यदि $f(x)=\log_e\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ हो तो सिध्द कीजिए कि $f(a)+f(b)=f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$ [5]

If $f(x)=\log_e\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ then prove that $f(a)+f(b)=f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$

a2zSUBJCTS.COM

अथवा / OR

$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$

24) $\int\frac{dx}{5+4\sin x}$ का मान ज्ञात कीजिए। [5]

Find the value of $\int\frac{dx}{5+4\sin x}$

अथवा / OR

सिध्द कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1+\sqrt{\tan x}}\, dx = \pi/4$

Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1+\sqrt{\tan x}}\, dx = \pi/4$

25) अवकल समीकरण $(x-1)\frac{dy}{dx} = 2x^3 y$ को हल कीजिए। [5]

Solve the differential equation $(x-1)\frac{dy}{dx} = 2x^3 y$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+5xy+4y^2}{x^2}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+5xy+4y^2}{x^2}$

26) 52 ताशो की अच्छी तरह फेटी हुई गड्डी में से यदृच्छशः 1 ताश निकाला जाता हैं। इसके इक्के या बादशाह न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। [5]

A card is drawn at random from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability that it is neither an ace nor a king.

अथवा / OR

एक सिक्का 6 बार उछाला जाता है। कम से कम 3 शीर्ष आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A fair coin is tossed six times. What is the probability of getting at least three heads?

****