प्रश्न 1. जाँच कीजिए कि क्या निम्न द्विघात समीकरण हैं :

(i) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$
(ii) $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$
(iii) $(x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$
(iv) $(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$
(v) $(2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$
(vi) $x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$
(vii) $(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$
(viii) $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$

हल : (i) हमारे पास है,

$$(x + 1)^2 = 2(x - 3)$$

या $$x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$$

या $$x^2 + 2x + 1 - 2x + 6 = 0$$

या $$x^2 + 7 = 0$$

अब यह $ax^2 + bx + c = 0$ की अवस्था में है, जहाँ $b = 0$ इस कारण, दी गई समीकरण एक द्विघात समीकरण है।

(ii) हमारे पास है,

$$x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$$

या $$x^2 - 2x = -6 + 2x$$

या $$x^2 - 2x + 6 - 2x = 0$$

या $$x^2 - 4x + 6 = 0$$

अब यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में है इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण हैं।

(*iii*) हमारे पास हैं,

$$(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$$

या $\quad x^2 - 2x + x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$

या $\quad x^2 - x - 2 = x^2 + 2x - 3$

या $\quad x^2 - x - 2 - x^2 - 2x + 3 = 0$

या $\quad -3x + 1 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में नहीं है इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है।

(*iv*) हमारे पास है,

$$(x-3)(2x+1) = x(x+5)$$

या $\quad 2x^2 + x - 6x - 3 = x^2 + 5x$

या $\quad 2x^2 - 5x - 3 = x^2 + 5x$

या $\quad 2x^2 - 5x - 3 - x^2 - 5x = 0$

या $\quad x^2 - 10x - 3 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में है, हम इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण है।

(*v*) हमारे पास है,

$$(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$$

या $\quad 2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 - x + 5x - 5$

या $\quad 2x^2 - 7x + 3 = x^2 + 4x - 5$

या $\quad 2x^2 - 7x + 3 - x^2 - 4x + 5 = 0$

या $\quad x^2 - 11x + 8 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में है, इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण है।

(*vi*) हमारे पास है

$$x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$$

या $\quad x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4$

या $\quad x^2 + 3x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 0$

या $\quad 7x - 3 = 0$

यह $ax^2 + bx + c =$ के रूप में नहीं है। इस कारण दी गई समी. द्विघात समीकरण नहीं है।

(*vii*) हमारे पास है

$$(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$$

या $\quad x^3 + (2)^3 + 3x^2.(2) + 3x.(2)^2 = 2x^3 - 2x$

या $\quad x^3 + 8 + 6x^2 + 12x = 2x^3 - 2x$

या $\quad x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 2x^3 + 2x = 0$

या $\quad -x^3 + 6x^2 + 14x + 8 = 0$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में नहीं है। इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण नहीं है।

(*viii*) हमारे पास हैं,

$$x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$$

या $$x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - (2)^3 - 3x^2.2 + 3x.(2)^2$$

या $$x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 8 - 6x^2 + 12x$$

या $$x^3 - 4x^2 - x + 1 - x^3 + 8 + 6x^2 - 12x = 0$$

या $$2x^2 - 13x + 9 = 0$$

यह $ax^2 + bx + c = 0$ के रूप में है। इस कारण दी गई समीकरण द्विघात समीकरण है।

प्रश्न 2. निम्न स्थितियों को द्विघात समीकरणों के रूप में निरूपित कीजिए :

(*i*) एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 m² है। क्षेत्र की लंबाई (मीटरों में) चौड़ाई उसके दुगुने से एक अधिक है। हमें भूखंड की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करनी है।

(*ii*) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल 306 है। हमें पूर्णांकों को ज्ञात करना है।

(*iii*) रोहन की माँ उससे 26 वर्ष बड़ी है। उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल अब से तीन वर्ष पश्चात् 360 हो जाएगी। हमें रोहन की वर्तमान आयु ज्ञात करनी है।

(*iv*) एक रैलगाड़ी 480 km की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती है, तो वह उसी दूरी को तय करने में 3 घंटे अधिक लेती। हमें रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करनी है।

हल : (*i*) माना आयत की लम्बाई $= x$

∴ आयत की चौड़ाई $= 2x + 1$

∴ आयत का क्षेत्रफल $= x(2x + 1)$

प्रश्नानुसार,

आयत का क्षेत्रफल = 528

या $$x(2x + 1) = 528$$

या $$2x^2 + x = 528$$

या $$2x^2 + x - 528 = 0.$$

इस कारण आयत का क्षेत्रफल द्विघात समीकरण को संतुष्ट करता है।

$2x^2 + x - 528 = 0$, जहाँ x चौड़ाई (मीटर में) है।

(*ii*) माना पहला क्रमागत धन पूर्णांक $= x$

∴ दूसरा क्रमागत धन पूर्णांक $= x + 1$

प्रश्नानुसार,

$$x(x + 1) = 306$$

या $$x^2 + x = 306$$

या $$x^2 + x - 306 = 0$$

इस कारण दो क्रमागत धन पूर्णांक जिनका गुणनफल 306 है द्विघात समीकरण को संतुष्ट करते हैं।

$x^2 + x - 306 = 0$, जहाँ x छोटे से छोटा पूर्णांक है।

(*iii*) माना रोहन की वर्तमान आयु = x

$\therefore$ उसकी माँ की वर्तमान आयु = $x + 26$

3 वर्ष के बाद रोहन की आयु = $x + 3$

तथा उसकी माँ की आयु = $x + 26 + 3 = x + 29$

प्रश्नानुसार,

$$(x + 3) \times (x + 29) = 360$$

या $x^2 + 29x + 3x + 87 = 360$

या $x^2 + 32x + 87 - 360 = 0$

या $x^2 + 32x - 273 = 0$

इस कारण 3 वर्ष बाद रोहन तथा उसकी माँ की आयु का गुणनफल अब द्विघात समीकरण को संतुष्ट करता है।

$x^2 + 32x - 273 = 0$, जहाँ x (वर्षों में) रोहन की वर्तमान आयु है।

(*iv*) **स्थिति-I.** माना रेलगाड़ी की एक समान चाल = u km/h

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 480 km.

$$\therefore \quad \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{480}{u} h$$

स्थिति-II.

रेलगाड़ी की चाल = $(u - 8)$ km/h

अब रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 480 km

$$\therefore \quad \text{लिया गया समय} = \frac{480}{u-8}$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{480}{u-8} - \frac{480}{u} = 3$$

या $$\frac{480u - (480u - 3840)}{u(u-8)} = 3$$

या $$\frac{480u - 480u + 3840}{u^2 - 8u} = 3$$

या $3840 = 3(u^2 - 8u)$

या $3840 = 3u^2 - 24u$

या $3u^2 - 24u - 3840 = 0$

या $3(u^2 - 8u - 1280) = 0$

या $u^2 - 8u - 1280 = 0$

इस कारण रेलगाड़ी की चाल द्विघात समीकरण को संतुष्ट करती है।

$3u^2 - 24u - 1280$, जहाँ u (km/h) रेलगाड़ी की चाल है।

प्रश्न 1. गुणनखंड विधि से निम्न द्विघात समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए :

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$ (ii) $2x^2 + x - 6 = 0$

(iii) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ (iv) $2x^2 - x + \frac{1}{8} =$

(v) $100x^2 - 20x + 1 = 0$

हल : (i) हमारे पास है

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

या $x^2 + 5x - 2x - 10 = 0$

या $x(x + 5) - 2(x + 5) = 0$

या $(x + 5)(x - 2) = 0$

$\therefore$ $x + 5 = 0$ या $x - 2 = 0$

$\Rightarrow$ $x = -5$ या $x = 2$

इस प्रकार –5 और $x^2 - 3x - 10 = 0$ के मूल हैं।

(ii) हमारे पास है,

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

या $2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

या $2x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

या $(x + 2)(2x - 3) = 0$

$\therefore$ $(x + 2) = 0$ या $(2x - 3) = 0$

$\Rightarrow$ $x = -2$ या $x = \frac{3}{2}$

इस प्रकार –2 और $\frac{3}{2}$ समीकरण 2x2 + x – 6 के मूल है।

(iii) हमारे पास है

$$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$$

या $\sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$

या $x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$

या $(\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$

$\therefore$ $(\sqrt{2}x + 5) = 0$ या $(x + \sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow$ $x = \frac{-5}{\sqrt{2}}$ या $x = -\sqrt{2}$

इस प्रकार $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ और $-\sqrt{2}$ द्विघात समीकरण $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ के मूल है।

(*iv*) हमारे पास है.

$$2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$$

या $\frac{1}{8}(16x^2 - 8x + 1) = 0$

या $(16x^2 - 8x + 1) = 0$

या $16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$

या $4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$

या $(4x - 1)(4x - 1) = 0$

$(4x - 1) = 0$ या $(4x - 1) = 0$

$\Rightarrow$ $x = \frac{1}{4}$ या $x = \frac{1}{4}$

इस प्रकार $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$ is $\frac{1}{4}; \frac{1}{4}$.

(*v*) हमारे पास है

$100x^2 - 20x + 1 = 0$

या $100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$

या $10x(10x - 1) - 1(10x - 1) = 0$

या $(10x - 1)(10x - 1) = 0$

$\therefore$ $(10x - 1) = 0$ या $(10x - 1) = 0$

$\Rightarrow$ $x = \frac{1}{10}$ या $x = \frac{1}{10}$

इस प्रकार $\frac{1}{10}; \frac{1}{10}$ $100x^2 - 20x + 1 = 0$ के मूल है।

प्रश्न 2. निम्न स्थितियों को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए :

(*i*) जॉन और जीवंती दोनों के पास कुल मिलाकर 45 कंचे हैं। दोनों पाँच-पाँच कंचे खो देते हैं और अब उनके पास कंचों की संख्या का गुणनफल 124 है। हम जानना चाहेंगे कि आरंभ में उनके पास कितने कंचे थे।

(*ii*) एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ खिलौने निर्मित करता है। प्रत्येक खिलौने का मूल्य (रुपयों में) 55 में से एक दिन में निर्माण किए गए खिलौने की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी एक दिन, कुल निर्माण लागत 750 रु. थी। हम उस दिन निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या ज्ञात करना चाहेंगे।

हल : (*i*) माना जॉन के पास कंचों की संख्या = x

∴ जीवंती के पास कंचों का संख्या = $45 - x$

जब 5 कंचे खो जाते है तब जॉन के पास कंचो की संख्या = $x - 5$

जब 5 कंचे खो जाते है तब जीवंती के पास कंचों की संख्या = $45 - x - 5 = 40 - x$

प्रश्नानुसार,

$$(x - 5)(40 - x) = 124$$

या $$40x - x^2 - 200 + 5x = 124$$

या $$45x - x^2 - 200 = 124$$

या $$x^2 - 45x + 324 = 0$$

या $$x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$$

या $$x(x - 36) - 9(x - 36) = 0$$

या $$(x - 36)(x - 9) = 0$$

∴ $(x - 36) = 0$ या $(x - 9) = 0$

⇒ $x = 36$ या $x = 9$

इस कारण यदि जब जॉन के पास कंचों की संख्या = 36

तब जीवंत के पास कंचो की संख्या = $45 - x = 45 - 36 = 9$

जब जॉन के पास कंचों की संख्या = 9

तब जीवंती के पास कंचों की संख्या = $45 - x = 45 - 9 = 36$

(*ii*) माना एक दिन में खिलौनों की संख्या = x

प्रतिदिन एक खिलौने का मूल्य = $55 - x$

कुल लागत = $x(55 - x)$

प्रश्नानुसार,

$$x(55 - x) = 750$$

या $$55x - x^2 = 750$$

या $$x^2 - 55x + 750 = 0$$

या $$x^2 - 30x - 25x + 750 = 0$$

या $$x(x - 30) - 25(x - 30) = 0$$

या $$(x - 30)(x - 25) = 0$$

∴ $(x - 30) = 0$ या $(x - 25) = 0$

⇒ $x = 30$ या $x = 25$

इस कारण जब एक दिन में खिलौनों की संख्या = 30 तब एक खिलौने का मूल्य = $55 - 30 = 25$ रुपये।

जब एक दिन में खिलौने की संख्या $x = 25$ तब एक खिलौने का मूल्य = $55 - 25 = 30$ रुपये।

प्रश्न 3. ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए, जिनका योग 27 हो और गुणनफल 182 हो।

हल : माना पहली संख्या $= x$

$\therefore$ दूसरी संख्या $= 27 - x$

प्रश्नानुसार,

$$x(27 - x) = 182$$

या $27x - x^2 = 182$

या $x^2 - 27x + 182 = 0$

या $x^2 - 14x - 13x + 182 = 0$

या $x(x - 14) - 13(x - 14) = 0$

या $(x - 14)(x - 13) = 0$

$\therefore$ $(x - 14) = 0$ या $(x - 13) = 0$

$\Rightarrow$ $x = 14$ या $x = 13$

इस कारण जब पहली संख्या 14 है तब दूसरी संख्या

$$27 - x = 27 - 14 = 13.$$

और जब पहली संख्या 13 है तब दूसरी संख्या

$$27 - x = 27 - 13 = 14.$$

प्रश्न 4. दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 182 है।

हल : माना पहला क्रमागत धन पूर्णांक $= x$

$\therefore$ दूसरा क्रमागत धन पूर्णांक $= x + 1$

प्रश्नानुसार,

$$x^2 + (x + 1)^2 = 365$$

या $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$

या $2x^2 + 2x + 1 - 365 = 0$

या $2x^2 + 2x - 364 = 0$

या $2(x^2 + x - 182) = 0$

या $x^2 + x - 182 = 0$

या $x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$

या $x(x + 14) - 13(x + 14) = 0$

या $(x + 14)(x - 13) = 0$

$\therefore$ $(x + 14) = 0$ या $(x - 13) = 0$

$\Rightarrow$ $x = -14$ या $x = 13$

$x = -14$ को जोड़ने पर

इस कारण $x = 13$

प्रश्न 5. एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई इसके आधार से 7 cm कम है। यदि कर्ण 13 cm का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

हल : माना समकोण त्रिभुज का आधार $= x$

$\therefore$ ऊँचाई $= x - 7$

तथा कर्ण $= 13$ cm

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$(\text{ऊँचाई})^2 + (\text{आधार})^2 = (\text{कर्ण})^2$$

$\therefore$ $(x-7)^2 + x^2 = (13)^2$

या $x^2 - 14x + 49 + x^2 = 169$

या $2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0$

या $2x^2 - 14x - 120 = 0$

या $2(x^2 - 7x - 60) = 0$

या $x^2 - 7x - 60 = 0$

या $x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

या $x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$

या $(x - 12)(x + 5) = 0$

$\therefore$ $x - 12 = 0$ या $x + 5 = 0$

$\Rightarrow$ $x = 12$ या $x = -5$

परन्तु लम्बाई ऋणात्मक नहीं हो सकती

$\therefore$ $x = -5$ छोड़ने पर

$\therefore$ $x = 12$

इस कारण समकोण त्रिभुज का आधार $= x = 12$ **cm.**

तथा समकोण त्रिभुज की ऊँचाई $= x - 7 = 12 - 7 = 5$ **cm.**

प्रश्न 6. एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग का निर्माण लागत (रुपयों में) उस दिन निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत 90 रु थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

हल : माना बर्तनों की संख्या $= x$

$\therefore$ निर्माण में लागत $= 2x + 3$

प्रश्नानुसार,

$x(2x + 3) = 90$

या $2x^2 + 3x = 90$

या $2x^2 + 3x - 90 = 0$

या $2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$

या $x(2x + 15) - 6(2x + 15) = 0$

या $(2x + 15)(x - 6) = 0$

$\therefore$ $(2x + 15) = 0$ या $(x - 6) = 0$

$\Rightarrow$ $x = \dfrac{-15}{2}$ या $x = 6$

परंतु बर्तनों की संख्या ऋणात्मक नहीं हो सकती

$\therefore \; x = \frac{-15}{2}$ छोड़ने पर

$\therefore$ कुल बर्तनों का उत्पादन $= x = \mathbf{6}$

तथा लागत $= 2x + 3 = 2 \times 6 + 3 =$ **Rs. 15**

प्रश्न 1. यदि निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों का अस्तित्व हो तो इन्हें पूर्ण वर्ग बनाने की विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ **(ii)** $2x^2 + x - 4 = 0$

(iii) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ **(iv)** $2x^2 + x + 4 = 0$

हल : (i) हमारे पास है

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

या $$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

या $$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \qquad ...(i)$$

$\left(\frac{7}{4}\right)^2$ को समीकरण (i) में जोड़ने व घटाने पर

या $$x^2 - \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$$

या $$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49}{16} + \frac{3}{2} = 0$$

या $$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{49 + 24}{16} = 0$$

या $$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} = 0$$

या $$\left(x + \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

या $$x - \frac{7}{4} = \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$\Rightarrow \quad x - \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}$$

[वर्गमूल लेने पर]

$$\Rightarrow \quad x = \frac{7}{4} \pm \frac{5}{4} = \frac{7+5}{4}, \frac{7-5}{4}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{12}{4}, \frac{2}{4} = 3, \frac{1}{2}$$

अतः दिए हुए द्विघात समीकरण के मूल हैं :

$$3 \text{ और } \frac{1}{2}$$

(*ii*) $$2x^2 + x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 0$$ [2 से भाग करने पर]

$$\Rightarrow \left\{x^2 + 2.x.\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right\} - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 2 = 0$$

[पूर्ण वर्ग बनाने पर]

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{33}{16} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$\Rightarrow \quad x + \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

[वर्गमूल लेने पर]

$$\Rightarrow \quad x = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

अतः दिए हुए द्विघात समीकरण के मूल हैं :

$$\frac{-1+\sqrt{33}}{4} \text{ और } \frac{-1-\sqrt{33}}{4}$$

इसलिए $x = \frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$ या $x = -\frac{\sqrt{33}}{4} - \frac{1}{4}$

$\therefore$ $x = \frac{\sqrt{33} - 1}{4}$ या $x = -\frac{\sqrt{33} - 1}{4}$

(*iii*) हमारे पास है

$$4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

या $4\left(x^2 + \sqrt{3x} + \frac{3}{4}\right) = 0$

या $x^2 + \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0$ ...(*i*)

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ समीकरण में जोड़ने व घटाने पर

$$x^2 + \sqrt{3}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

या $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$

या $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$

या $x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

(*iv*) हमारे पास है

$$2x^2 + x + 4 = 0$$

या $2\left(x^2 + \frac{x}{2} + 2\right) = 0$

या $x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 0$ ...(*i*)

$\left(\frac{1}{4}\right)^2$ समीकरण में जोड़ने पर

$$x^2+\frac{x}{2}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=0$$

$$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+2-\frac{1}{16}=0$$

या $$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{32-1}{16}=0$$

या $$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}=0$$

या $$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{31}{16}$$

$\therefore$ $$\left(x+\frac{1}{4}\right)=\sqrt{\frac{-31}{16}}$$

$\therefore$ $$x=\sqrt{\frac{-31}{16}}-\frac{1}{4}$$

इसलिए मूल नहीं है।

प्रश्न 2. उपर्युक्त प्रश्न 1 में दिए गए द्विघात समीकरणों के मूल, द्विघाती सूत्र का उपयोग करके, ज्ञात कीजिए।

हल : (*i*) हमारे पास है

$$2x^2-7x+3=0$$

यहाँ $a=2,\quad b=-7$ और $c=3$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके,

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times3}}{2\times2}=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{4}$$

$\therefore$ $x=\frac{7+5}{4}$ $\qquad x=\frac{7-5}{4}$

या $x=\frac{12}{4}$ $\qquad$ या $x=\frac{2}{4}$

(*ii*) $2x^2 + x - 4 = 0$

यहाँ, $a = 2, b = 1, c = -4$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 2 \times (-4)$$
$$= 1 + 32 = 33 > 0$$

∴ द्विघात सूत्र द्वारा,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

अतः दिए हुए द्विघात समीकरण के मूल हैं :

$\frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$ और $\frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$ उत्तर

(*iii*) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$

यहाँ, $a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 3$

$$D = b^2 - 4ac$$
$$= (4\sqrt{3})^2 - 4 \times 4 \times 3 - 48 - 48 = 0$$

∴ दोनों मूल समान और वास्तविक हैं।

द्विघात सूत्र द्वारा,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4\sqrt{3} \pm \sqrt{0}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{-4\sqrt{3} + 0}{8} = \frac{-4\sqrt{3} - 0}{8}$$

$$= \frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

अतः दिए हुए द्विघात समीकरण के मूल हैं :

$\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ उत्तर

(*iv*) $2x^2 + x + 4 = 0$

यहाँ पर, $a = 2, b = 1, c = 4$

$$\therefore \quad D = b^2 - ac$$
$$= 1 - 4 \times 2 \times 4$$
$$= 1 - 32 = -31 < 0$$

द्विघात सूत्र द्वारा,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{-31}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-31}}{4}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 32}}{4}$$

$$\therefore \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{-31}}{4}$$

यहाँ, $b^2 - 4ac < 0$

इसलिए दी गई समीकरण के मूल नहीं हैं।

प्रश्न 3. निम्न समीकरणों के मूल ज्ञात कीजिए :

(*i*) $x - \frac{1}{x} = 3$; $x \neq 0$ (*ii*) $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$; $x \neq -4, 7$

हल : (*i*) हमारे पास है

$$x - \frac{1}{x} = 3$$

या $$\frac{x^2 - 1}{x} = 3$$

या $$x^2 - 1 = 3x$$

या $$x^2 - 3x - 1 = 0$$

जो कि एक द्विघात समीकरण है

यहाँ $a = 1,\ b = -3, c = -1$

इसलिए $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$

$= 9 + 4 = 13$

इस कारण $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{13}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

इसलिए मूल हैं: $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$ और $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

(*ii*) हमारे पास है

$$\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$$

या $$\frac{x-7-(x+4)}{(x+4)(x-7)}=\frac{11}{30}$$

या $$\frac{x-7-x-4}{x^2+4x-7x-28}=\frac{11}{30}$$

या $$\frac{-11}{x^2-3x-28}=\frac{11}{30}$$

या $$11(x^2-3x-28) = -11 \times 30$$

या $$11x^2-33x-308 = -330$$

या $$11x^2-33x-308+330 = 0$$

या $$11x^2-33x+22 = 0$$

या $$11(x^2-3x+2) = 0$$

या $$x^2-3x+2 = 0$$

जो कि एक द्विघात समीकरण है।

यहाँ $a = 1,\ b = -3, c = 2$

इसलिए $b^2-4ac = (-3)^2-4\times 1\times 2 = 9-8 = 1$

इस कारण, $$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-3)\pm\sqrt{1}}{2\times 1} = \frac{3\pm 1}{2}$$

इसलिए मूल हैं : $\frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ और $\frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

प्रश्न 4. 3 वर्ष पूर्व रहमान की आयु (वर्षों में) का व्युत्क्रम और अब से 5 वर्ष पश्चात् आयु के व्युत्क्रम का योग $\frac{1}{3}$ है। उसकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल : रहमान की वर्तमान आयु $= x$

$\therefore$ 3 वर्ष पहले उसकी आयु $= x-3$

तथा 5 वर्ष बाद उसकी आयु $x+5$

$\therefore$ प्रश्नानुसार,

$$\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+5}=\frac{1}{3}$$

या $$\frac{x+5+x-3}{(x-3)(x+5)}=\frac{1}{3}$$

या $$\frac{2x+2}{x^2-3x+5x-15}=\frac{1}{3}$$

या $3(2x+2) = x^2+2x-15$

या $6x+6 = x^2+2x-15$

या $x^2+2x-15-6x-6=0$

या $x^2-4x-21=0$

यहाँ, $a=1$, $b=-4$ और $c=-21$

द्विघात सूत्र के प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-21)}}{2\times1}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16+84}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 10}{2}$$

इसलिए $x = \frac{4+10}{2} = \frac{14}{2} = 7$

और $x = \frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

परंतु आयु ऋणात्मक नहीं हो सकती

इसलिए $x=-3$ छोड़ने पर

इस कारण, $x=7$

इसलिए रहमान की वर्तमान आयु $= x = 7$ वर्ष

प्रश्न 5. एक क्लास टेस्ट में शेफाली के गणित और अंग्रेजी में प्राप्त किए गए अंकों का योग 30 है। यदि उसको गणित में 2 अंक अधिक और अंग्रेजी में 3 अंक कम लिये होते, तो उनके अंकों का गुणनफल 201 होता। उसके द्वारा दोनों विषयों में प्राप्त अंक ज्ञात कीजिए।

हल : माना शेफाली के गणित में अंक $= x$

∴ शेफाली के अंग्रेजी में अंक $= 30-x$

∴ प्रश्नानुसार,

$$(x+2)\times(30-x-3) = 210$$

या $(x+2)\times(27-x) = 210$

या $27x - x^2 + 54 - 2x = 210$

या $25x - x^2 + 54 = 210$

या $x^2 - 25x - 54 + 210 = 0$

या $x^2 - 25x + 156 = 0$

यहाँ, $a = 1$, $b = -25$ और $c = 156$

द्विघात सूत्र के प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-25) \pm \sqrt{(-25)^2 - 4 \times 1 \times 156}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{25 \pm \sqrt{625 - 624}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{25 \pm 1}{2}$$

इसलिए $x = \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} = 13$ और $x = \frac{25-1}{2} = \frac{24}{2} = 12$

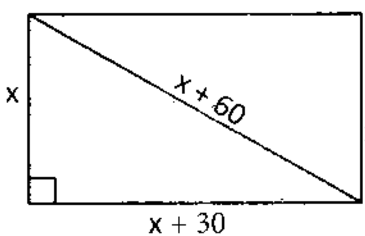
इसलिए जब शेफाली के गणित में अंक $= x = 13$

तब शेफाली के अंग्रेजी में अंक $= 30 - x = 30 - 13 = 17$

और यदि जब शेफाली के गणित में अंक $= x = 12$

तब अंग्रेजी में अंक $= 30 - x = 30 - 12 = 18$

प्रश्न 6. एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मीं. अधिक लंबा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी. अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।



हल : माना ABCD एक आयताकार खेत है

माना छोटी भुजा $AB = x$ मीटर

तथा बड़ी भुजा $BC = (x+30)$ मीटर

विकर्ण $AC = (x+60)$ मीटर

पाइथागोरस प्रमेय से, हम प्राप्त करते हैं

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$\therefore \quad (x+60)^2 = x^2 + (x+30)^2$$

या $x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$

या $x^2 + 120x + 3600 = 2x^2 + 60x + 900$

या $2x^2 + 60x + 900 - x^2 - 120x - 3600 = 0$

या $x^2 - 60x - 2700 = 0$

यहाँ $a = 1, b = -60$ यहाँ $c = -2700$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-60) \pm \sqrt{(-60)^2 - 4 \times 1 \times (-2700)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 10800}}{2}$$

$$= \frac{60 \pm \sqrt{14400}}{2} = \frac{60 \pm 120}{2}$$

इसलिए $x = \frac{60 + 120}{2} = \frac{180}{2} = 90$

और $x = \frac{60 - 120}{2} = \frac{-60}{2} = -30$

चूँकि विमाएँ $-ve$ नहीं हो सकती

$\therefore x = -30$ छोड़ने पर

इस कारण $x = 90$

$\therefore$ आयतकार खेत की छोटी भुजा $= x = 90$ मी.

और आयताकार खेत की बड़ी भुजा की लम्बाई $= x + 30 = 90 + 30$

$= 120$ मी.

प्रश्न 8. एक रेलगाड़ी एक समान चाल 360 km की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : माना बड़ी संख्या $= x$

छोटी संख्या का वर्ग $= 8x$

$$x^2 - 8x = 180$$

$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$

$\Rightarrow x(x - 18) + 10(x - 18) = 0$

$\Rightarrow (x - 18)(x + 10) = 0$

$\Rightarrow x = 18$ या $x = -10$

$x = -10$ का अस्तित्व नहीं है, इसलिए छोड़ने पर

इसलिए $x = 18$ (बड़ी संख्या)

छोटी संख्या $= \sqrt{8x} \Rightarrow \sqrt{8\times18} = \sqrt{144} = \pm12$

बड़ी संख्या = 18

प्रश्न 8. एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 km की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 km/h अधिक होती है, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

हल : मान रेलगाड़ी की एक समान चाल $= x$ km/h

वृद्धि होने पर चाल $= x + 5$ km/h

कुल तय की गई दूरी =360 km

$\therefore$ पहली स्थिति में लिया गया $= \frac{360}{x}h$ $\left[\because \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}\right]$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

या $$\frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

या $$\frac{360x + 1800 - 360x}{x^2 + 5x} = 1$$

या $$1800 = x^2 + 5x$$

या $$x^2 + 5x - 1800 = 0$$

यहाँ, $a = 1$, $b = 5$ और $c = -1800$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4\times1\times(-1800)}}{2\times1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 7200}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2} = \frac{-5 \pm 85}{2}$$

इस कारण, $x = \frac{-5+85}{2} = \frac{80}{2} = 40$ और $x = \frac{-5-85}{2} = \frac{-90}{2} = -45$

चूँकि चाल $-ve$ नहीं हो सकती, इसलिए हम $x = -14$ को छोड़ते हैं।

$\therefore \quad x = 40$

इसलिए, रेलगाड़ी की चाल $= x$ km/h = **40 km/h**

प्रश्न 9. दो पानी के नल एक-साथ एक हौज को $9\frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, एक व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने के समय ज्ञात कीजिए।

हल : छोटा नल हौज को आने में समय लेता है $= x$ घंटा

$\therefore$ बड़ा नल समय लेता है $= x - 10$ घंटा

इस कारण 1 घंटे में बड़े नल द्वारा भरा गया पानी $= \dfrac{1}{x}$

तथा 1 घंटे में छोटे नल द्वारा भरा गया पानी $= \dfrac{1}{x-10}$

कुल समय $= 9\frac{3}{8}$ घंटे $= \dfrac{75}{8}$ घंटे

$\therefore$ **प्रश्नानुसार,**

$$\frac{75}{8}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10}\right) = 1$$

या $$\frac{75}{8}\left(\frac{x-10+x}{x(x-10)}\right) = 1$$

या $$\frac{75}{8}\left(\frac{2x-10}{x^2-10x}\right) = 1$$

या $\quad 75\,(2x - 10) = 8\,(x^2 - 10x)$

या $\quad 150x - 750 = 8x^2 - 80x$

या $\quad 8x^2 - 80x - 150x + 750 = 0$

या $\quad 8x^2 - 230x + 750 = 0$

या $\quad 2(4x^2 - 115x + 375) = 0$

या $\quad 4x^2 - 115x + 375 = 0$

यहाँ, $a = 4$, $b = -115$ और $c = 375$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-115) \pm \sqrt{(-115)^2 - 4 \times 4 \times 375}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{115 \pm \sqrt{13225 - 6000}}{8} = \frac{115 \pm \sqrt{7225}}{8}$$

$$= \frac{115 \pm 85}{8}$$

इस कारण, $x = \frac{115 + 85}{8} = \frac{200}{8} = 25$ and $x = \frac{115 - 85}{8} = \frac{30}{8} = 3.75$

इसलिए, यदि छोटा नल हौज को भरने में 3.75 घंटे लेता है तब बड़ा भरने में लेता है

$= 3.75 - 10 = -6.25$ घंटा

परंतु समय $-ve$ नहीं हो सकता

$x = 3.75$ को छोड़ने पर

इस कारण छोटे नल द्वारा लिया गया समय $x =$ **25 घंटे**

तथा बड़े नल द्वारा लिया गया समय $x - 10 = 25 = 10 =$ **15 घंटे**

प्रश्न 10. मैसूर और बैंगलोर के बीच के 132 km यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी गाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है (मध्य के स्टेशनों पर ठहरने का समय ध्यान में न लिया जाए)। यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 km/h अधिक हो, तो दोनों रेलगाड़ियों की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

हल : माना रेलगाड़ी की चाल $= x$ km/h

तब एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल $= x + 11$ km/h

मैसूर से बैंगलोर तक की दूरी = 132 km

यात्री गाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \frac{132}{x} h$.

एक्सप्रेस गाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \frac{132}{x + 11} h$.

प्रश्नानुसार,

$$\frac{132}{x} - \frac{132}{x + 11} = 1$$

या $$\frac{132(x + 11) - 132x}{x(x + 11)} = 1$$

या $$\frac{132x + 1452 - 132x}{x^2 + 11x} = 1$$

या $1452 = x^2 + 11x$

या $x^2 + 11x - 1452 = 0$

यहाँ $a = 1$, $b = 11$ और $c = -1452$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(11) \pm \sqrt{(11)^2 - 4 \times 1 \times (-1452)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 5808}}{2} \quad \frac{-11 \pm \sqrt{5929}}{2}$$

$$x = \frac{-11 \pm 77}{2}$$

इसलिए, $x = \frac{-11 + 77}{2} = \frac{66}{2} = 33$

और $x = \frac{-11 - 77}{2} = \frac{-88}{2} = -44$

$x = -44$ को छोड़ने पर

$\therefore x \quad 33$

इसी कारण, **यात्री गाड़ी की चाल $= x = 33$ km/h**

और **एक्सप्रेस गाड़ी की चाल $= x + 11$**

$= 33 + 11 = 44$ km/h

प्रश्न 11. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 m^2 है। यदि उनके परिमापों का अंतर 24 m हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

हल : माना वर्ग की छोटी भुजा $= x$

तब, बड़े वर्ग की भुजा $= \sqrt{468 - x^2}$

[$\because$ वर्ग का क्षेत्रफल $=$ (भुजा)^2]

अब, छोटे वर्ग का परिमाप $= 4x$

तथा बड़े वर्ग का परिमाप $= 4 \times \sqrt{468 - x^2}$

प्रश्नानुसार

$$4 \times \sqrt{468 - x^2} - 4x = 24$$

$$4 \times \sqrt{468 - x^2} = 24 + 4x$$

$$\sqrt{468 - x^2} = \frac{4(6 + x)}{4}$$

या $\sqrt{468 - x^2} = 6 + x$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$468 - x^2 = (6 + x)^2$

या $468 - x^2 = 36 + x^2 + 12x$ $[\because (a + b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab]$

या $36 + x^2 + 12x + x^2 - 468 = 0$

या $2x^2 + 12x - 432 = 0$

या $x^2 + 6x - 216 = 0$

यहाँ $a = 1$, $b = 6$ और $c = -216$

द्विघात सूत्र का प्रयोग करके

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$, हमें प्राप्त होता है।

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \times 1 \times (-216)}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 864}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{-6 \pm 30}{2}$$

इस कारण $x = \frac{-6 + 30}{2} = \frac{24}{2} = 12$

और $x = \frac{-6 - 30}{2} = \frac{-36}{2} = -18$

भुजा की लंबाई $-ve$ नहीं हो सकती

$x = -18$ को छोड़ने पर

इस कारण, $x = 12$

इसलिए छोटे वर्ग की भुजा की लम्बाई $= x = 12$ m

और बड़े वर्ग की भुजा की लम्बाई $= \sqrt{468 - x^2}$

$= \sqrt{468 - (12)^2} = \sqrt{468 - 144} = \sqrt{324} = 18$ m.

प्रश्न 1. निम्न द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि मूलों का अस्तित्व हो तो उन्हें ज्ञात कीजिए।

(*i*) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ (*ii*) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

(*iii*) $2x^2 - 6x + 3 = 0$

हल : (*i*) हमारे पास है

$$2x^2 - 3x + 5 = 0$$

यहाँ, $a = 2, b = -3$ और $c = 5$

$\therefore$ विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 9 - 40 = -31$

$\therefore$ $D = -31$

यहाँ विविक्तकर (D) < 0

इस कारण दी गई द्विघात समीकरण का कोई मूल नहीं है।

(*ii*) हमारे पास है

$$3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$$

यहाँ, $a = 3, \quad b = -4\sqrt{3}$ और $c = 4$

$\therefore$ विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac = \left(-4\sqrt{3}\right)^2 - 4 \times 3 \times 4 = 48 - 48$

$\therefore$ विविक्तकर (D) $= 0$

इसलिए दी गई समीकरण के दो बराबर मूल हैं।

$$x = \frac{-b}{2a}, \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4\sqrt{3})}{2 \times 3}, \frac{-(-4\sqrt{3})}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(*iii*) हमारे पास है

$$2x^2 - 6x + 3 = 0$$

यहाँ, $a = 2, \quad b = -6, \quad c = 3$

$\therefore$ विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 36 - 24 = 12$

$\therefore$ $D = 12$

$\therefore$ विविक्तकर (D) > 0 $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

प्रश्न 2. निम्न प्रत्येक द्विघात समीकरण में k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए कि उसके दो बराबर बराबर मूल हों।

(*i*) $2x^2 + kx + 3 = 0$ (*ii*) $kx\ (x - 2) + 6 = 0$

हल : (*i*) हमारे पास है,

$$2x^2 + kx + 3 = 0$$

यहाँ, $a = 2, \quad b = k$ और $c = 3$

$\therefore$ विविक्तकर (D) $= b^2 - 4ac = k^2 - 4 \times 2 \times 3$

$D = k^2 - 24$

परंतु हमको दिया गया कि द्विघात समीकरण के दो वास्तविक बराबर मूल हैं।

$\therefore$ $D = 0$

$k^2 - 24 = 0$

$k^2 = 24$

$\therefore$ $k = \sqrt{24}$

$k = \pm 2\sqrt{6}$

(*ii*) हमारे पास है,

$$kx(x-2)+6=0$$

या $kx^2-2kx+6=0$

यहाँ, $a=k,\ b=-2k$ और $c=6$

∴ विविक्तकर (D) $= b^2-4ac = (-2k)^2-4\times k\times 6$

$$D = 4k^2-24k$$

परंतु हमको दिया गया कि द्विघात समीकरण के दो बराबर वास्तविक मूल हैं।

∴ $D=0$

$$4k^2-24k=0$$

या $4k(k-6)=0$

इसलिए, $4k=0$ और $k-6=0$

इसी कारण, $k=0$ और $k=6$

प्रश्न 3. क्या ऐसी आम की बगिया बनाना संभव है जिसकी लंबाई, चौड़ाई से दुगुनी हो और उसका क्षेत्रफल 800 m² हो? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना बगिया की चौड़ाई $= x$

∴ लम्बाई $= 2x$

∴ क्षेत्रफल $= l \times b$

या $800 = x\times 2x$ [∵ आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई]

या $800 = 2x^2$

या $x^2 = \dfrac{800}{2}$

∴ $x = \sqrt{400} = \pm 20$

चूँकि विमाएँ –ve नहीं हो सकती

$x=-20$ छोड़ने पर

∴ आम की बगिया की लम्बाई $= x = 20$ m

और आम की बगिया की चौड़ाई $= 2x = 2\times 20 = 40$ m

प्रश्न 4. क्या निम्न स्थिति संभव है? यदि है तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए। दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पूर्व उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल 48 था।

हल : माना पहले मित्र की वर्तमान आयु $= x$ वर्ष

तब, दूसरे मित्र की वर्तमान आयु $= (20-x)$ वर्ष

4 वर्ष पहले, पहले मित्र की आयु $= (x-4)$ वर्ष

4 वर्ष पहले, दूसरे मित्र की आयु $= 20-x-4$

$= (16-x)$ वर्ष

अब, दिए हुए प्रश्नानुसार,

$$(x-4)(16-x)=48$$

$\Rightarrow\ 16x-x^2-64-4x=48$

$\Rightarrow\ -x^2+20x-64-48=0$

$\Rightarrow\ -x^2+20x-112=0$

$\Rightarrow\ x^2-20x+112=0$

जो कि एक द्विघात समीकरण है।

यहाँ, $a = 1$, $b = -20$, $c = 112$

$\therefore$ विविक्तकर(D) $= b^2 - 4ac$

$$= (-20)^2 - 4 \times 1 \times 112 = 400 - 448 = -48$$

$\therefore D < 0$

समीकरण के कोई वास्तविक मूल नहीं हैं।

इसलिए दी गई समीकरण संभव नहीं है।

प्रश्न 5. क्या परिमाप 80 m तथा क्षेत्रफल 400 m^2 के एक पार्क को बनाना संभव है? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना पार्क की लंबाई $= x$

$\therefore$ पार्क की चौड़ाई $= (40 - x)$

$\therefore$ पार्क का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

या $400 = x(40 - x)$

या $400 = 40x - x^2$

या $x^2 - 40x + 400 = 0$

यहाँ $a = 1$, $b = -40$, $c = 400$

$\therefore$ विविक्तकर(D) $= b^2 - 4ac$

$$= (-40)^2 - 4 \times 1 \times 400 = 1600 - 1600$$

$D = 0$

इसलिए, समीकरण के दो वास्तविक बराबर मूल हैं।

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-40) \pm \sqrt{0}}{2 \times 1} = \frac{40}{2} = 20$$

इसलिए, **पार्क की लम्बाई $= x = 20$ m**

तथा **पार्क की चौड़ाई $= (40 - x) = 40 - 20 = 20$ m.**