

Serial Number



E-219



Roll No.

हायर सेकेण्डरी मुख्य परीक्षा - 2022
Higher Secondary Examination (Main) - 2022

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total
Questions : 23

Total Printed
Pages : 16

Time :
3 Hours

Maximum
Marks : 80

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर 1-1 अंक निर्धारित हैं ।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 16 से 19 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 20 से 23 तक प्रत्येक 4 अंक का है।

Instructions :

- (i) All the questions are **compulsory**.
- (ii) Subquestions of Question Nos. 1 to 5 carry 1 mark each.
- (iii) Question Nos. 6 to 15 carry 2 marks each.
- (iv) Question Nos. 16 to 19 carry 3 marks each.
- (v) Question Nos. 20 to 23 carry 4 marks each.



(i) $g \circ f$ ज्ञात करने पर इसका मान है, यदि $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = \frac{1}{x^3}$

(A) $8x^3$

(B) $512x^3$

(C) $\frac{1}{512x^9}$

(D) $2x$

(ii) यदि $\sin^{-1}x = y$, तो

(A) $0 \leq y \leq \pi$

(B) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

(C) $0 < y < \pi$

(D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है ?

(A) 27

(B) 18

(C) 81

(D) 512

(iv) $x = at^2$ तथा $y = 2at$ हैं, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है :

(A) t

(B) t^2

(C) $\frac{1}{t}$

(D) $\frac{1}{t^2}$



(v) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक है :

(A) e^{-x}

(B) e^{-y}

(C) $\frac{1}{x}$

(D) x

(vi) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है, तो $|KA|$ का मान है :

(A) $K|A|$

(B) $K^3|A|$

(C) $K^2|A|$

(D) $3K|A|$

Choose and write the correct options :

(i) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = \frac{1}{x^3}$, then the value of $g \circ f$ is :

(A) $8x^3$

(B) $512x^3$

(C) $\frac{1}{512x^9}$

(D) $2x$

(ii) If $\sin^{-1} x = y$, then :

(A) $0 \leq y \leq \pi$

(B) $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

(C) $0 < y < \pi$

(D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$



(iii) The number of all possible matrices of order 3×3 which each entry 0 or 1 is :

(A) 27

(B) 18

(C) 81

(D) 512

(iv) If $x = at^2$ and $y = 2at$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ is :

(A) t

(B) t^2

(C) $\frac{1}{t}$

(D) $\frac{1}{t^2}$

(v) Integrating factor of differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is :

(A) e^{-x}

(B) e^{-y}

(C) $\frac{1}{x}$

(D) x

(vi) Let A be a square matrix of order 3×3 , then $|KA|$ is equal to :

(A) $K|A|$

(B) $K^3|A|$

(C) $K^2|A|$

(D) $3K|A|$



2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

1×7=7

(i) समुच्चय $A = \{4, 5, 6\}$ में अवयव (4, 5) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या _____ है ।

(ii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ _____.

(iii) यदि A व B दो स्वतंत्र घटनाएँ हों, तो $P(A \cap B) =$ _____.

(iv) $x \geq 0$ का ग्राफ _____ चतुर्थांश में स्थित है ।

(v) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$ का मान _____ है ।

(vi) यदि $y = x + \log_e x$ है, तब $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(vii) दो समतलों $2x + 3y + 4z = 4$ और $4x + 6y + 8z = 12$ के मध्य की दूरी _____ है ।

Fill in the blanks :

(i) In set $A = \{4, 5, 6\}$, number of equivalence relations containing (4, 5) is _____.

(ii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ _____.

(iii) If A and B are independent events, then $P(A \cap B) =$ _____.

(iv) The graph of $x \geq 0$ is situated at _____ quadrant.

(v) Value of determinant $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$ is _____.

(vi) If $y = x + \log_e x$, then $\frac{dy}{dx} =$ _____.

(vii) Difference between two planes $2x + 3y + 4z = 4$ and $4x + 6y + 8z = 12$ is _____.



Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' Column 'A'

स्तम्भ 'ब' Column 'B'

(i) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx =$

(a) $\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(ii) $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx =$

(b) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$

(iii) $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx =$

(c) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

(d) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(v) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$

(e) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$

(vi) $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} =$

(f) $\sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

(g) $\frac{1}{2a} \log \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + c$



4 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए :

1×7=7

- (i) इष्टमान फलन क्या है ?
- (ii) एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।
- (iii) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$ का मान क्या है ?
- (iv) $\int \log x dx$ का मान क्या है ?
- (v) रिक्त संबंध की परिभाषा लिखिए ।
- (vi) x , y और z -अक्षों की दिक्-कोसाइन लिखिए ।
- (vii) यदि $P(A)=2, P(A \cap B)=1$ तब $P(B/A)$ का मान क्या है ?

Give answers in one word / sentence each :

- (i) What is the optimal value function ?
- (ii) What is the chance that leap year will contain 53 Friday ?
- (iii) What is the value of $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$?
- (iv) What is the value of $\int \log x dx$?
- (v) Write definition of Empty relation.
- (vi) Write direction cosines of x , y and z -axes.
- (vii) If $P(A)=2, P(A \cap B)=1$, then what is the value of $P(B/A)$?



5 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :

1×6=6

(i) $\frac{d}{dx}\tan x$ का मान $\sec x \tan x$ है ।

(ii) अभिलंब रूप में समतल का समीकरण $lx+my+nz=d$ है ।

(iii) समतल $2x-y+4z=5$ और $5x-2.5y+10z=6$ परस्पर समान्तर हैं ।

(iv) किन्हीं दो सदिशों $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ के लिये सदैव $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$

(v) सदिश गुणनफल क्रम विनिमेय होता है ।

(vi) $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान 1 है ।

Write true or false in the following statements :

(i) The value of $\frac{d}{dx}\tan x$ is $\sec x \tan x$.

(ii) Equation of a plane in normal form is $lx+my+nz=d$.

(iii) The planes $2x-y+4z=5$ and $5x-2.5y+10z=6$ are parallel.

(iv) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, we always have $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \geq |\vec{a}| |\vec{b}|$

(v) The vector product is commutative.

(vi) The value of $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ is 1.



- 6 वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या $r=3\text{ cm}$ के सापेक्ष ज्ञात कीजिए । 2
Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius $r=3\text{ cm}$.

अथवा / OR

वक्र $y=3x^4-4x$ के $x=4$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए ।

Find the slope of the tangent to the curve $y=3x^4-4x$ at $x=4$.

- 7 यदि $P(B)=0.5$ और $P(A \cap B)=0.25$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए । 2

If $P(B)=0.5$ and $P(A \cap B)=0.25$, then compute $P\left(\frac{A}{B}\right)$

अथवा / OR

यदि $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B)=\frac{1}{5}$ और A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $P(A \cap B)$ की गणना कीजिए ।

If $P(A)=\frac{3}{5}$ and $P(B)=\frac{1}{5}$, calculate $P(A \cap B)$ if A and B are independent events.

- 8 एक रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है । 2
Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes.

अथवा / OR

रेखायुग्म $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ तथा $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

Find the angle between pair of lines

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1} \text{ and } \frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$$



9 निम्नलिखित दी गई रेखाओं l_1 और l_2 :

2

$\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the least distance between the lines given by $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

अथवा / OR

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x , y और z - अंशों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतः खण्ड काटता है ।

Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the x , y and z - axis respectively.

10 सदिश $\overline{PQ}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ बिंदु P और Q क्रमशः

2

(1, 2, 3) और (4, 5, 6) हैं ।

Find the unit vector in the direction of vector $\overline{PQ}$, where P and Q are the points (1, 2, 3) and (4, 5, 6) respectively.

अथवा / OR

दो बिन्दुओं को मिलाने वाले सदिश का मध्यबिन्दु ज्ञात कीजिए, जहाँ P (2, 3, 4) तथा Q (4, 1, -2) हैं ।

Find the position vector of the mid point of the vector joining the points P (2, 3, 4) and Q (4, 1, -2).



11 $\int \cos^2 x dx$ का मान परिकलित कीजिए ।

2

Calculate the value of $\int \cos^2 x dx$.

अथवा / OR

$I = \int e^x \cdot \sin x dx$ की गणना कीजिए ।

Calculate the value of $I = \int e^x \cdot \sin x dx$.

12 समाकलन $\int_2^3 x^5 \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

2

Find the value of Integral $\int_2^3 x^5 \cdot dx$.

अथवा / OR

समाकलन $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of Integral $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \cdot dx$.

13 जाँच कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है ।

2

Examine that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है ।

Show that the function $f: R \rightarrow R$ defined as $f(x) = x^2$, is neither one-one nor onto.



- 14 यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ एवं $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो AB का मान ज्ञात कीजिए ।

2

Find AB , if $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

अथवा / OR

यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए $(A')' = A$.

If $A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{3} & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, then show that $(A')' = A$.

- 15 x के सापेक्ष a^x का अवकलन कीजिए, जहाँ a एक धन अचर है ।

2

Differentiate a^x with respect to x , where a is positive integer.

अथवा / OR

x के सापेक्ष $(\log x)^{\cos x}$ का अवकलन कीजिए ।

Differentiate $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x .

- 16 फलन $\tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right), 0 < x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिए ।

3

Write the function $\tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right), 0 < x < \pi$ in the simplest form.

अथवा / OR

दर्शाइये कि $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{13}{85}$.

Prove that $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \sin^{-1} \frac{13}{85}$.



- 17 आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह के रूप में व्यक्त कीजिए । 3

Express the matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix.

अथवा / OR

निम्नलिखित समीकरण से x तथा y के मानों को ज्ञात कीजिए :

Find the values of x and y from the following equation :

$$2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

- 18 ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 व गुणनफल उच्चतम हो । 3

Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible.

अथवा / OR

वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु $(1, 1)$ पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equation of the tangent and normal to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at $(1, 1)$.



19 आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

3

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत :

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Minimise $Z = 200x + 500y$

Subject to the constraints :

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 4x + y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z = 4x + y$

Subject to the constraints :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

20 निम्नलिखित सारणिक हल कीजिए : $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

4

Solve the following tabular $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

Prove that : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

21 बिंदु $x=0$ पर फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & x=0 \end{cases}$ के सातत्य पर विचार कीजिए । 4

Discuss the continuity of the function f given by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & x=0 \end{cases} \text{ at } x=0.$$

अथवा / OR

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए,

यदि $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$

Find the value of $\frac{dy}{dx}$,

if $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

22 वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

23 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x \cdot e^{-y}$ हल कीजिये ।

4

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x \cdot e^{-y}$.

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ हल कीजिये ।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.

