कक्षा - 12 (Maths)
(प्रायिकता)
अध्याय - 13

प्रश्नोत्तर

1. यदि P(A) = 0.8 तथा P(B) = 0.5 और $P\left(\frac{B}{A}\right)=0.4$ तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात करो-

(a) $\frac{25}{16}$ **(b)** $\frac{16}{25}$ (c) $\frac{8}{10}$ (d) $\frac{5}{10}$

2. $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=0$ तब $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का मान है-

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$ **(c)** अपरिभाषित (d) 1

3. A और B दो घटनाएँ इस प्रकार है कि $P\left(\frac{A}{B}\right)=P\left(\frac{B}{A}\right)\neq 0$ तब सत्य है-

(a) ACB (b) A = B (c) $A\cap B=\phi$ **(d)** P(A) = P(B)

4. A और B स्वतन्त्र घटनाएँ है तथा P(A) = 0.3, P(B) = 0.4 तो $P(A\cap B)$ का मान है-

(a) 0.3 **(b)** 0.12 (c) 0.4 (d) $\frac{3}{4}$

5. $P(A)=\frac{3}{5}, P(B)=\frac{1}{5}$ A तथा B परस्पर अपवर्जी है तो $P(A\cup B)$ का मान है-

(a) $\frac{4}{5}$ (b) 0 (c) 1 (d) $\frac{2}{5}$

6. एक सिक्के को 2 बार उछाला जाता है तब चितो की संख्या को यादृच्छिक चर (x) माने तो x का कौनसा मान नहीं होगा-

(a) 0 (b) 1 (c) 2 **(d)** 3

7. $P(A)\neq 0$ तथा $P\left(\frac{B}{A}\right)=1$ हो तो सत्य है-

(a) $A\subset B$ (b) $B\subset A$ (c) $B=\phi$ (d) $A=\phi$

8. एक पासे एक बार फेकने पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता है-

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{2}{6}$ **(c)** $\frac{3}{6}$ (d) $\frac{4}{6}$

9. एक सिक्के को 2 बार उछाला जाता है तो ठीक-ठीक 2 चित आने की प्रायिकता है-

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{4}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{4}$

10. यदि $P(A^1)=\frac{3}{4}$ हो तो P(A) होगा-

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) 0 (d) 1

11. निश्चित घटना की प्रयिकता होती है-

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

12. दिए गए प्रायिकता बंटन के लिए K का मान क्या होगा-

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	K	2K	2K	K

Sol. $\sum P(X)=1$ $\Rightarrow 0.1+K+2K+2K+K=1$

$\Rightarrow 6K=0.9$ $\Rightarrow K=\frac{0.9}{6}$

$\Rightarrow \boxed{K=0.15}$

13. 52 पत्तों की एक गड्डी से बिना प्रतिस्थापित किए दो लाल रंग के पत्ते निकालने की प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. कुल पत्ते = 52 लाल रंग के पत्ते = 26

अतः प्रथम पत्ते के लाल रंग के होने की प्रायिकता $=\frac{26}{52}$

अब पहले पत्ते को बिना प्रतिस्थापित किए दूसरा पत्ता लाल रंग का निकालने की प्रायिकता $=\frac{25}{51}$

अतः दोनों पत्ते बिना प्रतिस्थापित किए लाल रंग के निकालने की प्रायिकता $=\frac{26}{52}\times\frac{25}{51}=\frac{25}{102}$

14. यदि $P(A)=\frac{1}{2}$ तथा $P(B)=\frac{3}{4}$ तथा A और B स्वतन्त्र घटनाएँ है तो P(A नहीं और B नहीं) का मान ज्ञात करो-

Sol. $\because P(A)=\frac{1}{2},$ $P(B)=\frac{3}{4}$

अतः $P(A^1)=\frac{1}{2}$ तथा $P(B^1)=\frac{1}{4}$

$\because$ A और B स्वतन्त्र घटनाएँ है अतः A^1 और B^1 भी स्वतन्त्र घटनाएँ होगी

अब P(A नहीं और B नहीं) $=P(A^1\cap B^1)$

$=P(A^1)\,P(B^1)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{8}$

15. यदि पासे का एक जोड़ा उछाला जाता है तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. पासे के एक जोड़ा एक बार उछालने पर कुल परिणाम = 6 × 6 = 36

सम अभाज्य संख्या 2 होती है अतः दोनों पासों पर सम अभाज्य संख्या आने के अनुकुलन परिणाम = 1 {(2, 2)}

अत: अभिष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{36}$

16. एक लीप वर्ष का चयन किया जाता है तो उस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. एक लीप वर्ष में 366 दिन होते है

अत: 52 सप्ताह और 2 दिन

52 सप्ताह में 52 रविवार आयेगें। अब शेष 2 दिन निम्न प्रकार से आ सकते है।

S = {(रवि, सोम), (सोम, मंगल), (मंगल, बुध), (बुध, गुरू), (गुरू, शुक्र), (शुक्र, शनि), (शनि, रवि)}

कुल परिणाम = 7

शेष दो दिन रविवार होने के

अनुकूल परिणाम = 2 {(रवि, सोम), (शनि, रवि)}

अत: 53 रविवार आने की प्रायिकता $= \frac{2}{7}$

17. एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. माना घटना E = संख्या 4 का न्यूनतम 1 बार प्रकट होना

F = संख्याओं का योग 6 आना

अत: $E = \{(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(1,4),(2,4),(3,4),(5,4),(6,4)\}$

$F = \{(1,5),(5,1),(4,2),(2,4),(3,3)\}$

अब $E \cap F = \{(4,2),(2,4)\}$

अत: $P(E) = \frac{11}{36}$, $P(F) = \frac{5}{36}$,

$P(E \cap F) = \frac{2}{36}$

संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता $P\left(\frac{E}{F}\right) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$

$= \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{35}}$ $= \frac{2}{5}$

18. एक परिवार में दो बच्चे है। यह ज्ञात है कि बच्चों में कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. यदि लकड़े को B और लड़की को G से लिखा जाए तो इस प्रयोग की प्रतिदर्श समष्टि

$S = \{BB, BG, GB, GG\}$

अब E = दोनों बच्चे लड़के है।

F = कम से कम एक बच्चा लड़का है।

तब $E=\{BB\}$ $F=\{BB, GB, BG\}$

$E\cap F=\{BB\}$ अतः $P(E)=\frac{1}{4}$,

$P(F)=\frac{3}{4}$, $P(E\cap F)=\frac{1}{4}$

दोनों बच्चों के लड़के होने की सप्रतिबंध प्रायिकता

$$P\left(\frac{E}{F}\right)=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{3}$$

19. एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतन्त्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ है तो समस्या हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात करो–

Sol. $P(A)=\frac{1}{2}$ तथा $P(B)=\frac{1}{3}$

अब P (समस्या हल होना) = (A और B दोनों या दोनों में से कोई एक समस्या हल करेगा)

$=P(A\cup B)$ $=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$ (A और B स्वतंत्र घटना है)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$ $=\frac{3+2-1}{6}$

$=\frac{4}{6}$ $=\frac{2}{3}$

अतः समस्या हल होने की प्रायिकता $=\frac{2}{3}$

20. एक पासे को तीन बार उछाला जाता है तो कम से कम एक बार विषम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात करो–

Sol. पासे को एक बार उछालने पर विषम संख्या आना सफलता हो तो $P=\frac{1}{2}$

अतः $q=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

पासे को 3 बार उछाल रहे है अतः n = 3

अब P (कम से कम 1 बार विषम संख्या आना) $=P(X\leq 1)$

$=P(x\leq 1)$ $=1-P(x=0)$

$=1-{}^3C_0P^0q^3$ $=1-\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$=1-\frac{1}{8}$ $=\frac{7}{8}$

अतः कम से कम एक बार विषम संख्या आने की प्रायिकता $=\frac{7}{8}$

21. एक सिक्के की दो उछालों में चितों की संख्या का प्रायिकता बटंन ज्ञात करो-

Sol. एक सिक्के को 2 बार उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि $5 = \{HH, HT, TH, TT\}$

यहाँ X= चितों की संख्या अत: X = 0, 1, 2

अब P(X = 0) = P (एक भी चित नहीं) $= P(TT) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P(X = 1) = P (एक चित और एक चित नहीं)

= P(HT) + P(TH) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

P(X = 2) = P (दोनों चित) $= P(HH) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

अत: प्रायिकता बटंन =

X	0	1	2
P(X)	$1/4$	$1/2$	$1/4$

22. एक न्याय सिक्के को 10 बार उछाला जाता है तो ठीक छ: चित आने की प्रायिकता ज्ञात करो-

Sol. यहाँ n = 10

1 सिक्के को उछालने पर चित आना सफलता है

तो $P = \frac{1}{2}$ अत: $q = \frac{1}{2}$

अत: P (ठीक 6 चित आना) = P (X = 6)

$= {}^{10}C_6 P^6 q^{10-6}$ $= \frac{\lfloor 10}{\lfloor 4 \lfloor 6} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^4$

$= \frac{210}{1024} = \frac{105}{512}$

23. $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{1}{8}$ तब P(A नहीं या B नहीं) ज्ञात करो-

Sol. $\because P(A) = \frac{1}{2},$ $P(B) = \frac{1}{4},$ $P(A \cup B) = \frac{1}{8}$

अब P (A नहीं या B नहीं) $= P(A^1 \cup B^1)$

$= P(A \cap B)^1$

$= 1 - P(A \cap B)$

$= 1 - \{P(A) + P(B) - P(A \cup B)\}$

$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$$= \frac{8-4-2+1}{8} = \frac{3}{8}$$

24. दो थैले I और II दिए गए है। थैले I में 3 लाल और 4 काली गेंद है। थैले II में 5 लाल और 6 काली गेंद है। किसी एक थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई है जो लाल रंग की है तो इस बात की क्या प्रायिकता है यह गेंद थैले II से निकाली गई है–

Sol. माना घटना E_1 = प्रथम थैले का चयन

E_2 = द्वितीय थैले का चयन

यहाँ E_1 व E_2 घटनाएँ परस्पर अपवर्जी है।

$P(E_1) = \frac{1}{2}$ तथा $P(E_2) = \frac{1}{2}$

माना घटना A = लाल गेंद निकालना।

तब थैले I से लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = \frac{3}{7}$

थैले II से लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \frac{5}{11}$

अब यदि निकाली गई गेंद लाल रंग की है तो उसके II थैले से निकाले जाने की प्रायिकता

बेज प्रमेय से $$P\left(\frac{E_2}{A}\right) = \frac{P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right) + P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{E_2}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}}{\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}\right)} \qquad \Rightarrow P\left(\frac{E_2}{A}\right) = \frac{\frac{5}{11}}{\frac{3}{7}+\frac{5}{11}}$$

$$= \frac{\frac{5}{11}}{\frac{33+35}{77}} \qquad = \frac{5}{11}\times\frac{77}{68}$$

$$= \frac{35}{68}$$

25. 52 ताशों की गड्डी से एक पत्ता खो जाता है। शेष पत्तों से दो पत्ते एक साथ निकाले जाते है जो ईट के है। तो खो गए पत्ते के ईट के होने प्रायिकता ज्ञात करो–

Sol. माना घटना E_1 = खोया पत्ता ईट का है।

E_2 = खोया पत्ता ईट का नहीं है।

यहाँ E_1 व E_2 परस्पर अपवर्जी घटनाएँ है

$P(E_1) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ तथा $P(E_2) = \frac{3}{4}$

अब घटना A = शेष पत्तो से 2 ईट के पत्ते निकालना

अब $P\left(\frac{A}{E_1}\right) = P$ (ईट का पत्ता खो जाने के बाद शेष पत्तों से 2 ईट के पत्ते निकालने की प्रायिकता) $= \frac{12}{51} \times \frac{11}{50}$

तथा $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = P$ (ईट का पत्ता नहीं खोया है तब शेष पत्तों से 2 ईट के पत्ते निकालना) $= \frac{13}{51} \times \frac{12}{50}$

अत: बेज प्रमेय से खो गए पत्ते के ईट के होने की प्रायिकता $P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right)}{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right) + P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}$

$$\Rightarrow P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{12}{50} \times \frac{11}{50} \times \frac{1}{4}}{\left(\frac{12}{51} \times \frac{11}{50} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{13}{51} \times \frac{12}{50} \times \frac{3}{4}\right)} \qquad = \frac{12 \times 11}{(12 \times 11) + (13 \times 12 \times 3)}$$

$$= \frac{11}{11 + 39} = \frac{11}{50}$$

अत: ईट के पत्ते के खोने की प्रायिकता $= \frac{11}{50}$

26. पासे के एक जोड़े को तीन बार उछालने पर द्विको की संख्या का मध्य ज्ञात करो–

Sol. यादृच्छिक चर X = द्विकों की संख्या पासे के जोड़े को 3 बार उछाल रहे है अत: X के मान 0, 1, 2, 3 है।

पासे के जोड़े को 3 बार उछाल रहे है अत: द्विक् आने की प्रतिदर्श समष्टि

$$S = \begin{Bmatrix} DDD, & DDO & DOO, & OOO \\ & DOD, & ODO & \\ & ODD, & ODD & \end{Bmatrix}$$ D = द्विक् O = द्विक् नहीं

पासे के एक जोड़े को एक बार उछालने पर प्राप्त द्विक् $= \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

अत: द्विक् प्राप्त होने की प्रायिकता $P = \frac{1}{6}$ तथा $q = \frac{5}{6}$

अब $P(X = 0) = P$ (एक भी द्विक् नहीं) = (000) $= \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$

$P(X = 1) = 3 \times P(DDO) \quad = 3 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{75}{216}$

$P(X = 2) = 3 \times P(DDO)$

$= 3 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$

$P(X = 3) = P(DDD)$

$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

अतः प्रायिकता बटंन

X	0	1	2	3
P(X)	$125/216$	$75/216$	$15/216$	$1/216$

अब मध्य $= \sum \times P(X)$

$= \left(0 \times \frac{125}{216}\right) + \left(1 \times \frac{75}{216}\right) + \left(2 \times \frac{15}{216}\right) + \left(3 \times \frac{1}{216}\right)$

$= \frac{75+30+3}{216}$ $= \frac{108}{216} = \frac{1}{2}$

27. ताश की गड्डी में से दो पत्ते एक साथ निकाले जाते है। बादशाहों की संख्या का मध्य ज्ञात करो-

Sol. ताश की गड्डी से 2 बादशाह निकालने के प्रयोग की प्रतिदर्श समष्टि $S = \{KK, KO, OK, OO\}$

यहाँ K = बादशाह पत्ता

O = बादशाह के अलावा पत्ता

$\because$ गड्डी से 2 पत्ते निकाल रहे है अतः X = 0, 1, 2

अब P(X = 0) = P (बादशाहों की संख्या शून्य) = P(00) $= \frac{48}{52} \times \frac{47}{51} = \frac{188}{221}$

P(X = 1) = P (एक बादशाह और एक नहीं) $= 2 \times P(1 < 0)$

$= 2 \times \frac{4}{52} \times \frac{48}{51} = \frac{32}{221}$

P (X = 2) = P (दोनो बादशाह) = P(KK) $= \frac{4}{52} \times \frac{4}{52}$

$= \frac{1}{221}$

अब प्रायिकता बटंन

X	0	1	2
P(X)	$188/221$	$32/261$	$1/221$

मध्य $= \sum XP(X)$ $= \left(0 \times \frac{188}{221}\right) + \left(1 \times \frac{32}{221}\right) + \left(2 \times \frac{1}{221}\right)$

$= \frac{34}{221}$

28. चर X का प्रायिकता बटंन निम्न है-

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	K	2K	2K	3K	K^2	$2K^2$	$7K^2+K$

तो ज्ञात करो-

(I) K (II) P(X < 3)

Sol. सभी प्रायिकताओं का योग एक होता है-

अतः $\sum P(X) = 0$

$\Rightarrow 0 + K + 2K + 2K + 3K + K^2 + 2K^2 + 7K^2 + K = 1$

$\Rightarrow 10K^2 + 9K - 1 = 0$

$\Rightarrow 10K^2 + 10K - k - 1 = 0$

$\Rightarrow 10K(K+1) - 1(K+1) = 0$

$\Rightarrow (K+1)(10K-1) = 0$

$\Rightarrow K = -1$ (असम्भव)

तथा $K = \frac{1}{10}$

अतः $\boxed{K = \frac{1}{10}}$

(II) अब प्रायिकत बटंन

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	$1/10$	$2/10$	$2/10$	$3/10$	$1/100$	$2/100$	$17/100$

अतः P (X < 3) = P (X = 0) + P (X = 1) + P (X = 2)

$= 0 + \frac{1}{10} + \frac{2}{10}$

$= \frac{3}{10}$

29. एक पासे को 6 बार उछाला जाता है। पासे पर सम संख्या प्राप्त होना सफलता है तो ज्ञात करो–

(a) न्यूनतम 5 सफलता की प्रायिकता

(b) अधिकतम 5 सफलता की प्रायिकता

Sol. पासे को 6 बार उछाल रहे है अतः n = 6

पासे पर सम संख्या आना सफलता है अतः एक पासे को एक बार उछालने पर सम संख्या आने की प्रायिकता

$P = \frac{1}{2}$

तथा $q = \frac{1}{2}$

$\because P(X = r) = {}^nC_r P^r q^{n-r}$

अतः (1) P (न्यूनतम 5 सफलता) $= P(X \geq 5)$

$= P(X = 5) + P(X = 6)$

$= {}^6C_5 P^5 q^1 + {}^6C_6 P^6 q^0$

$= 6\left(\frac{1}{2}\right)^6 + 1\left(\frac{1}{2}\right)^6$

$= \frac{6}{64} + \frac{1}{64} = \frac{7}{64}$

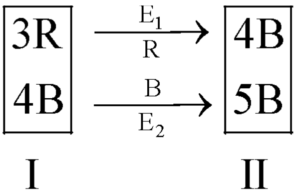
(II) P (अधिकतम 5 सफलता) $= P(X \leq 5)$

$= 1 - P(X = 6)$

$= 1 - \left(\frac{1}{64}\right)$

$= \frac{63}{64}$

30. थैले I में 3 लाल और 4 काली गेंद है। तथा थैले II में 4 लाल और 5 काली गेंद है। एक गेंद थैले I से II में स्थानांतरित की जाती है और तब एक गेंद थैले II से निकाली जाती है। निकाली गई गेंद लाल रंग की है तो स्थानांतरित गेंद के काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए–



Sol. माना घटना E_1 = स्थानांतरित गेंद लाल रंग की है।

E_2 = स्थानातरित गेंद काले रंग की है।

E_1 व E_2 परस्पर अपवर्ती है अत:

$P(E_1) = \frac{3}{7}$ तथा $P(E_2) = \frac{4}{7}$

अब माना घटना A = II थैले से लाल गेंद निकालना।

$P\left(\frac{A}{E_1}\right) = P$ (लाल रंग की गेंद को स्थानांतरित कर II थैले से लाल गेंद निकालना)

$$= \frac{4+1}{(4+5+1)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$P\left(\frac{A}{E_2}\right) = P$ (काली गेंद स्थनांतरित कर II थैले से लाल गेंद निकालना)

$$= \frac{4}{4+5+1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

अत: बेज प्रमेय से प्राप्त गेंद लाल रंग की है तब स्थानातारित गेंद के काली होने की प्रायिकता

$$P\left(\frac{E_2}{A}\right) = \frac{P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}{P(E_1)P\left(\frac{A}{E_1}\right) + P(E_2)P\left(\frac{A}{E_2}\right)}$$

$$= \frac{\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}}{\left(\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}\right)}$$

$$= \frac{\frac{8}{35}}{\frac{3}{14} + \frac{8}{35}} = \frac{16}{31}$$