आँकड़ों का प्रबन्धन

In Text Exercise

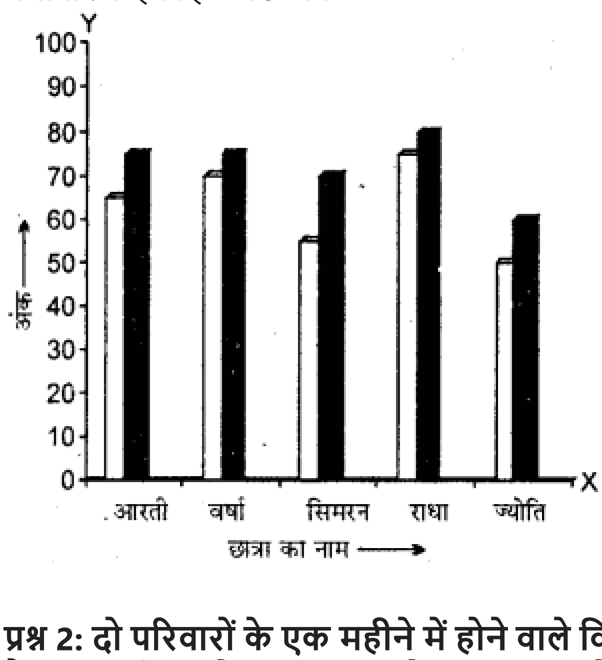
करो और सीखो

(पृष्ठ 198)

प्रश्न 1: कक्षा 7 की पाँच छात्राओं के गणित और विज्ञान विषय के अंक तालिका में दिए गए हैं। इन आँकड़ों को उर्ध्वाधर दोहरे दण्ड आलेख द्वारा दर्शाइए।

छात्रा का नाम	**गणित**	**विज्ञान**
आरती	65	75
वर्षा	70	75
सिमरन	55	70
राधा	75	80
ज्योति	50	60

हल: आँकड़ों का दोहरा दण्ड ☐ गणित, ■ विज्ञान
पैमाना : 1 इकाई = 10 अंक



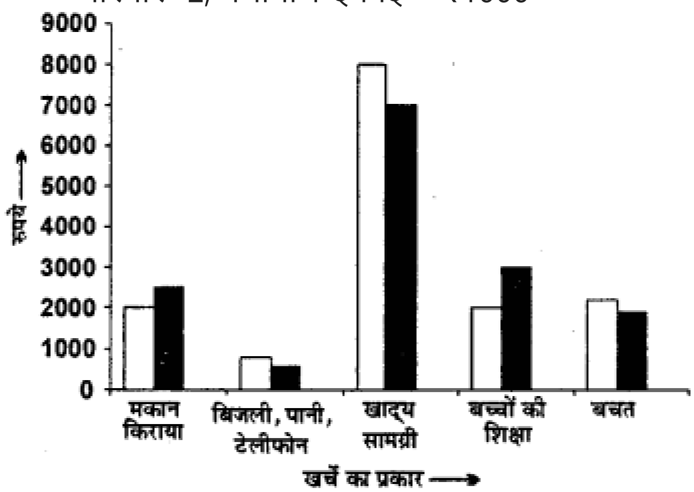
प्रश्न 2: दो परिवारों के एक महीने में होने वाले विभिन्न खर्च का विवरण निम्न तालिका में दर्शाया गया है। इस तालिका के आधार पर दोहरा दण्ड आलेख बनाइए तथा निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

खर्च मद	परिवार – 1	परिवार – 2
मकान किराया	2000	2500
बिजली, पानी, टेलीफोन	800	600
खाद्य सामग्री	8000	7000
बच्चों की शिक्षा	2000	3000
बचत	2200	1900

(i) किस मद पर खर्च अधिकतम है?
(ii) किस मद पर खर्च न्यूनतम है?
(iii) दोनों परिवारों की मासिक आय 15,000 रु. हो तो दोनों परिवारों में बच्चों की शिक्षा पर खर्च का प्रतिशत क्या होगा?

हल: दोहरा दण्ड आलेख □ = परिवार -1

■ = परिवार -2, पैमाना 1 इकाई = ₹1000



(i) खाद्य सामग्री में परिवार – 1, ₹8,000 रु. तथा परिवार – 2, ₹7000 रु. खर्च करता है।
अत: खाद्य सामग्री में अधिकतम खर्च होता है।
(ii) बिजली, पानी तथा टेलीफोन में परिवार – 1, ₹800
तथा परिवार – 2, ₹600 खर्च करता है जो न्यूनतम है।
(iii) दोनों परिवार की मासिक आय = 15,000 रु.
परिवार – 1 का बच्चों की शिक्षा पर खर्चा प्रतिशत में

$= \frac{2000 \times 100}{15000}$

= 13.33%

परिवार – 2 का बच्चों की शिक्षा पर खर्चा प्रतिशत में

$= \frac{3000 \times 100}{15000}$

= 20%

(पृष्ठ 201)

प्रश्न 1: भार ज्ञात करने वाली मशीन द्वारा अपनी कक्षा के विद्यार्थियों का वजन ज्ञात करें। इन आँकड़ों को व्यवस्थित कर तालिका बनाइए। इन आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में लिखिए। फिर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(1) कक्षा में किस विद्यार्थी का भार सबसे अधिक है?
(2) कक्षा में कितने विद्यार्थियों का भार 25 किग्रा से अधिक है।
(3) कक्षा में कितने विद्यार्थियों का भार 20 से 30 किग्रा है।

हल: कक्षा के विद्यार्थियों का भार इस प्रकार है
23, 18, 22, 25, 24, 28, 30, 27, 32, 25

विद्यार्थी	**भार (किग्रा में)**	**विद्यार्थी**	**भार (किग्रा में)**
विजय	23	देवु	28
सारिका	18	सुनीता	30
सरिता	22	अनिल	27
रमेश	25	सुभाष	32
सुरेश	24	अजय	25

आँकड़ों का आरोही क्रम
18, 22, 23, 24, 25, 25, 27, 28, 30, 32

1. कक्षा में सबसे अधिक भार सुभाष का है।
2. कक्षा में चार विद्यार्थियों का भार 25 से अधिक है।
3. कक्षा में आठ विद्यार्थियों का भार 20 से 30 किग्रा के है।

(पृष्ठ 203)

प्रश्न 1: अपने परिवार के सदस्यों की ऊँचाइयों का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: मेरे परिवार के सदस्यों की ऊँचाईयाँ (सेमी में) इस प्रकार हैं-
70, 85, 110, 150, 170

इन ऊँचाइयों का माध्य
= $\frac{70+85+110+150+170}{5} = \frac{858}{5} = 117$ सेमी

प्रश्न 2: अपने परिवार के सदस्यों की आयु का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: मेरे परिवार के सदस्यों की आयु (वर्ष में) इस प्रकार है
7, 9.5, 10, 25.5, 28
इन आयु के आँकड़ों का माध्य
= $\frac{7+9.5+10+25.5+28}{5} = \frac{80}{5} = 16$ वर्ष

(पृष्ठ 205)

प्रश्न 1: कक्षा 7 के 40 विद्यार्थियों ने अपने अपने परिवार के सदस्यों की संख्या को एक साथ लिखा। यह संख्या नीचे दर्शाई गई है।

4, 3, 5, 4, 7, 3, 5, 6, 4, 4, 4, 7, 6, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 4, 5, 3,4, 6, 4, 5, 5, 4, 3, 4, 7, 6, 4, 3, 5, 4, 5 इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: संख्याओं को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर
3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7
दिये गये आँकड़ों में संख्या 4 सबसे अधिक बार आयी है। अत: आँकड़ों का बहुलक 4 होगा।

प्रश्न 2: निम्नलिखित संख्याओं का बहुलक ज्ञात कीजिए।

21, 22, 25, 24, 22, 23, 23, 24, 25, 24, 22, 24, 23, 24, 23, 24, 22, 21, 25, 23

हल: संख्याओं को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर 21, 21, 22, 22, 22, 22, 23, 23, 23, 23, 23, 24, 24, 24, 24, 24, 24, 25, 25, 25 प्रेक्षणों के निरीक्षण से स्पष्ट है। संख्या 24 सबसे अधिक बार आयी है। अत: बहुलक 24 होगा।

(पृष्ठ 207)

प्रश्न 1: आरोही क्रम में व्यवस्थित प्रेक्षण निम्नानुसार हैं
8, 11, 12, 16, 16 +x, 20, 25, 30 यदि माध्यिका 18 हो, तो rका मान ज्ञात कीजिए।

हल: 8, 11, 12, 16, 16 + x, 20, 25, 30 की मध्यिका 18 है।
दिए गए आँकड़ों की संख्या सम (n = 8) है।

$$\text{अत: माध्यिका} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{वाँ पद} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 18 = \frac{\left(\frac{8}{2}\right)\text{वाँ पद} + \left(\frac{8}{2}+1\right)\text{वाँ पद}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 18 = \frac{4\text{वाँ पद} + 5\text{वाँ पद}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 18 = \frac{16 + (16+x)}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 2 \times 18 = 16 + 16 + x$$

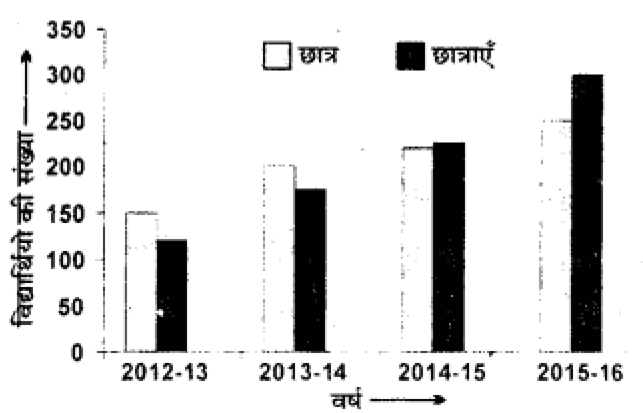
$$\Rightarrow \quad 36 = 32 + x; \quad x = 36 - 32 = 4$$

प्रश्न 2: ज्योति के विभिन्न विषयों में अंक (10 में से) निम्नानुसार आए-
5, 7, 0, 3, 5, 8
ज्योति ने 0 को छोड़ कर शेष अंकों से माध्य, माध्यिका तथा बहुलक निकाला। क्या उसने सही किया?

हल: ज्योति ने सही नहीं किया क्योंकि सभी आँकड़े लेना जरूरी है।

Exercise 17.1

प्रश्न 1: निम्न आलेख में एक विद्यालय को सत्र के अनुसार विद्यार्थी संख्या को दर्शाया गया है। इस आलेख पर आधारित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।



(i) किस सत्र में विद्यालय में छात्राओं की संख्या छात्रों से अधिक रही?
(ii) किस सत्र में विद्यालय में छात्र एवं छात्राओं की संख्या समान रही?
(iii) 2015 – 16 में विद्यालय में कुल विद्यार्थियों की संख्या क्या थी?

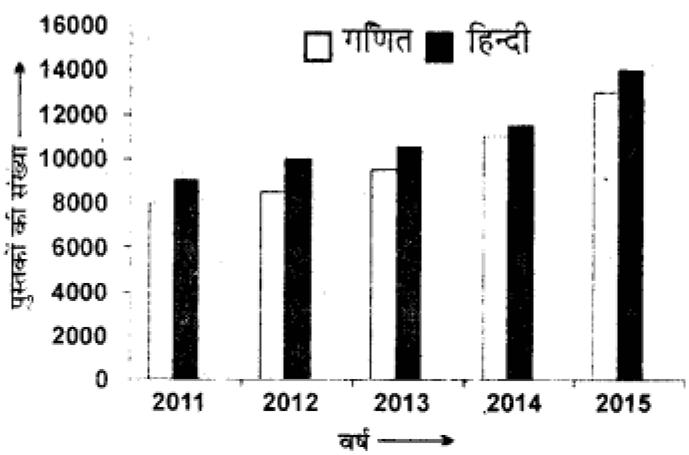
हल: (i) दिए गए आलेख के अनुसार सत्र 2015 -16 में छात्राओं की संख्या छात्रों से अधिक रही।
(ii) सत्र 2014 -15 में छात्र एवं छात्राओं की संख्या बराबर रही।
(iii) 2015 – 16 में विद्यालय में कुल विद्यार्थियों की संख्या
= छात्रों की संख्या + छात्राओं की संख्या
= 250 + 300
= 550

प्रश्न 2: वर्ष 2011 से 2015 तक नि:शुल्क पाठ्यपुस्तक वितरण के तहत एक जिले में कक्षा 7 को गणित तथा हिन्दी की पुस्तकों का वितरण निम्न तालिकानुसार हुआ।

विषय/वर्ष	2011	2012	2013	2014	2015
गणित	8000	8500	9500	11000	13000
हिन्दी	9000	10000	10500	11500	14000

एक दोहरा दण्ड आलेख खींचिए और निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए
(i) किस विषय की पुस्तक की माँग हमेशा अधिक रही है?
(ii) किस वर्ष में दोनों पुस्तकों की माँग में अंतर न्यूनतम रहा है?
(iii) किस वर्ष में दोनों पुस्तकों की माँग में अंतर अधिकतम रहा है?

हल: आँकड़ों के द्वारा बना दोहरा दण्ड आलेख
y अक्ष का पैमाना:
1 सेमी = 2000 पुस्तक
□ गणित ■ हिन्दी



(i) हिन्दी विषय की पुस्तक की माँग हमेशा अधिक रही।
(ii) आलेख के अनुसार 2014 में गणित तथा हिन्दी विषय की किताबों का अंतर = 11500 – 11000 = 500 जो कि न्यूनतम है।
(iii) 2012 में गणित तथा हिन्दी की किताबों में अंतर = 10000 – 8500 = 1500 जो कि अधिकतम है।

प्रश्न 3: उदयपुर से राजस्थान के निम्नांकित शहरों की सड़क एवं रेलमार्ग से अनुमानित दूरी निम्नांकित तालिका में दी गई है। तालिका के आधार पर दोहरा दण्ड आलेख खींचिए और निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

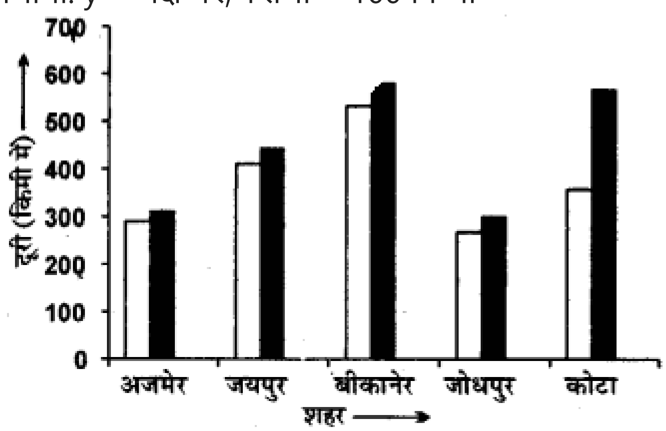
उदयपुर से दूरी	सड़क मार्ग (किमी में)	रेल मार्ग (किमी में)
अजमेर	290	310
जयपुर	410	440
बीकानेर	530	580
जोधपुर	270	300
कोटा	360	570

(i) सड़क मार्ग से उदयपुर से सर्वाधिक दूरी पर कौनसा शहर
(ii) कौन से शहर की दूरी में सड़क और रेलमार्ग में अंतर न्यूनतम है?
(iii) कौन से शहर की दूरी में सड़क और रेलमार्ग में अंतर सर्वाधिक है?

हल: तालिका के आधार पर दोहरा दण्ड आलेख

□ सड़क मार्ग ■ रेलमार्ग

पैमाना: y – अक्ष पर, 1सेमी = 100 किमी



(i) आलेख के अनुसार सड़क मार्ग से उदयपुर से बीकानेर 530 किमी दूरी पर है जो कि सर्वाधिक दूरी है।
(ii) अजमेर शहर जाने के लिए रेलमार्ग तथा सड़क मार्ग में न्यूनतम अंतर है। 310 – 290 = 20 किमी.
(iii) कोटा शहर जाने के लिए सड़क और रेलमार्ग में अधिकतम अंतर 570 – 360 = 210 किमी. है।

Exercise 17.2

प्रश्न 1: एक विद्यालय की कक्षा 6 से 12 में विद्यार्थियों की संख्या क्रमशः निम्नलिखित है

78, 72,67, 59,54, 49, 48 तो बताइए

(i) सबसे अधिक विद्यार्थी किस कक्षा में हैं?
(ii) सबसे कम विद्यार्थी किस कक्षा में हैं?
(iii) इन आँकड़ों का परिसर क्या है?
(iv) इन आँकड़ों का माध्यज्ञात कीजिए।

हल:

(i) कक्षा 6 में 78 विद्यार्थी है जो सबसे अधिक हैं।
(ii) कक्षा 12 में 48 विद्यार्थी है जो सबसे कम हैं।
(iii) आँकड़ों का परिसर = कक्षा 6 में छात्रों की संख्या – कक्षा 12 में छात्रों की संख्या = 78 – 48 = 30
परिसर = 30
(iv) 78, 72, 67, 59, 54, 49, 48 संख्या कक्षा 6 से 12 तक में छात्रों की है।
अतः आकड़ों का माध्य

$$= \frac{78 + 72 + 67 + 59 + 54 + 49 + 48}{7} = \frac{427}{7} = 61$$

प्रश्न 2: प्रथम 10 पूर्ण संख्याओं का माध्य ज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम पूर्ण संख्याएँ क्रमशः
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
संख्याओं का माध्य

$$= \frac{0+1+2+3+4+5+6+7+8+9}{10} = \frac{45}{10} = 4.5$$

प्रश्न 3: एक क्रिकेट खिलाड़ी ने 6 पारियों में निम्नलिखित रन बनाए-

68, 03, 17, 78, 12, 104 रनों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{रनों का समान्तर माध्य} = \frac{\text{रनों का योग}}{\text{खिलाड़ियों की संख्या}}$$

$$= \frac{68 + 03 + 17 + 78 + 12 + 104}{6} = \frac{282}{6} = 47$$

प्रश्न 4: बीकानेर से उदयपुर चलने वाली बस में सोमवार से शुक्रवार तक निम्नांकित संख्या में यात्रियों ने सफर किया-

45, 48, 32, 40, 30 प्रत्येक दिवस में यात्रियों का माध्य क्या होगा?

हल: यात्रियों का माध्य

$$= \frac{45 + 48 + 32 + 40 + 30}{5} = \frac{195}{5} = 39$$

प्रश्न 5: एक गाँव में पाँच वर्षों तक निम्न फसलें उगाई गई फसल पर प्रति एकड़ लाभ (रुपये में) निम्नानुसार रहा।

फसल	2011	2012	2013	2014	2015
बाजरा	6000	8000	5000	6500	8500
ग्वार	7000	8000	12000	9000	8500
मूंगफली	9000	7000	10000	8000	13000

ऊपर दी गई तालिका के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
(i) प्रत्येक फसल का पाँच वर्ष में माध्य लाभ ज्ञात कीजिए।
(ii) उपयुक्त उत्तर के आधार पर अगले वर्ष कौनसी फसल उगानी चाहिए?

हल: (i) बाजरा की फसल को माध्य लाभ

$$= \frac{6000 + 8000 + 5000 + 6500 + 8500}{5}$$

$$= \frac{34000}{5} = ₹\ 6800$$

ग्वार की फसल का माध्य लाभ

$$= \frac{7000 + 8000 \div 12000 + 9000 + 8500}{5}$$

$$= \frac{44500}{5} = ₹\ 8900$$

मूंगफली की फसल का माध्य लाभ

$$= \frac{9000 + 7000 + 10000 + 8000 + 13000}{5}$$

$$= \frac{47000}{5} = ₹\ 9400$$

(ii) मूंगफली की फसल में सबसे अधिक ला = ₹9,400 हुआ।
अतः अगली वर्ष मूंगफली की फसल उगानी चाहिए।

प्रश्न 6: यदि 3, 4, 8, 5, x, 3 अंकों का समान्तर माध्य 4 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल: समान्तर माध्य = 4

$$\frac{3 + 4 + 8 + 5 + x + 3}{6} = 4$$

⇒ $\frac{23+x}{6}$ = 4
⇒ 23 + x = 6 x 4 = 24
⇒ x = 24 – 13 = 1

प्रश्न 7: एक पुस्तकालय से 10 दिन में छात्रों को दी गई पुस्तकों की संख्या निम्नलिखित है
40, 57, 32, 59, 72, 66, 40, 62, 72, 60
प्रतिदिन दी गई पुस्तकों का माध्य ज्ञात करो

हल: प्रतिदिन दी गई पुस्तकों का माध्य

$$= \frac{\text{पुस्तकों की संख्या का योग}}{\text{दिनों की संख्या}}$$

$$= \frac{40 + 57 + 32 + 59 + 72 + 66 + 40 + 62 + 72 + 60}{10}$$

$$\text{पुस्तकों का माध्य} = \frac{560}{10} = 56$$

प्रश्न 8: पाँच संख्याओं का औसत 18 है यदि चार संख्याएँ क्रमश 22, 20, 14, 13 हो तो पाँचवी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: पाँच संख्याओं का औसत = 18
माना पाँचवी संख्या x है।

$$\text{पाँच संख्याओं का माध्य} = \frac{\text{संख्याओं का योग}}{\text{संख्याऐं}}$$

$$\Rightarrow \quad 18 = \frac{22 + 20 + 14 + 13 + x}{5}$$

$$\Rightarrow \quad 18 = \frac{69 + x}{5}$$

⇒ 69 + x = 18 x 5
⇒ 69 + x = 90
⇒ x = 90 – 69 = 21
अत: पाँचवी संख्या 21 होगी।

प्रश्न 9: एक शहर में किसी सप्ताह विशेष का तापमान निम्नानुसार अंकित किया गया।

दिन	तापमान डिग्री (°C) में	दिन	तापमान डिग्री (°C) में
सोमवार	37	मंगलवार	37.5
बुधवार	40	गुरूवार	36.5
शुक्रवार	37.5	शनिवार	35
रविवार	35.5		

(i) उपर्युक्त आँकड़ों से तापमान का परिसर ज्ञात कीजिए।
(ii) इस सप्ताह का माध्य तापमान ज्ञात कीजिए।
(iii) कितने दिन तापमान औसत से अधिक रहा?

हल: (i) आँकड़ों के अनुसार अधिकतम तापमान बुधवार को तथा न्यूनतम तापमान शनिवार को अंकित किया गया है।
अत: तापमान का परिसर = 40°C – 35°C = 5°C
(ii) सप्ताह का माध्य तापमान

$$= \frac{37 + 37.5 + 40 + 36.5 + 37.5 + 35 + 35.5}{7}$$

= $\frac{259}{7}$ = 37°C
(iii) मंगलवार, बुधवार और शुक्रवार 3 दिन तापमान औसत तापमान से अधिक रहा।

प्रश्न 10: एक विद्यालय में आयोजित गायन प्रतियोगिता में तीन निर्णायकों द्वारा चार गायक प्रतिभागियों को निम्नानुसार 100 में से अंक दिए गए-

प्रतिभागी का नाम	निर्णायक I	निर्णायक II	निर्णायक III
राशि	78	75	72
सुमन	82	75	83
पूनम	68	64	69
खुशबु	49	56	51

(1) निर्णायकों द्वारा दिए गए अंकों का परिसर क्या होगा?
(2) कुल अंकों का माध्य ज्ञात कीजिए?
(3) विजेता प्रतिभागी का नाम बताइए?
(4) विजेता प्रतिभागी और चतुर्थ स्थान प्राप्त प्रतिभागी के माध्यों के मध्य कितना अंतर है?

हल: (1) निर्णायकों द्वारा सबसे कम 49 अंक और सबसे अधिक 83 अंक दिये गए अतः अंकों का परिसर = 83 – 49 = 34

(2) कुल अंकों का माध्य = (78 + 75 + 72) + (82 + 75 + 83)

$$= \frac{+(68+64+69)+(49+56+51)}{12}$$

$$= \frac{225+240+201+156}{12} = \frac{822}{12} = 68.5$$

(3) अंक देखने से पता चलता है कि सुमन को तीनों निर्णायकों ने सर्वाधिक अंक दिए। अतः सुमन ही विजेता प्रतिभागी है।
(4) विजेता प्रतिभागी सुमन के अंकों का माध्य = $\frac{82+75+83}{3}$ = 80
चतुर्थ स्थान पर खुशबू के अंकों का माध्य = $\frac{49+56+51}{3}$ = 52
विजेता प्रतिभागी और चतुर्थ स्थान प्राप्त प्रतिभागी (खुशबू) के माध्यों के मध्य अंतर = 80 – 52 = 28

Exercise 17.3

प्रश्न 1: निम्न आँकड़ों से बहुलक ज्ञात कीजिए।
7, 6, 4, 5, 6, 4, 6, 3, 2,7, 8, 6, 4, 6, 5

हल: आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर
2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8
दिए गए आँकड़ों में संख्या 6, 5 बार आयी है जो कि अधिकतम बार है।
अतः दिए गए आँकड़ों का बहुलक 6 है।

प्रश्न 2: वंदना ने एक पासा लिया। उसने पासे को 20 बार उछाला और प्रत्येक बार प्राप्त संख्या को निम्न प्रकार लिखा:

3, 4, 6, 3, 5, 2, 2, 3, 5, 4, 5, 6, 6, 1, 5, 6, 3, 5, 2, 4
उपर्युक्त आँकड़ों की सहायता से माध्यिका एवं बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर प्राप्त क्रम
1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6
n = 20 (सम)

$$\text{मध्यिका} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{वें पद का मान} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{20}{2}\right)\text{वें पद का मान} + \left(\frac{20}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{10\text{वें पद का मान} + 11\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{4+4}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ अत: माध्यिका} = 4$$

बहुलक:
दिए गए आँकड़ों में संख्या 5 अधिकतम बार 5 बार आयी है।
अत: आँकड़ों का बहुलक 5 है।

प्रश्न 3: एक फैक्ट्री में काम करने वाले 30 मजदूरों का वजन (किग्रा में) निम्नांकित है
60, 65, 70, 65, 60, 70, 65, 70, 75, 80, 75, 60, 65, 70, 65, 65, 70, 65, 60, 70, 65, 75, 80, 75, 80, 65, 60, 65, 70, 80

उपर्युक्त आँकड़ों की सहायता से माध्यिका एवं बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल: दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखने पर
60, 60, 60, 60, 60, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 65, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 75, 75, 75, 75, 80, 80, 80, 80

आँकड़ों की संख्या (n) = 30 (सम)

$$\text{माध्यिका} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{वें पद का मान} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{30}{2}\right)\text{वें पद का मान} + \left(\frac{30}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{15\text{वें पद का मान} + 16\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{65+70}{2} = \frac{135}{2}$$

$$\text{माध्यिका} = 67.5$$

दिए गए आँकड़ों में 65 अधिकतम बार 10 आया है।
अतः बहुलक 65 है।

प्रश्न 4: निम्न चरों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।
37, 31, 42, 43, 46, 25, 39, 45, 32

हल: दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर
25, 31, 32, 37, 39, 42, 43, 45, 46
दिए गए आँकड़ों की संख्या (n) = 9 (विषम),
माध्यिका = $\frac{n+1}{2}$ वाँ पद = $\frac{9+1}{2}$ 5 वाँ पद
= $\frac{10}{2}$ वाँ पद = 5 वाँ पद
माध्यिका = 39

प्रश्न 5: एक कक्षा की 21 व्यक्तियों की ऊँचाई निम्न प्रकार से है

147, 149, 150, 152, 148, 151, 148, 150, 151, 149, 152, 151, 152, 151, 150, 148, 149, 152, 153, 151, 152
(i) उपर्युक्त आँकड़ों की माध्यिका एवं बहुलक ज्ञात कीजिए।
(ii) क्या उपर्युक्त आँकड़ों के एक से अधिक बहुलक हैं।

हल: दिए गए आँकड़ों को आरोही क्रम में रखने पर 147, 148, 148, 148, 149, 149, 149, 150, 150,150, 151, 151, 151, 151, 151, 152, 152, 152, 152, 152, 153

(i) आँकड़ों की संख्या (n) = 21 (विषम)
आँकड़ों की मध्यिका = $\frac{n+1}{2}$ वाँ पद
= $\frac{21+1}{2}$ वाँ पद = 11 वाँ पद = 151
आँकड़ों का बहुलक = 151 व 152 क्योंकि ये सवसे अधिक बार (पाँच-पाँच) बार आये हैं।

(ii) हाँ, 151 व 152 पाँच-पाँच बार है।
अत: आँकडों के एक से अधिक बहुलके 151 व 152 हैं।

प्रश्न 6: एक क्रिकेट मैच में खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार हैं
105, 47, 0, 36, 50, 16, 7, 70, 65, 36, 52

उपर्युक्त आँकड़ों से माध्य, माध्यिका एवं बहुलक ज्ञात कीजिए। क्या ये तीनों समान हैं?

हल: रनो को आरोही क्रम में लिखने पर
0, 7, 16, 36, 36, 47, 50, 52, 65, 70, 105
दिए गए आँकड़े (n) =11 (विषम)
आँकड़ों का माध्य = $\frac{0+7+16+36+36+47+50+52+65+70+105}{11}$
= $\frac{484}{11}$ = 44
आँकड़ों की मध्यिका = $\frac{n+1}{2}$ वाँ पद
= $\frac{11+1}{2}$ वाँ पद = $\frac{12}{2}$
= 6 वाँ पद
= 47
दिए गए आँकड़ों 36, 2 बार आया है जो अधिकतम बार आया है।
अत: बहुलक 36 है।
माध्य = 44, माध्यिका = 47, बहुलक = 36
माध्य, माध्यिका तथा बहुलक सभी अलग-अलग हैं।

Additional Questions

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1: 2, 4, 6 तथा 8 का समान्तर माध्य है

(a) 10
(b) 20
(c) 5
(d) 12

प्रश्न 2: आँकड़ों 2, 15, 16, 26, 28 का परिसर होगा

(a) 26
(b) 25
(c) 28
(d) 30

प्रश्न 3: आँकड़ों 4, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 9 का बहुलक है

(a) 4
(b) 6
(c) 8
(d) 9

प्रश्न 4: 24, 36, 46, 17, 18, 25, 35 का माध्यक होगा

(a) 24
(b) 25
(c) 35
(d) 10

प्रश्न 5: आँकड़ों 2, 3, 4, 7, 5 वे 1 का माध्यक होगा

(a) 4.5
(b) 6.5
(c) 9.5
(d) 3.5

उत्तर: 1. (c), 2. (a), 3. (c), 4. (b), 5. (d)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए
(i) समान्तर माध्य (M) = ...
(ii) चार विषय में अंक 20, 40, 50, 80 है तो माध्य = ...
(iii) अंकगणितीय माध्य आँकड़ों का एक .... मान है।

उत्तर: (i) $\frac{\Sigma fx}{n}$, (i) 47.5, (ii) प्रतिनिधि।

सत्य/असत्य

बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं अथवा असत्य:

(i) बहुलक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।
(ii) माध्य दिए हुए आँकड़ों में से एक संख्या हो सकता है।
(iii) माध्यक आँकड़ों में से सदैव एक संख्या होता है।
(iv) आँकड़ों 6, 4, 3, 8, 9, 12, 13, 9 का माध्य 9 है।

हल: (i) सत्य, (ii) असत्य, (iii) सत्य, (iv) असत्य।

अति लघु/लघूत्तीय प्रश्न

प्रश्न 1: गणित की एक परीक्षा में 15 विद्यार्थियों द्वारा (25 में से) प्राप्त किए गए अंक निम्नलिखित हैं-
19, 25, 23, 20, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20.
इन आँकड़ों के बहुलक और माध्यक ज्ञात कीजिए। क्या ये समान हैं?

हल: गणित के प्राप्तांकों को आरोही क्रम में व्यवस्थित के पर
5, 9, 10, 12, 15, 16, 19, 20, 20, 20, 20, 23, 24, 25, 25
स्पष्ट हैं, 20 सबसे अधिक बार आया है।
∴ बहुलक = 20
यहाँ N = 15 है। विषम है।
∴ माध्यक = $(\frac{N+1}{2})$ वाँ पद
= $(\frac{15+1}{2})$ वाँ पद = 8 वाँ पद = 20
हाँ, बहुलक और माध्यक समान हैं।

प्रश्न 2: एक क्रिकेट मैच में खिलाड़ियों द्वारा बनाए गए रन इस प्रकार हैं-
6, 15, 120, 50, 100, 80, 10, 15, 8, 10, 15

इन आँकड़ों के माध्य, बहुलक और माध्यक ज्ञात कीरि क्या ये तीनों समान हैं?

हल:

$$\text{माध्य} = \frac{\text{रनों का योग}}{\text{खिलाड़ियों की संख्या}}$$

$$= \frac{6+15+120+50+100+80+10+15+8+10+15}{11}$$

$$= \frac{429}{11} = 39$$

अब, रनों को आरोही क्रम में रखने पर,
6, 8, 10, 10, 15, 15, 15, 50, 80, 100, 120
यहाँ 15 सबसे अधिक बार आया है।
∴ बहुलक = 15
आँकड़ों की संख्या (N) विषम है।
N = 11
∴ माध्यक =($\frac{N+1}{2}$) वाँ पद= ($\frac{11+1}{2}$)व पद
= ($\frac{12}{2}$) = 6 वाँ पद = 15
अत: ये तीनों समान नहीं हैं।

प्रश्न 3: एक नगर में किसी विशेष सप्ताह के 7 दिनों में हुई वर्षो (मिमी में) निम्नलिखित रूप से रिकॉर्ड की गई-

दिन	वर्षा (मिमी)	दिन	वर्षा (मिमी)
सोमवार	0.6	मंगलवार	12.2
बुधवार	2.1	वृहस्पतिवार	0.0
शुक्रवार	20.5	शनिवार	5.5
रविवार	1.0		

(i)उपरोक्त आँकड़ों से वर्षा का परिसर ज्ञात कीजिए।
(ii)इस सप्ताह की माध्य वर्षा ज्ञात कीजिए।
(iii) कितने दिन वर्षा, माध्य वर्षा से कम रही?

हल:

(i) 7 दिनों में हुई वर्षा को आरोही क्रम में रखने पर,
0.0, 0.0, 1.0, 2.1, 5.5, 12.2, 20.5
परिसर = 20.5-0.0 = 20.5

(ii) 7 दिनों की वर्षा का योग
= 0.0 + 0.0 + 1.0 + 2.1 + 5.5 + 12.2 + 20.5
= 41.3
माध्य = $\frac{41.3}{7}$ = 5.9

(iii) पाँच दिन वर्षा, माध्य वर्षा से कम रही।

प्रश्न 4: प्रथम 5 पूर्ण संख्याओं का माध्यज्ञात कीजिए।

हल: प्रथम 5 पूर्ण संख्याएँ 0, 1, 2, 3 और 4 हैं।
माध्य = $\frac{0+1+2+3+4}{5}$ = $\frac{10}{2}$ = 5

प्रश्न 5: एक क्रिकेट खिलाड़ी ने 8 पारियों में निम्नलिखित रन बनाए : 58, 76, 40, 35, 46, 50, 0, 100 उनका माध्य स्कोर या रन ज्ञात कीजिए।

हल: कुल स्कोर = 58 + 76 + 40 + 35 + 46 + 50 + 0 + 100 = 405
प्रेक्षणों की संख्या = 8
माध्य = $\frac{405}{8}$ = 50.62

प्रश्न 6: विद्यालय की बास्केट बाल टीम द्वारा 10 मैचों में प्राप्त अंक निम्नवत हैं-
10, 12, 8, 9, 11, 19, 13, 10, 20, 22
मैच के अंकों की माध्यिका ज्ञात कीजिए।

हल: मैच के अंकों के आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर आरोही क्रम है-
8, 9, 10, 10,11, 12, 13, 19, 20,
यहाँ n = 10, पद सम संख्या में हैं।

$$\text{माध्यिका} = \frac{\frac{n}{2}\text{वें पद का मान} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वें पद का मान}}{2}$$

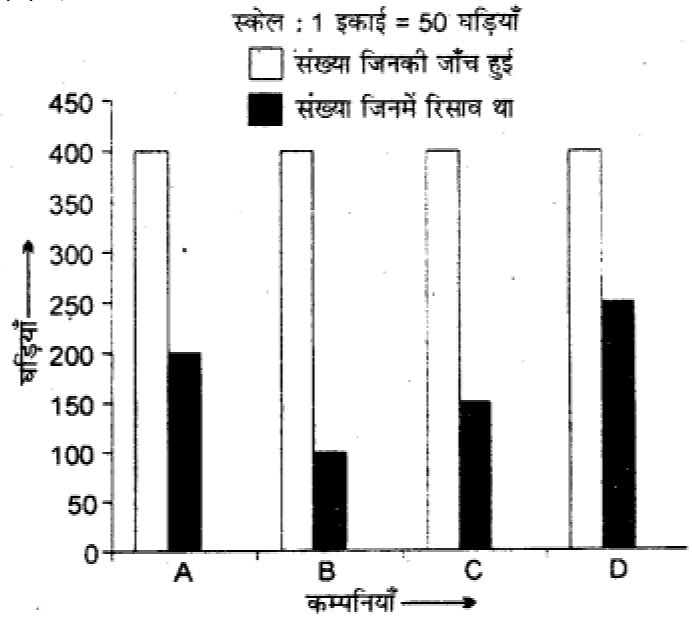
$$= \frac{5\text{वें पद का मान} + 6\text{वें पद का मान}}{2}$$

$$= \frac{11+12}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$$

दीर्घ उत्तीय प्रश्न

प्रश्न 1: दिया हुआ दंड आलेख, विभिन्न कंपनियों द्वारा बनाई गई जल प्रतिरोधी घड़ियों की जाँच के लिए किए गए एक सर्वेक्षण को दर्शाता है। इनमें से प्रत्येक कंपनी ने यह दावा किया कि उनकी घड़ियाँ जल प्रतिरोधी हैं। एक जाँच के बाद निम्न परिणाम प्राप्त हुए हैं।

(a) क्या आप प्रत्येक कंपनी के लिए, रिसाव वाली घड़ियों की संख्या की, जाँच की गई कुल घड़ियों की संख्या से भिन्न बना सकते हैं?
(b) इसके आधार पर आप क्या बता सकते हैं कि किस कंपनी की घड़ियाँ बेहतर हैं?



हल: (a) प्रत्येक कंपनी द्वारा जाँच की गई रिसाव वाली घड़ियों की संख्या का अनुपात

A के लिए $= \frac{200}{400} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

B के लिए $= \frac{100}{400} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

C के लिए $= \frac{150}{400} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

और D के लिए $= \frac{250}{400} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

(b) स्पष्ट है।
$10 < 15 < 20 < 25$

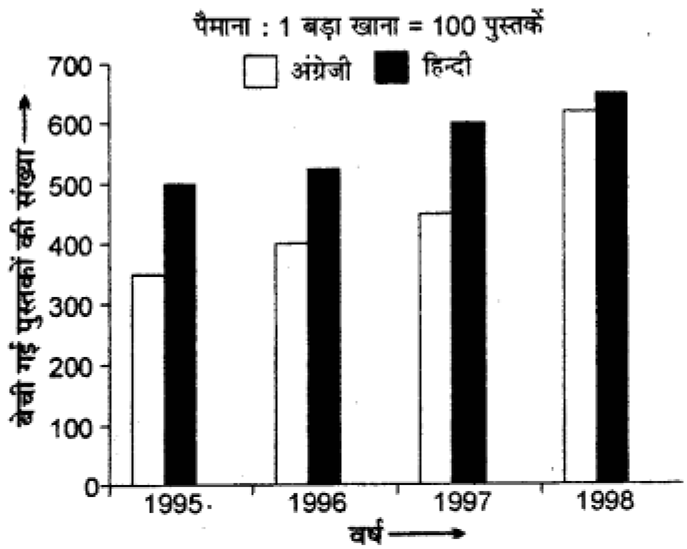
अतः $\frac{10}{40} < \frac{15}{40} < \frac{20}{40} < \frac{25}{40}$
अतः कम्पनी B के पास अच्छी घड़ियाँ हैं।
अर्थात् $\frac{10}{40}$

प्रश्न 2: वर्षों 1995, 1996, 1997 और 1998 में अंग्रेजी और हिन्दी की पुस्तकों की बिक्री नीचे दी गई है

विषय/वर्ष	1995	1996	1997	1998
अंग्रेजी	350	400	450	620
हिन्दी	500	525	600	650

एक दोहरा दंड आलेख खींचिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए|
(a) किस वर्ष में दोनों भाषाओं की पुस्तकों की बिक्री का अंतर न्यूनतम था?
(b) क्या आप कह सकते हैं कि अंग्रेजी की पुस्तकों की माँग में तेजी से वृद्धि हुई है? इसका औचित्य समझाइए।

हल: दण्ड आलेख



(a) अत: दोनों भाषाओं की पुस्तकों की बिक्री का अंतर वर्ष 1998 में न्यूनतम था।
(b) हाँ, हम कह सकते हैं कि अंग्रेजी की पुस्तकों की माँग में तेजी से वृद्धि हुई है क्योंकि अंग्रेजी पुस्तकों का दण्ड आलेख तुलनात्मक अधिक है।

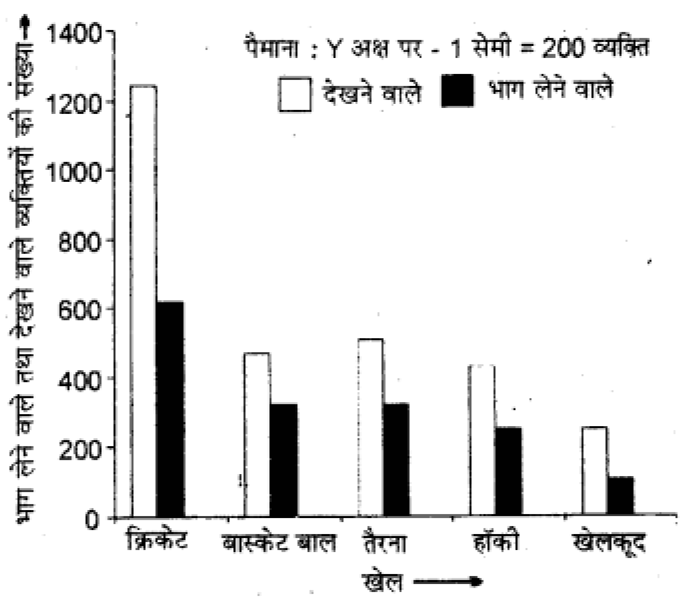
प्रश्न 3: किसी कॉलोनी में किए गए सर्वेक्षण से प्राप्त निम्नलिखित आँकड़ों पर विचार कीजिए:

पसंदीदा खेल	देखना	भाग लेना
क्रिकेट	1240	620
बॉस्केट बॉल	470	320
तैरना	510	320
हॉकी	430	250
खेलकूद	250	105

(i) एक उपयुक्त स्केल चुनकर, एक दोहरा दंड आलेख खींचिए। इस दंड आलेख से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं।
(ii) कौन-सा खेल अधिक लोकप्रिय है?
(iii) खेलों को देखना अधिक पसन्द किया जाता है। या उनमें भाग लेना?

हल:

gy ४(i)



इस आलेख से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि अधिक व्यक्ति क्रिकेट को चुनते हैं और खेलकूद को कम चुनते हैं।
(ii) क्रिकेट सबसे अधिक लोकप्रिय है।
(iii) भाग लेने से देखना अधिक पसन्द किया जाता है।