DETERMINANTS

ആമുഖം

സംഖ്യകളുടെ വിന്യാസമാണ് മാട്രിക്സ് എന്ന് നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി. എന്നാൽ സമചതുരാകൃതിയിൽ വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു മാട്രിക്സുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്ന സംഖ്യയാണ് ഡിറ്റർമിനന്റ്.

A എന്ന സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള മാട്രിക്സിന്റെ ഡിറ്റർമിനന്റിനെ $|A|$ കൊണ്ടോ det(A) കൊണ്ടോ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

2x2 മാട്രിക്സിന്റെ ഡിറ്റർമിനന്റ്

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ $|A| = ad - bc$

3x3 മാട്രിക്സിന്റെ ഡിറ്റർമിനന്റ്

$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & a \end{bmatrix}$ എങ്കിൽ

$$|A| = \text{a} \begin{bmatrix} e & f \\ h & a \end{bmatrix} - \text{b} \begin{bmatrix} d & f \\ g & a \end{bmatrix} + \text{C} \begin{bmatrix} d & e \\ g & h \end{bmatrix}$$

സംഖ്യകളുടെ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില സൂചനകൾ

സങ്കലനം

+ve + +ve = +ve

-ve + -ve = -ve

വിപരീത ചിഹ്നങ്ങളുള്ള സംഖ്യകൾ കൂട്ടുമ്പോൾ കേവലവില വലുതിൽ നിന്ന് കേവലവില ചെറുത് കുറച്ച് കേവലവില വലുതിന്റെ ചിഹ്നം എഴുതുക.

ഉദാ:- −8+2 = −(8−2) = −6

9+ −4 = 9−4 = 5

വ്യവകലനം

കുറക്കേണ്ട സംഖ്യയുടെ ചിഹ്നം മാറ്റി കൂട്ടുക

ഉദാ:- $10-{}^{-}2 = 10+2 = 12$

$(-4) - ({}^{-}9) = -4+9 = 9-4 = 5$

ഗുണനം

(+ve)x(+ve) = +ve

(+ve)x(-ve) =-ve

(-ve)x(+ve) =-ve

(-ve)x(-ve)=+ve

ഹരണം

$$\frac{+ve}{+ve}=+ve$$

$$\frac{+ve}{-ve}=-ve$$

$$\frac{-ve}{+ve}=-ve$$

$$\frac{-ve}{-ve}=+ve$$

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

$\frac{a}{b}$ എന്ന രൂപത്തിലുള്ള സംഖ്യകളാണ് ഭിന്നസംഖ്യകൾ.

(a യും b യും പൂർണ്ണസംഖ്യകളായിരിക്കണം)

പൂർണ്ണസംഖ്യയും ഭിന്നസംഖ്യയാണ്.

ഉദാ:- $5=\frac{5}{1}$

ക്രിയകൾ

സങ്കലനം: ഛേദം സമാനമാണെങ്കിൽ ഉത്തരത്തിന്റെ ഛേദം പൊതുവായ ഛേദവും അംശം അംശങ്ങളുടെ തുകയും.

ഉദാ:- $\frac{2}{7}+\frac{4}{7}=\frac{2+4}{7}=\frac{6}{7}$

ഛേദം വ്യത്യസ്തങ്ങളാണെങ്കിൽ

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ (ക്രോസ് ഗുണനം)

ഉദാ:- $\frac{4}{9}+\frac{5}{11}=\frac{(4)(11)+(5)(9)}{(9)(11)}=\frac{44+45}{99}=\frac{89}{99}$

ഗുണനം

അംശങ്ങൾ തമ്മിലും ഛേദങ്ങൾ തമ്മിലും ഗുണിക്കുക.

$$\frac{a}{b}x\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}$$

ഹരണം

അംശവും ഛേദവും പരസ്പരം മാറ്റി ഗുണിക്കുക

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}x\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങൾ (vertices) (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) എങ്കിൽ വിസ്തീർണ്ണം

$$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

മൈനറും കോഫാക്ടറും (Minor and cofactor)

a_{ij} എന്ന പദത്തിന്റെ മൈനറിനെ M_{ij} കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. a_{ij} എന്ന പദത്തിന്റെ കോഫാക്ടറിനെ A_{ij} കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

M_{ij} കിട്ടാൻ a_{ij} നിൽക്കുന്ന row യും column ഉം ഒഴിവാക്കിക്കിട്ടുന്ന മാട്രിക്സിന്റെ ഡിറ്റർമിനന്റ് കണ്ടാൽ മതി.

A_{ij} കിട്ടാൻ $A_{ij}=(-1)^{i+j} M_{ij}$ എന്ന formula ഉപയോഗിക്കുക.

സൂചന: (-1)ന്റെ കൃതി ഒറ്റസംഖ്യയാണെങ്കിൽ -1ഉം ഇരട്ടസംഖ്യയാണെങ്കിൽ 1ഉം ആണ്.

മാട്രിക്സിന്റെ അഡ്ജോയിന്റ്

A_{ij} എന്നത് a_{ij} എന്ന പദത്തിന്റെ കോഫാക്ടർ എങ്കിൽ,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$ എന്ന മാട്രിക്സിന്റെ അഡ്ജോയിന്റ്

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

സൂചന: A യിലെ ഒന്നാമത്തെ row യിലെ പദങ്ങളുടെ cofactor കണ്ട് column ആയിട്ടാണ് adjA കിട്ടാൻ എഴുതേണ്ടത്.

മാട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേഴ്സ് (inverse) കാണാനുള്ള formula.

$|A| \neq 0$ എങ്കിൽ $A^{-1} = \frac{1}{|A|} adjA$

System of linear equation നിർധാരണം ചെയ്യുന്നവിധം

താഴെപറയുന്ന Sysytem of linear equation പരിഗണിക്കുക.

$a_1 x+b_1y = c_1$

$a_2 x+b_2y = c_2$

ഇതിനെ മാട്രിക്സ് രൂപത്തിൽ ഇങ്ങനെ എഴുതാം.

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$ നെ A എന്നും $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ യെ X എന്നും $\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$ യെ B എന്നും വിളിച്ചാൽ,

AX=B എന്ന് കിട്ടും.

A^{-1} കണ്ട് A^{-1} നെ B കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$A^{-1}B$ എന്ന മാട്രിക്സ് $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ എന്ന രൂപത്തിൽ ആയിരിക്കും.

അപ്പോൾ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ എന്ന് കിട്ടും.

അതുകൊണ്ട് $x=x_1$ എന്നും $y=y_1$ എന്നും കിട്ടുന്നു.

$|A| \neq 0$ എങ്കിൽ മാത്രമേ ഈ രീതിയിൽ നിർധാരണം ചെയ്യാൻ കഴിയുകയുള്ളൂ.

ഉദാ:- Evaluate the determinant $\begin{vmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

Solution

$$\begin{vmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - {}^{-}4\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

(Expansion along I^{st} Row)

$$= [1(1)-3(-2)] + 4[1(1)-2(-2)] + 5[1(3)-2(1)]$$

$$= 3[1-{}^{-}6] + 4[1-{}^{-}4] + 5[3-2]$$

$$= 3[1+6] + 4[1+5] + 5[3-2]$$

$$= 3(7) + 4(6) + 5(1)$$

$$= 21 + 24 + 5$$

$$= 50$$

Find the area of the triangle with vertices at the point given in (1,0), (6,0), (4,3)

Solution

Area of the triangle with vertices (x_1,y_1), (x_2,y_2) and (x_3,y_3)

is $\Delta = ½\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

Here $(x_1, y_1) = (1,0)$
$(x_2,y_2) = (6,0)$
$(x_3, y_3) = (4,3)$

$$\therefore Area\Delta = ½\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$½ = \{1(0-3)-0+1(18-0)\}$
$= ½\{-3+18\}$
$= ½(15)$
$= \frac{15}{2}$

Show that the points

A(a,b+c), B(b, c+a), C(c, a+b) are collinear.

Solution

Three points (x_1,y_1), (x_2,y_2) and (x_3,y_3) are collinear

$$\text{if } \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Here $(x_1, y_1) = (a, b+c)$
$(x_2, y_2) = (b, c+a)$
$(x_3, y_3) = (c, a+b)$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a+b+c & b+c & 1 \\ b+c+a & c+a & 1 \\ c+a+b & a+b & 1 \end{vmatrix} \quad C_1 \to C_1+C_2$$

$$= (a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & b+c & 1 \\ 1 & c+a & 1 \\ 1 & a+b & 1 \end{vmatrix}$$

$= (a+b+c) \times 0$ $(C_1=C_2)$ ആയതുകൊണ്ട്

$= 0$ $\therefore$ The given points are collnear.

Find the equation of the line joining (1,2) and (3,6) using determinants.

Solution

Let (x, y) be any point in the line joining (1,2) and (3,6) then,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ie, x (2-6) - y (1-3) + 1 (6-6) = 0

ie, x(-4) -y (-2) + 0 = 0

ie, -4x + 2y = 0

ie, 2x-y = 0

പരിശീലനം

I Find the determinant of the following matrices.

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 6 & -5 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 6 \\ 2 & -5 & 7 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

II Find the areas of the triangle whose vertices are given as

a) (1, 2), (1, 4), (2, 6)

b) (0, 0), (1, 1), (2, 2)

c) (-1, 1), (-2, 4), (0, 5)

III Find the equation of the line joining (3,11) and (9,3)

Eg:- Write the minor and cofactors of the elements of the determinants $\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$

$M_{11} = 3$ $\quad A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 3$

$M_{12} = 0$ $\quad A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = 0$

$M_{21} = -4$ $\quad A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = (-1)(-4) = 4$

$M_{22} = 2$ $\quad A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = 2$

Eg:- Write the minors and cofactors of the elements of the determinant.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$M_{11} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 10-(-1) = 11$ $\quad A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 11$

$M_{12} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 6-0 = 6$ $\quad A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = (-1)6 = -6$

$M_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3-0 = 3$ $\quad A_{13} = (-1)^{1+3} M_{13} = 3$

$M_{21} = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0-4 = -4$ $\quad A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} - (-1)(-4) = 4$

$M_{22} = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2-0 = 2$ $\quad A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = (1)(2) = 2$

$M_{23} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1-0 = 1$ $\quad A_{23} = (-1)^{2+3} M_{23} = (-1)(1) = -1$

$M_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}$ $\quad A_{31} = (-1)^{3+1} M_{31} = -20$

$M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1-12 = -13$ $\quad A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32} = (-1)(-13) = 13$

Adjoint of a Matrix

The adjoint of a Square Matrix A=(a_{ij}) nxn is defind as the transpose of the matrix (Aij) nxn . Above Aij is the cofactor of element a_{ij}. Adoint of the matrix. It is denoted by adj.A.

Let $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ then

adj A = transpose of $A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$

$$adj\ A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

Eg: Find adj A for $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$A_{11} = (-1)^{1+1}\ 4=4,$ $\qquad A_{12} = (-1)^{1+2}\ 1=-1$

$A_{21} = (-1)^{2+1}.3 = -3,$ $\qquad A_{22} = (-1)^{2+2}.\ 2=2$

Cofactor Matrix $=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

adjA $=\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Remark: For a square matrix of order 2, given by $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

The adj A can also be obtained by interchanging a_{11} and a_{22} and by changing the signs of a_{12} and a_{21}.

$$Adj\ A=\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

eg: If $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ then $adj\ A=\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

Theorem

If A is any square matrix of order n, then A.adj A = adj of A = $|A|I$.

Above I is the square matrix.

Singular and Non Singular Matrix

A square matrix A is said to be singular if $|A| = 0$

eg:- $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ hence $|A| = 12 - 12 = 0$

$\therefore$ A is non singular.

Non Singular

A singular matrix A is said to be non singular of $|A| \neq 0$.

Eg:- $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ then $|A| = 4 - 6 = -2 \neq 0$

Hence A is non Singular.

Inverse of a Matrix

Let A be a square matrix of order m. If we can find a square matrix B of order m such that AB = BA = I then B is called the inverse of A and it is denoted by A^{-1}. Inverse of matrix is unique.

Necessary and sufficient condition for Inverse

A square matrix has inverse iff it is non singular

ie, A^{-1} exists $\Leftrightarrow |A| \neq 0$

Let A is square matrix.

Then $A^{-1} = \dfrac{adjA}{|A|}$

Examples

1) Find A^{-1}, for $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

Solution

We have $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

$= 4 - 6$

$= -2$

adj A = $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1} \dfrac{1}{|A|}.adjA$

$$= \frac{-1}{2} x \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{2} & \frac{-2}{2} \\ -3x\frac{1}{2} & 1x\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

2) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ then verify that A.adjA $= |A|.I$. Also find A^{-1}.

Solution

$|A|$ = 1(16-9)-3 (4-3)+3(3-4)

$= 1 \neq 0$

Now A_{11}=7, A_{12}=-1, A_{13}=-1, A_{21} = -3,
A_{22}=1, A_{23}=0, A_{31}=-3, A_{32}=0. A_{33}=1

$$\therefore A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{A.adj A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7-3-3 & -3+3+0 & -3+0+3 \\ 7-4-3 & -3+4+0 & -3+0+3 \\ 7-3-4 & -3+3+0 & -3+0+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{adjA}{|A|} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Application of Determinants and Matrices

Consistent Equation

A system of equations is said to be consistent if it has a solution.

Inconsistent System

A system of equations is said to be inconsistent if its solution does not exist.

Solution of system of Linear Equations

Consider the system of Equations

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

The system of equations can be represented as Ax=B where,

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

If A is no non singular then we have A^{-1} exists.

AX = B

Multiplying on both sides to the left.

$A^{-1}(AX)=A^{-1}B$

$(A^{-1}A)X = A^{-1}B$

$IX = A^{-1}B$

$\boxed{X = A^{-1}B}$

By using A^{-1} we can solve the system of equations. This method of finding solutions of system of equations is called matrix method.

Examples

Solve the system of Equations using matrix method

$$2x + 5y = 1$$
$$3x + 2y = 7$$

then $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$

Then system can be represented as

AX = B

Then X= A^{-1}B

$$A^{-1} = \frac{adjA}{|A|}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 15 = -11$$

$$\text{Adj.A} = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

X = A^{-1}B

$$= \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} 2+-35 \\ -3+14 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{-1}{11}\begin{bmatrix} -33 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$\text{ie, } \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33x\dfrac{-1}{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore x = 3, \quad y = -1$$

Example

Solve the system of Equations

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} = 4$$

$$\frac{4}{x} + \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 1$$

$$\frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$$

The system of equations can be represented as AX=B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 10 \\ 4 & -6 & 5 \\ 6 & 9 & -20 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} \\ \frac{1}{z} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$X = A^{-1}B$

$A_{11} = 75$	$A_{12} = 110$	$A_{13} = 72$
$A_{21} = 150$	$A_{22} = -100$	$A_{23} = 0$
$A3_1 = -45$	$A_{32} = 50$	$A_{33} = -24$

$$adj.A = \begin{bmatrix} 75 & 150 & -45 \\ 110 & -100 & 50 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{adjA}{|A|}$$

$$|A| = 2(120-45) - 3(-80-30) + 10(36+36)$$

$=2x75 - 3x\text{-}110+72x10$

$= 540$

$$= A^{-1} = \frac{1}{540}\begin{bmatrix} 75 & 150 & -45 \\ 110 & -100 & 50 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}$$

$X = A^{-1}B$

$$= \frac{1}{540}\begin{bmatrix} 75 & 150 & -45 \\ 110 & -100 & 50 \\ 72 & 0 & -24 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x = 2, \quad y = 3, \quad z = 5$$

UNIT TEST

Time : 40 mts | Max.Marks : 20

---

1) If the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & x \end{bmatrix}$ is not inversible then $x =$.............

2) Le A be a 3x3 matrix with $|A| = 3$ then $|2A| =$............

3) If $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 5$ then $x =$................

4) Let A be a Non Singular Matrix of order 3x3. Then $|adj\ A|$ is equal to ....

(a. $|A|$ b. $|A|^2$ c. $|A|^3$ d. $3|A|$)

5) $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 6 & 21 & 15 \\ 5 & 9 & 86 \end{vmatrix} =$................ (one each)

6) Let $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

a) Find $|A|$ (1)

b) Find adj A (1)

c) Find A^{-1} (1)

d) Using A^{-1} solve the system equations (2)

$$2x + 5y = 1$$
$$3x + 2y = 7$$

7) Using properties of determinant

a) Show that $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$ (2)

b) Using determinant, Find the equation of line joining (1,2) and (3,6) (2)

8) Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

a) Find $|A|$ (1)

b) Find adj A. (2)

c) Find A^{-1} (1)

d) Solve the system of Equations

$$2x - 3y + 52 = 11$$
$$3x + 2y - 4z = -5$$
$$x + y - 2z = -3$$

(2)