पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

Ex 16.1

प्रश्न 1. एक घनाभ 12 सेमी. लम्बा, 9 सेमी. चौड़ा और 5 सेमी. ऊँचा है। घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: घनाभ की लम्बाई = 12 सेमी.
चौड़ाई = 9 सेमी.
ऊँचाई = 5 सेमी.
घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 [लं. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ × लं].
= 2 [12 × 9 + 9 × 5 + 5 × 12]
= 2 [108 + 45 + 60] = 2 × 213
= 426 वर्ग सेमी. उत्तर
घनाभ का आयतन = ल. × चौ. × ऊँ.
= 12 × 9 × 5.
= 540 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 2. तीन घनों की भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी., 6 सेमी. और 1 सेमी. हैं। इन्हें पिघलाकर एक नया घने बनाया जाता है। नये घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

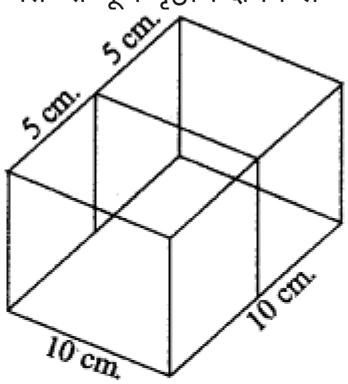
हल: तीन घनों की भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी., 6 सेमी. व 1 सेमी. है। तीनों घनों को पिघलाकर एक नया घन बनाने पर बनने वाले नये घन का आयतन
= तीनों घनों के आयतनों का योग
= $8^3 + 6^3 + 1^3$
[∵ घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$]
= 512 + 216 + 1
= 729 घन सेमी. तब
घन की भुजा = $(729)^{1/3}$ = 9 सेमी.
तब नये घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल।
= $6(\text{भुजा})^2 = 6 \times (9)^2$
= 6 × 9 × 9 = 486 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 3. एक सन्दूक की माप 50 सेमी. × 36 सेमी. × 25 सेमी. है। इस संदूक का कवर बनाने के लिए कितने वर्ग सेमी. कपड़े की आवश्यकता होगी ?

हल: सन्दूक की लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई की माप ।
= 50 सेमी. × 36 सेमी. × 25 सेमी.
सन्दूक को सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2 (लं. × चौ. + चौ. × ऊँ.+ ऊँ × लं.)
= 2 (50 × 36 + 36 × 25 + 25 × 50)
= 2 (1800 + 900 + 1250)
= 2 × 3950
= 7900 वर्ग सेमी.
अतः संदूक का कवर बनाने के लिए 7900 वर्ग सेमी. कपड़े की. आवश्यकता होगी।

प्रश्न 4. एक घन का प्रत्येक पृष्ठ 100 वर्ग सेमी. है। यदि आधार के समान्तर समतल द्वारा घन को काटकर दो बराबर भागों में बाँट दिया जाए, तो प्रत्येक समान भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: यदि आधार के समान्तर समतल द्वारी घन को काटकर दो बराबर भागों में बाँट दिया जाए तो [हम जानते हैं कि घनाकार आकृति के छः फलक होते हैं] दो फलकों को छोड़कर शेष चार फलकों का क्षेत्रफल प्रत्येक का आधाआधा अर्थात् 50-50 वर्ग सेमी. हो जाएगा। इस प्रकार अलग हुए प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल
= 100 + 100 + (50 + 50 + 50 + 50) वर्ग सेमी.
= 200 + 200 वर्ग सेमी.
= 400 वर्ग सेमी.
अत: दो भाग किए, प्रत्येक आयतफलकी का क्षेत्रफल 400 वर्ग सेमी. होगा। उत्तर
दूसरी विधि-घन की भुजा $= \sqrt{100} = 10$ सेमी.
आधार के समान्तर समतल द्वारा घन को दो बराबर भागों में बांटा गया।
अतः नये घनाभ की लम्बाई = 10 सेमी., चौड़ाई = 5 सेमी. तथा ऊँचाई = 10 सेमी. है।
अतः सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल



= 2 (लं. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ.× लं.)
= 2 (10 × 5 + 5 × 10 + 10 × 10)
= 2 (50 + 50 + 100)
= 2 × 200
= 400 वर्ग सेमी.
अतः प्रत्येक समान भाग का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 400 वर्ग सेमी. उत्तर ।

प्रश्न 5. बगैर ढक्कन को एक बक्सा 3 सेमी. मोटी लकड़ी का बना हुआ है। इसकी बाहरी लम्बाई 146 सेमी., चौड़ाई 116 सेमी, और ऊँचाई 83 सेमी. है। उसके अन्दर की ओर पेन्ट कराने का खर्च ज्ञात कीजिए, पेन्ट की दर 2 रुपए प्रति 1000 वर्ग सेमी. है।

हल: संदूक की बाहरी लम्बाई = 146 सेमी.
संदूक की बाहरी चौड़ाई = 116 सेमी.
संदूक की बाहरी ऊँचाई = 83 सेमी.
3 सेमी. मोटी लकड़ी का होने के कारण
संदूक की अन्दर की लम्बाई = 146 – (3 + 3) = 140 सेमी.
संदूक की अन्दर की चौड़ाई = 116 – (3 + 3) = 110 सेमी.
तथा संदूक की अन्दर की ऊँचाई = 83 – 3 = 80 सेमी.।
[∵ बक्सा बगैर ढक्कन को है]
अब अंदर की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = 2 × ऊँचाई (लम्बाई + चौड़ाई) वर्ग इकाई
= 2 × 80 (140 + 110) वर्ग सेमी.
= 160 × 250 वर्ग सेमी.
= 40,000 वर्ग सेमी.
पेंदे का क्षेत्रफल = (लम्बाई × चौडाई) वर्ग इकाई
= 140 × 110 वर्ग सेमी.
= 15400 वर्ग सेमी.
∴ रंग करने योग्य कुल क्षेत्रफल = (40000 + 15400) वर्ग सेमी.
= 55400 वर्ग सेमी.
∴ रंग कराने का कुल व्यय $= 55400 \times \frac{2}{1000}$ रुपए।
= 110.80 रुपए उत्तर
अर्थात् बक्सा में अन्दर की ओर रंग कराने का व्यय = ₹ 110.80 होगा।

प्रश्न 6. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योग 19 सेमी. है तथा विकर्ण की लम्बाई 11 सेमी. है। घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: यदि घनाभ की लम्बाई l, चौड़ाई b तथा ऊँचाई h मान लें तो प्रश्नानुसार,
$l + b + h = 19$ सेमी.
तथा $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2} = 11$
अर्थात् $+ b^2 + b^2 = 121$.
लेकिन हम जानते हैं कि–
$(t + b + h) = l^2 + b^2 + h^2 + 2bl + 2lh + 2hb$
अर्थात् $(t + b + h)^2 = l^2 + b^2 + b^2 + 2(bl + lh + hb)$
या $l^2 + b^2 + h^2 + 2(lb + bh + hl) = (l + b + h)^2$
या $121 + 2(lb + bh + hl) = (19)^2$
या $2(lb + bh + hl) = 361 – 121$
या $2(lb + bh + hl) = 240$

∵ $2(lb + bh + hl)$ = घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल अर्थात् घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 240 वर्ग मीटर उत्तर

प्रश्न 7. 6 मीटर भुजा के वर्गाकार फर्श के कमरे में 180 घन मीटर हवा है। कमरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: घनाभ (कमरे) को आयतन = 180 घन मीटर
वर्गाकार कमरे की लम्बाई और चौड़ाई = 6 मीटर^2
कमरे का क्षेत्रफल = 6 × 6 वर्ग मीटर = 36 मीटर

$$\text{कमरे की ऊँचाई} = \frac{\text{आयतन}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{180}{36} \text{ मीटर}$$
$$= 5 \text{ मीटर}$$

वर्गाकार कमरे की ऊँचाई = 5 मीटर उत्तर

प्रश्न 8. 44 मीटर लम्बी, 1.5 मीटर ऊँची और 35 सेमी. चौड़ी दीवार बनाने में 22 सेमी. × 10 सेमी. ×7 सेमी. माप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?

हल: दीवार की लम्बाई l = 44 मी. = 4400 सेमी.
दीवार की ऊँचाई h = 1.5 मी. = 150 सेमी.
दीवार की चौड़ाई b = 35 सेमी.
दीवार का आयतन = 4400 × 150 × 35 सेमी^{3}.
एक ईंट का आयतन = 22 × 10 × 7 सेमी^{3}.

$$\text{ईंटों की संख्या} = \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{एक ईंट का आयतन}}$$
$$= \frac{4400 \times 150 \times 35}{22 \times 10 \times 7} = 15000 \text{ ईंटें}$$

अतः 15000 ईंटों की आवश्यकता होगी। उत्तर

प्रश्न 9. 10 मीटर लम्बे, 8 मीटर चौड़े और 6 मीटर ऊँचे कमरे में अधिक से अधिक कितनी लम्बी छड़ रखी जा सकती है?

हल: कमरे की लम्बाई = 10 मीटर
चौड़ाई = 8 मीटर
ऊँचाई = 6 मीटर कमरे में अधिक से अधिक लम्बी रखी जाने वाली छड़ कमरे के विकर्ण के बराबर होगी।

∴ $$\text{विकर्ण} = \sqrt{(\text{लं.})^2 + (\text{चौ.})^2 + (\text{ऊँ.})^2}$$
$$= \sqrt{(10)^2 + (8)^2 + (6)^2}$$
$$= \sqrt{100 + 64 + 36}$$
$$= \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$
$$= 10 \times 1.414$$
$$= 14.14 \text{ मीटर}$$
अतः कमरे में अधिक से अधिक 14.14 मीटर लम्बी छड़ रखी जा सकती है। उत्तर

प्रश्न 10. एक घन का आयतन 512 घनमीटर है। उसकी भुजा ज्ञात कीजिए।

हल: माना घन की भुजा की लम्बाई × मीटर है तब
घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$
⇒ $512 = x^3$
⇒ $x = (512)^{1/3} = 8$
अतः घन की भुजा = 8 मीटर उत्तर

प्रश्न 11. एक दीवार की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 मीटर, 30 सेमी. और 3 मीटर है। दीवार बनाने में 20 सेमी. × 10 सेमी. × 7.5 सेमी. नाप की कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?

हल: दीवार की लम्बाई = 5 मीटर = 500 सेमी.
दीवार की चौड़ाई = 30 सेमी.
दीवार की ऊँचाई = 3 मीटर = 300 सेमी.
दीवार को आयतन होगा = 500 × 30 × 300 सेमी.
= 4500000 सेमी.
एक ईंट का आयतन = 20 × 10 × 7.5 सेमी^{3}.
= 1500 सेमी^{3}.
कुल ईंटों की आवश्यकता होगी = 4500000 ÷ 1500
= 3000 ईंटें
अतः दीवार बनाने में ईंटों की संख्या = 3000 उत्तर

प्रश्न 12. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का अनुपात 5:3:2 है। यदि घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 558 सेमी^{2}. है तो उसकी कोरों का माप ज्ञात कीजिए।

हल: मानाकि घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई क्रमशः 5x, 3x, 2x, है। घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 558 सेमी^{2}.

∴ $2(lb + bh + hl) = 558$

या, $2(5x \times 3x + 3x \times 2x + 2x \times 5x) = 558$

या, $15x^2 + 6x^2 + 10x^2 = 279$

या, $31x^2 = 279$

या, $x^2 = \frac{279}{31} = 9$

या, $x = 3$

∴ लम्बाई $= 5x = 5 \times 3 = 15$ सेमी.

चौड़ाई $= 3x = 3 \times 3 = 9$ सेमी.

ऊँचाई $= 2x = 2 \times 3 = 6$ सेमी.

अत: घनाभ की लम्बाई = 15 सेमी., चौड़ाई = 9 सेमी. तथा ऊँचाई = 6 सेमी. उत्तर

Ex 16.2

प्रश्न 1. एक बेलन का व्यास 14 सेमी. और ऊँचाई 15 सेमी. है। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का व्यास = 14 सेमी.
बेलन की त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.
बेलन की ऊँचाई (h) = 15 सेमी.
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2\pi (h + r) r$
$= 2 \times \frac{22}{7}(15 + 7) \times 7$ सेमी^{2}.
$= 2 \times 22 \times 22$
= 968 वर्ग सेमी. उत्तर
बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$
$= 22 \times 7 \times 15$
= 2310 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 2. एक लम्ब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई 7 सेमी. और आधार की त्रिज्या 3 सेमी. है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन की ऊँचाई (h) = 7 सेमी.
बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 3 सेमी.
बेलने का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 7$
= 132 वर्ग सेमी. उत्तर
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r\ (r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3(3+7)$

$= \frac{132 \times 10}{7}$

$= \frac{1320}{7} = 188.57$ वर्ग सेमी. उत्तर

बेलन का आयतन

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (3)^2 \times 7$

= 198 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 3. एक बेलन के सिरे का क्षेत्रफल 154 सेमी². है तथा इसकी ऊँचाई। 21 सेमी. है। बेलन का आयतन और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन के आधार को क्षेत्रफल = πr^2 प्रश्नानुसार
πr^2 = 154 सेमी².
बेलन की ऊँचाई = 21 सेमी.
बेलन का आयतन = $\pi r^2 \times h$
= 154 x 21 घन सेमी.
= 3234 सेमी³.
वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल = $\pi \times r^2$

या $r^2 = \frac{\text{वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल}}{\pi}$

या बेलन की त्रिज्या (r) $= \sqrt{\frac{\text{वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल}}{\pi}}$

$= \sqrt{\frac{154 \times 7}{22}}$

$= \sqrt{49}$

= 7 सेमी.

बेलन का वक्र पृष्ठ = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 21$ वर्ग सेमी.

= 2 x 22 x 21 सेमी².
= 924 सेमी².
अतः बेलन का आयतन = 3234 सेमी. तथा बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = 924 सेमी². उत्तर

प्रश्न 4. दो लम्बवृत्तीय बेलनों की त्रिज्याओं को अनुपात 2 : 3 तथा ऊँचाइयों का अनुपात 5:4 है, तो दोनों बेलनों के वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि बेलनों के आधार की त्रिज्याएँ 2r तथा 3r हैं तथा उनकी ऊँचाइयाँ 5h व 4h हैं, तो
पहले बेलन का वक्रपृष्ठ
$= 2\pi h$
$= 2\pi (2r) (5h)$
$= 20\pi rh$ ....(i)
इसी प्रकार दूसरे बेलन का वक्रेपृष्ठ
$= 2\pi h$
$= 2(3r) (4h)$
$= 24\pi rh$ ....(ii)

$$\therefore \quad \frac{\text{पहले बेलन का आयतन}}{\text{दूसरे बेलन का आयतन}} = \frac{20\pi r^2 h}{36\pi r^2 h}$$
$$= \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

अर्थात् वक्रपृष्ठों का अनुपात = 5: 6 उत्तर
पुनः पहले बेलन का आयतन
$= \pi r^2 h$
$= \pi(2r)^2. 5h$
$= \pi. 4r^2. 5h$
$= 20\pi r^2 h$ ....(iii)
दूसरे बेलन का अनुपात
$= \pi r^2 h$
$= \pi.(3r)^2.4h$
$= \pi.9r^2.4h$
$= 36\pi r^2 h$

$$\therefore \quad \frac{\text{पहले बेलन का वक्रपृष्ठ}}{\text{दूसरे बेलन का वक्रपृष्ठ}} = \frac{20\pi rh}{24\pi rh}$$
$$= \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

अर्थात् आयतनों का अनुपात = 5 : 9 उत्तर

प्रश्न 5. एक ठोस बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी. है। इसका वक़ पृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का एक-तिहाई है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी. अर्थात्
$2\pi r(r + b) = 462$ वर्ग सेमी. .... (i)

बेलन का वक्रपृष्ठ = $2\pi rh$
तथा बेलने का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2\pi r(r + h)$
लेकिन प्रश्नानुसार, $2\pi r(r + h) = 3.2\pi rh$

या $2\pi r(r + h) = 6\pi rh$

या $r + h = 3h$

या $r = 3h - h = 2h$

$\therefore$ $r = 2h$ .....(ii)

r का मान (i) में रखने पर

$2\pi r(r + h) = 462$

या $2\pi.2h(2h + h) = 462$

या $4\pi h.(3h) = 462$

या $12\pi h^2 = 462$

या $h^2 = \frac{462}{12\pi} = \frac{462 \times 7}{12 \times 22}$

या $h^2 = \frac{49}{4}$

$\therefore$ $h = \frac{7}{2} = 3.5$ सेमी.

अब समी. (ii) से $r = 2 \times 3.5 = 7$ सेमी.

$\because$ बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 3.5$ घन सेमी.

$= 22 \times 7 \times 3.5$ घन सेमी.

$= 539$ घन सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 6. एक बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 660 वर्ग सेमी. तथा ऊँचाई 15 सेमी. है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का वक्रपृष्ठ = 660 वर्ग सेमी.
ऊँचाई (h) = 15 सेमी.
लेकिन वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi h$
$2\pi rh = 660$

$\therefore$ $r = \frac{660}{2 \times \pi h} = \frac{660 \times 7}{2 \times 22 \times 15}$

$r = 7$ सेमी.

अब बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$ घन सेमी.

= 22 x 7 x 15 घनं सेमी.
= 2310 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 7. एक बेलन का आयतन 30π cm^3 है तथा आधार का क्षेत्रफल 67 cm है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का आयतन = 30 सेमी^{3}.
बेलन के आधार का क्षेत्रफल = 60 सेमी^{2}.

$$\text{बेलन की ऊँचाई} = \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{आधार का क्षेत्रफल}} = \frac{30\pi}{6\pi} \text{ सेमी.}$$

$$= \frac{30}{6} \text{ सेमी.} = 5 \text{ सेमी.} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 8. एक बेलन का आयतन और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल क्रमशः 1650 घन सेमी. और 660 वर्ग सेमी. है। बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ = 1650 घन सेमी.
बेलन का वक्र पृष्ठ = $2\pi rh$
∴ $2\pi rh$ = 660 वर्ग सेमी.

$$\therefore \quad 2\pi rh = 660 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\text{या} \quad \pi rh = \frac{660}{2} = 330 \text{ वर्ग सेमी.}$$

$$\because \quad \text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\therefore \quad \pi r^2 h = 1650$$

$$r = \frac{1650}{\pi rh} = \frac{1650}{330} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\text{बेलन की ऊँचाई } (h) = \frac{2\pi rh}{2\pi r}$$

$$= \frac{660}{2 \times \pi \times 5} = \frac{660}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{5} \text{ सेमी.}$$

$$= 3 \times 7 \text{ सेमी.} = 21 \text{ सेमी.}$$

अत: बेलन की त्रिज्या = 5 सेमी. तथा ऊँचाई = 21 सेमी. उतर

प्रश्न 9. एक बेलन की ऊँचाई व त्रिज्या क्रमशः 7.5 सेमी. और 3.5 सेमी. है। इसके सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल और वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल में अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन की ऊँचाई (h) = 7.5 सेमी.
बेलन की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी.

$$\frac{\text{बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}} = \frac{2\pi r(r+h)}{2\pi rh}$$

$$= \frac{r+h}{h}$$

$$= \frac{3.5+7.5}{7.5}$$

$$= \frac{11}{7.5}$$

$$= \frac{11}{75} \times 10$$

$$= \frac{11 \times 2}{15}$$

$$= \frac{22}{15}$$

इसलिये अभीष्ट अनुपात = 22 : 15 उत्तर

प्रश्न 10. 20 मीटर गहरा और 7 मीटर व्यास का एक कुआँ खोदा गया। इससे निकली मिट्टी से 22 मीटर x 14 मीटर माप का एक चबूतरा बनाया गया। चबूतरे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: चूँकि कुआँ बेलनाकार है,
इसकी गहराई (ऊँचाई) है = 20 मीटर
इसकी त्रिज्या है = $\frac{7}{2}$ मीटर = 3.5 मीटर
बेलनाकार कुएँ का आयतन = चबूतरे का आयतन
बेलनाकार कुएँ का आयतन है = $\pi r^2 h$

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 20$ घन मीटर

$= 22 \times 7 \times 5$ घन मीटर

= 770 घन मीटर

चबूतरे का आयतन = 770 घन मीटर

$$\text{चबूतरे की ऊँचाई} = \frac{\text{चबूतरे का आयतन}}{\text{चबूतरे की लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}}$$

$= \frac{770}{22 \times 14}$ मीटर

$= \frac{70}{28}$ मीटर $= \frac{10}{4}$ मीटर

= 2.5 मीटर **उत्तर**

प्रश्न 11. एक बेलनाकार बर्तन में 30800 cm पानी भरा जा सकता है। यदि बर्तन की भीतरी त्रिज्या 14 cm है तो उसका भीतरी वक़ पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ, बेलन का आयतन = 30800 सेमी^{3}.
बेलन की भीतरी त्रिज्या (r) = 14 सेमी.
माना बेलन की ऊँचाई = h सेमी.
बेलन के भीतरी वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।
बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ = 30800

$$\Rightarrow \quad h = \frac{30800}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{30800}{\pi(14)^2} \text{ सेमी.}$$

बेलन के भीतरी वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$= 2\pi(14)\frac{30800}{\pi(14)^2}$$

$$= \frac{2\times 30800}{14}$$

$$= \frac{30800}{7}$$

$$= 4400 \text{ सेमी.}^2$$

अत: बेलनाकार बर्तन क भीतरी वक् पृष्ठ = 4400 सेमी^{2}. उतर

प्रश्न 12. एक खोखले बेलन की मोटाई 2 सेमी. है। इसका भीतरी व्यास 14 सेमी. तथा ऊँचाई 26 सेमी. है। बेलन के दोनों सिरे खुले हुए हैं। खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: खोखले बेलन की ऊँचाई = 26 सेमी.
खोखले बेलन का भीतरी व्यास = 14 सेमी.
भीतरी त्रिज्या (r_2) = $(r_2) = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.
खोखले बेलन की मोटाई = 2 सेमी.
बाह्य त्रिज्या (r_1) = 7 + 2 = 9 सेमी.
दिया है-बेलन के दोनों सिरे खुले हुए हैं।

अतः खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2\pi(r_1 + r_2)(h + r_1 - r_2)$$

मान रखने पर

$$= 2 \times \frac{22}{7}(7 + 9)(26 + 9 - 7)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 16 \times 28$$

$$= 2 \times 22 \times 16 \times 4$$

$= 2816$ सेमी.^{2} **उत्तर**

प्रश्न 13. एक खोखला बेलन दोनों सिरों से खुला हुआ है। उसकी ऊँचाई 20 सेमी. तथा अन्तः एवं बाह्य व्यास क्रमशः 26 सेमी. व 30 सेमी. है। इस खोखले बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: खोखले बेलन की ऊँचाई = 20 सेमी.
खोखले बेलन का बाह्य व्यास = 30 सेमी.

अतः बाह्य त्रिज्या $(r_1) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{30}{2} = 15$ सेमी.

खोखले बेलन का अन्तः व्यास = 26 सेमी.

अतः अन्तःत्रिज्या $(r_2) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{36}{2} = 13$ सेमी.

खोखले बेलन का आयतन

$$= \pi(r_1^2 - r_2^2)h$$

$$= \frac{22}{7} \times [15^2 - 13^2] \times 20$$

$$= \frac{22}{7} \times (225 - 169) \times 20$$

$$= \frac{22}{7} \times 56 \times 20$$

$$= 22 \times 8 \times 20$$

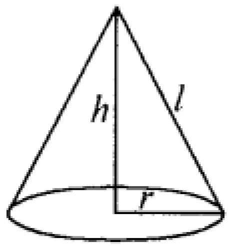
$= 3520$ घन सेमी.

अतः खोखले बेलन का आयतन = 3520 घन सेमी. उत्तर

Ex 16.3

प्रश्न 1. एक शंकु की ऊँचाई 28 सेमी. तथा आधार की त्रिज्या 21 सेमी. है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 21 सेमी.
शंकु की ऊँचाई (h) = 28 सेमी.



अतः शंकु की तिर्यक ऊँचाई

$(l) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{(21)^2 + (28)^2}$

$= \sqrt{441 + 784}$

$= \sqrt{1225}$

= 35 सेमी.

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 35$

$= 22 \times 3 \times 35$

= 2310 वर्ग सेमी. उत्तर

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r (r + l)$

$= \frac{22}{7} \times 21(21 + 35)$

$= 22 \times 3 \times 56$

= 3696 वर्ग सेमी. उत्तर

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 28$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 28$

$= 22 \times 21 \times 28$

= 12936 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 2. एक लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन 1232 सेमी^{3}. है तथा उसकी ऊँचाई 24 सेमी. है तो शंकु की तिरछी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु की ऊँचाई (h) = 24 सेमी.
माना शंकु के आधार की त्रिज्या r व तिर्यक ऊँचाई l है
शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = 1232$ घन सेमी

या $$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 1232$$

या, $$r^2 = \frac{1232 \times 3 \times 7}{22 \times 24}$$

या, $$r^2 = \frac{25872}{528} = 49$$

या, $$r = \sqrt{49} = 7 \text{ सेमी.}$$

शंकु की तीर्थक ऊंचाई

$$(l) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{7^2 + 24^2}$$
$$= \sqrt{49 + 576}$$
$$= \sqrt{625}$$
$$= 25 \text{ सेमी. उत्तर}$$

प्रश्न 3. एक शंकु के आधार का व्यास 14 मीटर और तिर्यक ऊँचाई 25 मीटर है तो शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आधार का व्यास = 14 मीटर
तब शंकु के आधार की त्रिज्या

$$(r) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ मीटर}$$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 मीटर
शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(r + l)$
$= \frac{22}{7} \times 7(7 + 25)$
$= 22 \times 32$
= 704 वर्गमीटर
अतः शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 704 वर्गमीटर उत्तर

प्रश्न 4. शंकु के आधार की त्रिज्या 14 सेमी. और तिरछी ऊँचाई 50 सेमी. है। शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल (वक़ पृष्ठीय क्षेत्रफल), सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 14 सेमी.
शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 50 सेमी.
शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrt
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50$
$= 22 \times 2 \times 50$

= 2200 वर्ग सेमी. उत्तर
शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = πr(r + l)
$= \frac{22}{7} \times 14 \times (14 + 50)$
$= 22 \times 2 \times 64$
= 2816 वर्ग सेमी, उत्तर

प्रश्न 5. लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 8 सेमी. और आधार की त्रिज्या 6 सेमी. है। उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु की ऊँचाई (h) = 8 सेमी.
आधार की त्रिज्या (r) = 6 सेमी.
शंकु का आयतन =
$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 8$
$= \frac{22 \times 36 \times 8}{21}$
= 301.71 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 6. एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 1884.4 मीटर है तथा इसकी तिर्यक ऊँचाई 12 मीटर है। इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 12 मीटर
माना इसके आधार की त्रिज्या = r है।
दिया है-शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1884.4 मीटर
πrl = 1884.4
या, $r = \frac{1884.4}{\pi l} = \frac{1884.4}{\frac{22}{7} \times 12}$
या, $r = \frac{1884.4 \times 7}{22 \times 12}$
$= \frac{13190.8}{264} = 49.96$ मीटर
अत: $r = 50$ मीटर (लगभग) उत्तर

प्रश्न 7. एक लम्ब वृत्तीय शंकु के आधार का क्षेत्रफल 154 cm^2 है। इसकी तिरछी ऊँचाई 25 सेमी. है तो शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 सेमी.
माना शंकु की ऊँचाई = h सेमी.
शंकु के आधार का क्षेत्रफल = 154 सेमी^{2}.
यदि शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी. है तब

$$\pi r^2 = 154$$

या, $$r^2 = \frac{154}{\pi} = \frac{154}{22/7} = \frac{154 \times 7}{22} = 49$$

अत: $$r = \sqrt{49} = 7 \text{ सेमी.}$$

तब $$l^2 = r^2 + h^2$$

$\Rightarrow$ $$(25)^2 = (7)^2 + h^2$$

$\Rightarrow$ $$h^2 = (25)^2 - (7)^2 = 625 - 49 = 576$$

$\Rightarrow$ $$h = \sqrt{576} = 24 \text{ सेमी.}$$

अतः शंकु की ऊँचाई = 24 सेमी. उत्तर

प्रश्न 8. दो शंकुओं के आधार का व्यास समान है। उनकी तिर्यक ऊँचाइयों का अनुपात 5 : 4 है। यदि छोटे शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 400 सेमी. है, तो बड़े शंकु का वक़ पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दोनों शंकुओं के आधार का व्यास समान है अतः त्रिज्या भी समान होगी
माना छोटे शंकु की तिरछी ऊँचाई l_1 है तथा बड़े शंकु की तिरछी ऊँचाई l_2 है।
बड़े तथा छोटे शंकु की तिरछी ऊँचाइयों का अनुपा $= \frac{l_1}{l_2} = \frac{5}{4}$
छोटे शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi r l_2$ = 400 सेमी^{2}
बड़े शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi r l_1$ होगा।

अत: $$\frac{\text{बड़े शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}}{\text{छोटे शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}} = \frac{\pi r l_1}{\pi r l_2}$$

$$\frac{\text{बड़े शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल}}{400} = \frac{l_1}{l_2}$$

या $$\text{बड़े शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल} = \frac{l_1}{l_2} \times 400$$

$$= \frac{5}{4} \times 400$$

$$= 5 \times 100 = 500 \text{ सेमी.}^2$$ उत्तर

प्रश्न 9. एक शंकु की तिर्यक ऊँचाई और त्रिज्या का अनुपात 7: 4 है। यदि इसके वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल 792 वर्ग सेमी. हो, तो इसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु की तिर्यक ऊँचाई व त्रिज्या को अनुपात = 7: 4

अर्थात् $$\frac{l}{r} = \frac{7}{4}$$

$$l = \frac{7}{4}r$$

प्रश्नानुसार शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = πrl

अर्थात् $$\pi r l = 792$$

या $$\pi\ r\ \frac{7}{4}r = 792$$

$$\frac{22}{7}\times\frac{7}{4}\times r^2 = 792$$

या $$r^2 = \frac{4\times792\times7}{7\times22}$$

या $$r^2 = 36 \times 4 \text{ सेमी.}$$

या $$r = 6 \times 2 = 12 \text{ सेमी.}$$

अर्थात् इसकी त्रिज्या 12 सेमी. है।

अतः शंकु की त्रिज्या = 12 सेमी. उत्तर

प्रश्न 10. 9 मीटर ऊँचे शंकु के आकार के टेन्ट के आधार की परिधि 44 मीटर है। इसके अन्दर की वायु का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: तंबू के आधार की परिधि 2πr = 44 मी.

आधार की त्रिज्या

$$r = \frac{44}{2\pi}$$

$$= \frac{22}{\pi}$$

$$= \frac{22}{22}\times7$$

7 मी.

शंकु की ऊँचाई h = 9 मीटर

शंकु के अन्दर की वायु का आयतन

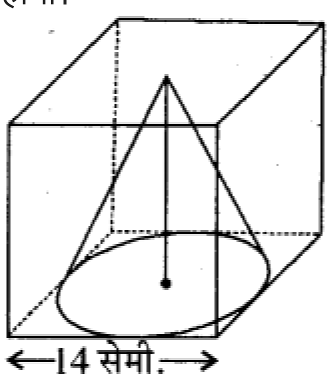
= 462 मी^{3}. उत्तर

प्रश्न 11. एक शंकु के आकार के बर्तन की त्रिज्या 10 सेमी. और ऊँचाई 18 सेमी. है। यह पानी से पूरा भरा हुआ है। इसे 5 सेमी. त्रिज्या के एक बेलनाकार बर्तन में उँडेला जाता है। बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आकार के बर्तन की त्रिज्या (r) = 10 सेमी.
ऊँचाई (h) = 18 सेमी.
शंकु का आयतन
$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10 \times 10 \times 18$ घन सेमी.
= π × 100 × 6 घन सेमी.
= 600 π घन सेमी.
∴ इस आयतन के पानी को बेलनाकार बर्तन में डाला जाता है।
∴ बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ अर्थात्
$\pi r^2 h = 600$
$h = \frac{600\pi}{\pi \times 5 \times 5}$
$h = \frac{600}{25} = 24$ सेमी.
∴ बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई 24 सेमी. होगी। उत्तर

प्रश्न 12. 14 सेमी. भुजा के एक घन से बड़े से बड़ा शंकु काटा जाता है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: 14 सेमी. भुजा वाले घन से बड़े से बड़ा शंकु काटकर निकालने के लिए उसके आधार की त्रिज्या होगी।



$= \frac{\text{भुजा}}{2} = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.
और शंकु की ऊँचाई = भुजा = 14 सेमी.

अतः शंकु का अभीष्ट आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 14$

$= \frac{22 \times 7 \times 7 \times 14}{3 \times 7}$

$= \frac{22 \times 7 \times 14}{3}$

= 718.67 घन सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 13. शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 7 सेमी. और 24 सेमी. है। शंकु की तिरछी ऊँचाई, वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल, सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 7 सेमी.
ऊँचाई (h) = 24 सेमी.

1. ∴ शंकु की तिर्यक ऊँचाई
   $l = \sqrt{r^2 + h^2}$
   $= \sqrt{(7)^2 + (24)^2}$
   $= \sqrt{49 + 576}$
   $= \sqrt{625}$
   $l = 25$ सेमी. **उत्तर**
2. शंकु के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल
   $= \pi r l$
   $= \frac{22}{7} \times 7 \times 25$ वर्ग सेमी.
   $= 22 \times 25$ वर्ग सेमी.
   = 550 वर्ग सेमी. **उत्तर**
3. शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
   $= \pi r(r + l)$
   $= \frac{22}{7} \times 7(7 + 25)$ वर्ग सेमी.
   $= 22 \times 32$ वर्ग सेमी.
   = 704 वर्ग सेमी. **उत्तर**

4. शंकु का आयतन

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

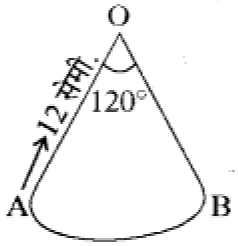
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 \text{ घन सेमी.}$$

$$= 22 \times 7 \times 8 \text{ घन सेमी.}$$

$$= 1232 \text{ घन सेमी.} \quad \text{उत्तर}$$

प्रश्न 14. एक त्रिज्यखण्ड की त्रिज्या 12 सेमी. और कोण 120° है। इसकी सीधी कोरों को संपाती करके एक शंकु बनाया जाता है। इस शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: प्रश्नानुसार त्रिज्यखण्ड के चाप AB की लंबाई



$$L = \frac{\pi r \theta}{180}$$

यहाँ

$$L = \frac{3.14 \times 12 \times 120}{180}$$

$$= 25.12 \text{ सेमी.}$$

यदि त्रिज्यखण्ड AOB को काटकर एवं सीधी कोरों को मिलायें तो प्राप्त शंकु के लिए AO = l = तिर्यक ऊँचाई बन जायेगी। अर्थात् l = AO = 12 सेमी. तथा चाप AB शंकु के लिए आधार वृत्त बन जायेगा जिसकी त्रिज्या माना R है।

अतः चाप $AB = L = 2\pi R$

$$2 \times 3.14 \times R = 25.12$$

$$\therefore \quad \boxed{R = 4}$$

अतः

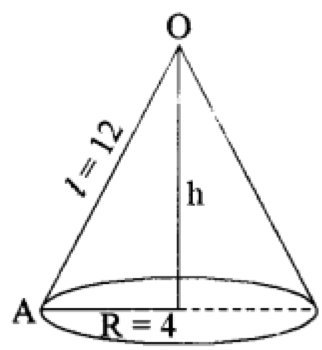
$$l^2 = h^2 + R^2$$

$$12^2 = h^2 + 4^2$$

$$h^2 = 128$$

$$h = \sqrt{128}$$

$$h = 11.31 \text{ सेमी.}$$



$$\therefore \quad \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4^2 \times 11.31$$

$$= 189.40 \text{ घन सेमी.} \quad \text{उत्तर}$$

Ex 16.4

प्रश्न 1. 1.4 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: गोले की त्रिज्या (r) = 1.4 सेमी.
गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

$$= 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (1.4)^2$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 1.4 \times 1.4}{7} = \frac{172.48}{7}$$

= 24.64 वर्ग सेमी. **उत्तर**

गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (1.4)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 1.4$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 1.4 \times 1.4 \times 0.2}{3}$$

= 11.49 घन सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 2. एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी. है, तो गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 616 सेमी^{2}.

गोले की त्रिज्या होगी $= \sqrt{\frac{\text{पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{4\pi}}$

$= \sqrt{\frac{616}{4} \times \frac{7}{22}}$ सेमी.

$= \sqrt{\frac{28 \times 7}{4}}$ सेमी.

$= \sqrt{7 \times 7}$ सेमी. = 7 सेमी.

अतः गोले की त्रिज्या होगी = 7 सेमी.
गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 7\times 7\times 7$

$= \frac{4312}{3} = 1437.33$ घन सेमी.

अतः गोले का आयतन = 1437.33 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 3. एक अर्ध गोले की त्रिज्या 4.5 सेमी. है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: अर्ध गोले की त्रिज्या = 4.5 सेमी.

अर्ध-गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times (4.5)^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 4.5 \times 4.5$

= 190.93 वर्ग सेमी. उत्तर

अर्ध-गोले का आयतन

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times(4.5)^3$

$= \frac{2\times 22\times 4.5\times 4.5\times 4.5}{3\times 7}$

$= \frac{4009.5}{21}$

= 190.93 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 4. एक गोले का आयतन 38808 घन सेमी. है तो गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना गोले की त्रिज्या r है।

गोले का आयतन = 38808 घन सेमी.

तब $\frac{4}{3}\pi r^3 = 38808$

या, $r^3 = \frac{38808\times 3}{4\times \pi} = \frac{38808\times 3\times 7}{4\times 22}$

$= \frac{1764\times 3\times 7}{4} = 441 \times 21$

$= 21 \times 21 \times 21$

या, $r^3 = (21)^3$

या, $r = 21$ सेमी.

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times (21)^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 4 \times 22 \times 3 \times 21$

$= 5544$ वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 5. एक बेलन सीसे का बना हुआ है, जिसकी त्रिज्या 4 सेमी. व ऊँचाई 10 सेमी. है। इसे पिघलाकर 2 सेमी. त्रिज्या के कितने गोले बनाए जा सकते हैं?

हल: बेलन की त्रिज्या (r) = 4 सेमी.

बेलन की ऊँचाई (h) = 10 सेमी.

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

$= \pi(4)^2 \times 10$

$= 160\pi$ घन सेमी.

इस बेलन को पिघलाकर 2 सेमी. त्रिज्या के गोले बनाए जाते हैं।

2 सेमी. त्रिज्या के गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times (2)^3$

$= \frac{32}{3}\pi$ घन सेमी.

2 सेमी. के गोलों की अभीष्ट संख्या

$$= \frac{\text{बेलन का आयतन}}{\text{गोले का आयतन}}$$

$$= \frac{160\pi}{\frac{32}{3}\pi}$$

$$= \frac{160 \times 3}{32}$$

$$= \frac{10 \times 3}{2}$$

= 15 उत्तर

प्रश्न 6. एक खोखला गोल शेल 2 सेमी. मोटा है। यदि इसकी बाह्य त्रिज्या 8 सेमी. है तो इसमें लगी धातु का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: खोखले गोलीय कोश की बाह्य त्रिज्या = 8 सेमी.
खोखले गोल शेल की आंतरिक त्रिज्या होगी = 8 – 2 = 6 सेमी.
बाह्य त्रिज्या को r_1 तथा आंतरिक त्रिज्या को r_2 माना गया है।
खोखले गोल शेल में लगी धातु का आयतन

$$= \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3)$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}(8 \times 8 \times 8 - 6 \times 6 \times 6) \text{ घन सेमी.}$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}(512 - 216) \text{ सेमी.}^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 296 \text{ सेमी.}^3$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 296}{21}$$

= 1240.38 घन सेमी.

अतः गोलीय कोश में लगी धातु का आयतन = 1240.38 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 7. 9 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले को पिघलाकर 3 सेमी. त्रिज्या और 6 सेमी. ऊँचाई के कितने शंकु बनाए जा सकते हैं?

हल: 9 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi(9)^3$

$= \frac{4\pi \times 9 \times 9 \times 9}{3}$

$= 972\pi$ घन सेमी.

3 सेमी. त्रिज्या व 6 सेमी. ऊँचाई वाले शंकु का आयतन

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi(3)^2(6)$

$= \frac{\pi \times 3 \times 3 \times 6}{3}$

18π घन सेमी.

धातु के गोले को पिघलाकर बन सकने वाले शंकुओं की संख्या

$= \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$

$= \frac{972\pi}{18\pi}$

$= 54$

अतः बने शंकुओं की संख्या = 54 उत्तर

प्रश्न 8. 10 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले से समान त्रिज्या के 8 गोले बनाए जाते हैं। इस प्रकार बने प्रत्येक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना धातु के बड़े गोले की त्रिज्या R = 10 सेमी. है तथा छोटे गोलों की त्रिज्या r है।

∴ धातु के बड़े गोले का आयतन = 8 × छोटे गोले का आयतन

या $\frac{4}{3}\pi R^3 = 8 \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$R^3 = 8 \times r^3$

मान रखने पर

$(10)^3 = 8 \times r^3$

या $10 \times 10 \times 10 = 8r^3$

$1000 = 8r^3$

या $r^3 = \frac{1000}{8} = 125$

या $r = (125)^{1/3} = (5^3)^{1/3}$

या $r = 5$ सेमी.

अतः समान त्रिज्या वाले आठों गोलों में प्रत्येक का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 4\pi r^2$ सेमी.^{2}

$= 4\pi \times 5 \times 5$ सेमी.^{2}

$= 100\ \pi$ सेमी.^{2} उत्तर

प्रश्न 9. यदि एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 5544 सेमी. है तो गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: माना गोले की त्रिज्यो r सेमी. है, तब

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

या, $5544 = 4\pi r^2$

या, $r^2 = \frac{5544}{4\pi}$

या, $r = \left(\frac{5544}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(\frac{1386}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1386 \times 7}{22}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= (63 \times 7)^{\frac{1}{2}}$

$= (444)^{\frac{1}{2}} = (21^2)^{\frac{1}{2}}$

अतः $r = 21$

तब गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times (21)^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$

$= 4 \times 22 \times 21 \times 21$

$= 38808$ घन सेमी.

अतः गोले का आयतन = 38808 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 10. एक सीसे के ठोस आयतफलकी की माप क्रमशः 66 सेमी., 42 सेमी. और 21 सेमी. है। ज्ञात कीजिए कि इसको पिघलाकर इससे 4.2 सेमी. व्यास की कितनी गोलियाँ बनाई जा सकती हैं।

हल: सीसे के ठोस आयतफलकी की माप क्रमशः 66 सेमी., 42 सेमी. व 21 सेमी. है,

तब इस आयतफलकी का आयतन = 66 × 42 × 21 घन सेमी.

एक गोली का व्यास = 4.2 सेमी.
तब गोली की त्रिज्या $= \frac{4.2}{2} = 2.1$ सेमी.
एक गोली का आयतन
$= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$
माना आयताकार फलक को पिघलाकर n गोलियाँ बनायी जा सकती है अतः
आयताकार फलक का आयतन = n × गोले का आयतन

$$66 \times 42 \times 21 = n \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$$

$$n = \frac{66 \times 42 \times 21 \times 21}{4 \times 22 \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1}$$

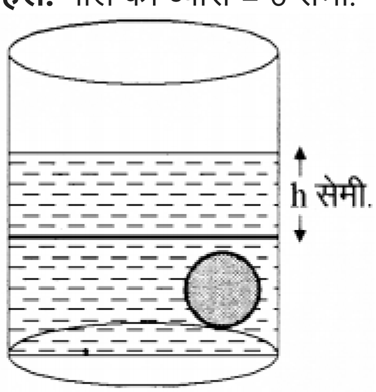
$$= \frac{66 \times 42 \times 21 \times 21 \times 10 \times 10 \times 10}{4 \times 22 \times 21 \times 21 \times 21}$$

$$= \frac{66 \times 2 \times 1000}{4 \times 22} = 1500$$

अतः बनाई गई गोलियों की संख्या = 1500 उत्तर

प्रश्न 11. 6 सेमी. व्यास का एक गोला 12 सेमी. व्यास के बेलनाकार बर्तन में जिसमें पानी है, डाला जाता है। बर्तन में पानी कितना ऊपर चढ़ जायेगा?

हल: गोले का व्यास = 6 सेमी.



गोले की त्रिज्या $= \frac{6}{2} = 3$ सेमी.
बेलनाकार बर्तन का व्यास = 12 सेमी.
बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या
$= \frac{12}{2} = 6$ सेमी.
गोले का आयतन
$= \frac{4}{3}\pi r^3$
$= \frac{4}{3}\pi (3)^3$
$= 36\pi$ घन सेमी. ....(i)

बेलन का आयतन = $\pi r^2 n$.
[यहाँ वह ऊँचाई है जितना पानी ऊपर चढ़ता है।
$= \pi(6)^2 h$
$= 36\pi h$ .....(ii)
समीकरण (i) व (ii) से
गोले का आयतन = पानी का आयतन
⇒ $36\pi = 36\pi h$
⇒ h = 1 सेमी. उत्तर

प्रश्न 12. 9 सेमी. की अन्त:त्रिज्या वाले एक अर्ध गोलाकार कटोरे में एक द्रव भरा है। इस द्रव को 3 सेमी. व्यास और 4 सेमी. ऊँचाई के छोटे-छोटे बेलनाकार बर्तनों में भरना है। ज्ञात कीजिए कि कटोरे के पूरे द्रव को भरने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?

हल: अर्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या = 9 सेमी.
अर्धगोलाकार कटोरे का आयतन

= 486π सेमी.
बेलनाकार बर्तन के आधार का व्यास = 3 सेमी.
∴ बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या $= \frac{3}{2}$ सेमी.
बेलनाकार बर्तन की ऊँचाई = 4 सेमी.
अतः एक बर्तन का आयतन
$= \pi r^2 h$
$= \pi(3/2)^2 4$
= 9π सेमी.3
अतः कटोरे के पूरे द्रव को भरने के लिए आवश्यक बोतलों की संख्या
$= \frac{486\pi}{9\pi}$
= 54 उत्तर

प्रश्न 13. एक गोले का व्यास 0.7 सेमी. है। एक पानी की टंकी से 3000 गोले पूर्ण रूप से भरकर पानी बाहर निकाला जाता है तो बाहर निकलने वाले पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: गोले का व्यास = 0.7 सेमी.
∴ त्रिज्या $(r) = \frac{0.7}{2} = 0.35$ सेमी.
अतः गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$ घन इकाई
$= \frac{4}{3} \times \pi \times (0.35)^3$ घन सेमी.
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.35 \times 0.35 \times 0.35$ घन सेमी.
∴ पानी की टंकी से 3000 गोले पूर्ण रूप से भरकर पानी बाहर निकाला गया है अतः निकाले गये पानी का आयतन

$= 3000 \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.35 \times 0.35 \times 0.35$ घन सेमी.

$= \frac{4}{7} \times 22 \times \frac{35 \times 35 \times 35}{1000}$ घन सेमी.

$= \frac{53900}{100} = 539$ घन सेमी.

अतः बाहर निकलने वाले पानी का आयतन = 539 घन सेमी. उत्तर :

प्रश्न 14. एक खोखले अर्द्ध गोलीय बर्तन के बाह्य और अन्तः व्यास क्रमशः 43 सेमी. और 42 सेमी. हैं। यदि उस पर रंग करवाने का व्यय 7 पैसे प्रति वर्ग सेमी. हो, तो बर्तन पर रंग करवाने की व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: माना अर्द्ध गोलीय बर्तन की बाह्य और अन्तः त्रिज्या r_1 और r_2 हैं।

∴ $r_1 = \frac{43}{2} = 21.5$ सेमी.

तथा $r_2 = \frac{42}{2} = 21$ सेमी.

अर्द्धगोलीय बर्तन का बाह्य पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r_1^2$

अर्द्धगोलीय बर्तन का अन्तः पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi r_2^2$

बाह्य रिंग का क्षेत्रफल $= \pi r_1^2 - \pi r_2^2$

अतः रंग करवाने के लिए सम्पूर्ण क्षेत्रफल $= 2\pi r_1^2 + 2\pi r_2^2 + \pi r_1^2 - \pi r_2^2$

$= \pi(3r_1^2 + r_2^2)$

$= \frac{22}{7} \times [3 \times (21.5)^2 + (21)^2]$ वर्ग सेमी.

$= \frac{22}{7} \times [3 \times 462.25 + 441]$ वर्ग सेमी.

$= \frac{22}{7} \times (1386.75 + 441)$ वर्ग सेमी.

$= \frac{22}{7} \times 1827.75$ वर्ग सेमी.

∴ रंग करवाने का व्यय $= \frac{22}{7} \times 1827.75 \times .07$ रुपए

$= \frac{22 \times 182775 \times 7}{7 \times 10000}$

= ₹ 402.11 उत्तर

Additional Questions

विविध प्रश्नमाला 16

प्रश्न 1. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 486 वर्ग सेमी. है। घन की भुजा, होगी
(क) 6 सेमी.
(ख) 8 सेमी.
(ग) 9 सेमी.
(घ) 7 सेमी.

उत्तर: (ग) 9 सेमी.

प्रश्न 2. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 9 मीटर, 2 मीटर और 1 मीटर है। घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा
(क) 12 वर्ग मीटर
(ख) 11 वर्ग मीटर
(ग) 21 वर्ग मीटर
(घ) 22 वर्ग मीटर

उत्तर: (घ) 22 वर्ग मीटर

प्रश्न 3. एक गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले का आयतन होगा
(क) 16 π घन सेमी.
(ख) 20 π घन सेमी.
(ग) 36 π घन सेमी.
(घ) 30 π घन सेमी.

उत्तर: (ग) 36 π घन सेमी.

प्रश्न 4. एक बेलन के आधार की त्रिज्या 14 सेमी. तथा ऊँचाई 10 सेमी. है। बेलन का वक्र पृष्ठ होगा
(क) 810 सेमी^{2}.
(ख) 880 सेमी^{2}.
(ग) 888 सेमी^{2}.
(घ) 890 सेमी^{2}.

उत्तर: (ख) 880 सेमी^{2}.

प्रश्न 5. एक शंकु का आयतन 308 सेमी. और ऊँचाई 6 सेमी. है। उसके आधार की त्रिज्या होगी
(क) 7 सेमी.
(ख) 8 सेमी.
(ग) 6 सेमी.
(घ) इनमें से कोई नहीं

उत्तर: (क) 7 सेमी.

प्रश्न 6. एक ठोस धातु के अर्ध गोले का व्यास 42 सेमी. है। इसके सम्पूर्ण पृष्ठ पर 20 पैसे प्रति वर्ग सेमी. की दर से पॉलिश कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: अर्ध गोले का व्यास = 42 सेमी.
तब अर्ध गोले की त्रिज्या $(r)=\frac{42}{2}=21$ सेमी.
अर्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
$= 3\pi(21)^2$
$= 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$
$= 3 \times 22 \times 3 \times 21$
= 4158 वर्ग सेमी.
अर्ध गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ पर 20 पैसे प्रति वर्ग सेमी. की दर से पॉलिश कराने की व्यय = 20 x 4150 पैसे = 0.20 x 4158 रुपये।
= ₹ 831.60 उत्तर

प्रश्न 7. एक शंकु, एक अर्द्ध गोला व एक बेलन एक ही आधार और ऊँचाई पर बने हैं। उनके आयतनों का अनुपात लिखिए।

हल: ∴ एक शंकु, एक अर्द्ध गोला और एक बेलन एक ही आधार और ऊँचाई पर बने हैं।
∴ आधार तथा ऊँचाई को x मानने पर अर्थात् h = r = x (माना)
एक शंकु का आयतन होगा $=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi x^3$
एक अर्द्ध गोले का आयतन होगा $=\frac{2}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi x^3$
एक बेलन का आयतन होगा = $\pi r^2 h = \pi x^3$.
तीनों के आयतन को अनुपात होगा =

शंकु : अर्द्ध गोला : बेलन $= \frac{1}{3}\pi x^3 : \frac{2}{3}\pi x^3 : \pi x^3$

$= \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1$

या $= 1 : 2 : 3$

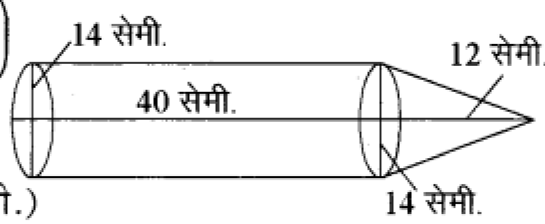
अतः तीनों के आयतन का क्रमशः अनुपात होगा 1 : 2 : 3 उत्तर

प्रश्न 8. एक ठोस पिण्ड का बायां भाग बेलनाकार और दायां भाग शंकुनुमा है। यदि बेलन का व्यास 14 सेमी. तथा लंबाई 40 सेमी. और शंकु का व्यास 14 सेमी. तथा उसकी ऊँचाई 12 सेमी. हो, तो ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का आयतन + शंकु का आयतन = ठोस का आयतन

$$= \pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 h'$$

$$= \pi r^2\left(h + \frac{1}{3}h'\right)$$



(यहाँ $r = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.,
$h = 40$ सेमी., $h' = 12$ सेमी.)

$$= \pi r^2\left(40 + 12 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 44$$

ठोस का आयतन = 6776 सेमी^{3}. उत्तर

प्रश्न 9. 9 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले को पिघलाकर 3 सेमी. त्रिज्या और 6 सेमी. ऊँचाई के शंकु बनाए जा सकते हैं। शंकुओं की संख्या ज्ञात करो।

हल: 9 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi(9)^3$

$= \frac{4\pi \times 9 \times 9 \times 9}{3}$

$= 972\pi$ **घन सेमी.**

3 सेमी. त्रिज्या व 6 सेमी. ऊँचाई वाले शंकु का आयतन

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi(3)^2(6)$

$= \frac{\pi \times 3 \times 3 \times 6}{3}$

18π घन सेमी.

धातु के गोले को पिघलाकर बन सकने वाले शंकुओं की संख्या

$= \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$

$= \frac{972\pi}{18\pi}$

$= 54$

अतः बने शंकुओं की संख्या = 54 उत्तर

प्रश्न 10. एक गाँव जिसकी जनसंख्या 4000 है, जिसको प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लीटर पानी की आवश्यकता है। इस गाँव में 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर माप वाली एक टंकी बनी हुई है। इस टंकी का पानी वहाँ कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा?

हल: टंकी की माप = 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर
टंकी का आयतन = 20 × 15 × 6 मीटर^3
= 1800 मीटर^3
हम जानते हैं 1 मीटर^3 = 1000 लीटर
इसलिये 1800 मीटर^3 = 1800 × 1000
= 1809000 लीटर
गाँव की जनसंख्या = 4000
गाँव को प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लीटर पानी की आवश्यकता है अतः पानी की टंकी का पानी वहाँ काम आएगा।

$= \frac{1800000}{4000 \times 150}$ दिनों तक

$= \frac{180}{60}$ दिन तक

= 3 दिन तक उत्तर

प्रश्न 11. क्रमशः 6 सेमी., 8 सेमी. और 10 सेमी. त्रिज्याओं वाले धातु के तीन ठोस गोलों को पिघलाकर एक बड़ा गोला बनाया जाता है। इस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: पहले गोले की त्रिज्या (r_1) = 6 cm.
दूसरे गोले की त्रिज्या (r_2) = 8 cm.
तीसरे गोले की त्रिज्या (r_3) = 10 cm.
माना कि नए बने गोले की त्रिज्या = R cm.
तीनों गोलों का आयतन = बड़े गोले का आयतन

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 + \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{4}{3}\pi\,[(6)^3 + (8)^3 + (10)^3] = \frac{4}{3}\pi R^3$$

या $(6)^3 + (8)^3 + (10)^3 = R^3$

या $216 + 512 + 1000 = R^3$

या $R^3 = 1728$

$$R = \sqrt[3]{1728}$$

$$= \sqrt[3]{\underline{2\times2\times2}\times\underline{2\times2\times2}\times\underline{3\times3\times3}}$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$R = 12 \text{ cm.}$$

अतः बड़े गोले की त्रिज्या = 12 cm. उत्तर

प्रश्न 12. एक शंकु के आकार की बर्तन की त्रिज्या 10 सेमी. और ऊँचाई 18 सेमी. है। पानी से पूरा भरा हुआ है। इसे 5 सेमी. त्रिज्या के एक बेलनाकार बर्तन में उँडेला जाता है। बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आकार के बर्तन की त्रिज्या (r) = 10 सेमी.
ऊँचाई (h) = 18 सेमी.
शंकु का आयतन
$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 10 \times 10 \times 18$ घन सेमी.
= π × 100 × 6 घन सेमी.
= 600 π घन सेमी.
∴ इस आयतन के पानी को बेलनाकार बर्तन में डाला जाता है।
∴ बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ अर्थात्
$\pi r^2 h = 600$
$$\mathrm{h} = \frac{600\pi}{\pi \times 5 \times 5}$$
$$\mathrm{h} = \frac{600}{25} = 24$$ सेमी.
∴ बेलनाकार बर्तन में पानी की ऊँचाई 24 सेमी. होगी। उत्तर

प्रश्न 13. यदि 11 सेमी. × 3.5 सेमी. × 2.5 सेमी. मोम के.एक घनाभ से 2.8 सेमी. व्यास की एक मोमबत्ती बनाई जाती है। मोमबत्ती की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: घनाभाकार मोमबत्ती का आयतन = (ल. × चौ. × ऊँ.) घन सेमी.
= 11 × 3.5 × 2.5 घन सेमी.

अब बेलनाकार मोमबत्ती का आयतन = $\pi^2 rh$

अर्थात् $\pi r^2 h = 11 \times 3.5 \times 2.5$

$$h = \frac{11 \times 3.5 \times 2.5}{\pi \times r^2}$$

$$h = \frac{11 \times 3.5 \times 2.5 \times 7}{22 \times 1.4 \times 1.4} \left[\because r = \frac{2.8}{2} = 1.4\right]$$

$$h = \frac{673.75}{43.12} = 15.625 \text{ सेमी.}$$ **उत्तर**

प्रश्न 14. धातु के एक गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले को पिघलाकर एक समान वृत्तीय अनुप्रस्थ-परिच्छेद वाला तार बनाया गया है। यदि तार की लम्बाई 36 मीटर हो, तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: ∴ गोले का व्यास = 6 सेमी.
त्रिज्या $(\mathrm{r}) = \frac{6}{2} = 3$ सेमी.
गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$ घन इकाई
$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (3)^3$ घन सेमी.
तथा बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

अर्थात् $\pi r^2 h = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3$

या $r^2 = \frac{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 7 \times \pi \times h}$

$$= \frac{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 7}{7 \times 22 \times 3600} = \frac{1}{100}$$

∴ $r = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$

$r = 0.1$ सेमी. = 1 मिमी. **उत्तर**

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

प्रश्न 1. एक घन की कोर 4 सेमी. है। इसके विकर्ण की लम्बाई है
(क) 12 सेमी.
(ख) $8\sqrt{3}$ सेमी.
(ग) $6\sqrt{3}$ सेमी.
(घ) $4\sqrt{3}$ सेमी.

उत्तर: (घ) $4\sqrt{3}$ सेमी.

प्रश्न 2. लकड़ी के एक बन्द संदूक की बाह्य लम्बाई, चौड़ाई व ऊँचाई क्रमशः 20 सेमी., 16 सेमी. व 12 सेमी. है। यदि लकड़ी की मोटाई 1 सेमी. हो, तो लकड़ी का आयतन होगा
(क) (20 × 16 × 12 – 18 × 14 × 10) सेमी^{3}.
(ख) (20 × 16 × 12 – 19 × 15 × 11) सेमी^{3}.
(ग) (22 × 18 × 14 – 20 × 16 × 12) सेमी^{3}.
(घ) (21 × 17 × 13 – 20 × 16 × 12) सेमी^{3}.

उत्तर: (क) (20 × 16 × 12 – 18 × 14 × 10) सेमी^{3}.

प्रश्न 3. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 4 सेमी., 2 सेमी. तथा 1 सेमी. है तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा
(क) 7 वर्ग सेमी.
(ख) 8 वर्ग सेमी.
(ग) 14 वर्ग सेमी.
(घ) 28 वर्ग सेमी.

उत्तर: (घ) 28 वर्ग सेमी.

प्रश्न 4. 8 मीटर भुजा वाली एक वर्गाकार दीवार में 40 सेमी. x 20 सेमी. वाली कितनी टाइल्स लगेंगी?
(क) 800
(ख) 100
(ग) 6400
(घ) 51200

उत्तर: (क) 800

प्रश्न 5. एक आयताकार टंकी के पेंदे का क्षेत्रफल 20 वर्ग मीटर है। इस टंकी में 25 सेमी. ऊँचाई तक पानी भरा है। टंकी में पानी का आयतन होगा
(क) 20 × 25 घन मीटर
(ख) $20 \times \frac{1}{4}$ घन मीटर
(ग) 20 × 20 × 25 घन मीटर
(घ) $20 \times 20 \times \frac{1}{4}$ घन मीटर

उत्तर: (ख) $20 \times \frac{1}{4}$ घन मीटर

प्रश्न 6. यदि किसी शंकु की ऊँचाई एवं त्रिज्या क्रमशः 12 सेमी. और 5 सेमी. हैं तो इसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल है
(क) 60 π सेमी.^{2}
(ख) 65 π सेमी.^{2}
(ग) 100 π सेमी.^{2}
(घ) 120 π सेमी.^{2}

उत्तर: (ख) 65 π सेमी.^{2}

प्रश्न 7. 2 सेमी. व्यास वाले ठोस कांच के एक अर्द्ध गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
(क) 127 सेमी.^{2}
(ग) 37. सेमी.^{2}
(ख) 87 सेमी.^{2}
(घ) 27 सेमी.^{2}

उत्तर: (ग) 37. सेमी.^{2}

प्रश्न 8. एक गोले का व्यास 1 है, तो गोले का आयतन होगा
(क) $\frac{4}{3}\pi d^3$
(ख) $\frac{\pi}{6}d^3$
(ग) $4\pi d^2$
(घ) πd^2

उत्तर: (ख) $\frac{\pi}{6}d^3$

प्रश्न 9. एक ठोस गोले की त्रिज्या, वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल और आयतन क्रमश: r, S व V हैं, उनके बीच में निम्न में से सही संबंध होगा
(क) 3r = VS
(ख) 3rS = V
(ग) 3rV = S
(घ) 3V = rS

उत्तर: (घ) 3V = rS

प्रश्न 10. समान त्रिज्या वाले एक गोले तथा एक अर्द्ध गोले के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल में अनुपात होगा
(क) 1 : 2
(ख) 2 : 1
(ग) 3 : 4
(घ) 4 : 3

उत्तर: (घ) 4 : 3

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. एक बन्दं लकड़ी के बक्से की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 90 सेमी., 50 सेमी. और 30 सेमी. है। बक्से का बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: बक्से की लम्बाई = 90 सेमी.
बक्से की चौड़ाई = 50 सेमी.
बक्से की ऊँचाई = 30 सेमी.
बक्से का बाहरी सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
= 2(ल. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ. × ल.)
$= 2(90 \times 50 + 50 \times 30 + 30 \times 90)$
$= 2(4500 + 1500 + 2700)$
= 2(8700) वर्ग सेमी.
$= \frac{17400}{10000} = 1.74$ वर्ग मीटर **उत्तर**

प्रश्न 2. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1014 वर्ग मीटर है। घन की भुजा ज्ञात कीजिए।

हल: घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 1014 वर्ग मीटर
माना घन की भुजा = x मीटर

घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6(भुजा)^2

∴ $6x^2 = 1014$

या $x^2 = \frac{1014}{6} = 169$

या $x = \sqrt{169} = 13$ उत्तर

प्रश्न 3. यदि घनाभ की लम्बाई 12 मीटर, चौड़ाई 9 मीटर और ऊँचाई 8 मीटर है तो घनाभ के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: घनाभ की लम्बाई = 12 मीटर
घनाभ की चौड़ाई = 9 मीटर
घनाभ की ऊँचाई = 8 मीटर।
हम जानते हैं कि घनाभ का विकर्ण

$= \sqrt{(\text{ल.})^2 + (\text{चौ.})^2 + (\text{ऊँ.})^2}$

$= \sqrt{(12)^2 + (9)^2 + (8)^2}$

$= \sqrt{144 + 81 + 64}$

$= \sqrt{289} = 17$ मीटर उत्तर

प्रश्न 4. एक घन की समस्त कोरों की लम्बाइयों का योग 12 सेमी. है। घन का आयतन लिखिए।

हल: घन की समस्त कोरों की संख्या = 12
अतः प्रत्येक कोर की लम्बाई = 1 सेमी.
घन का आयतन = 1 × 1 × 1
= 1 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 5. एक घनाकार डिब्बे का आयतन 64 घन सेमी. है। डिब्बे की प्रत्येक कोर (भुजा) की नाप लिखिए।

हल: भुजा $= \sqrt[3]{64} = (4^3)^{1/3} = 4$ सेमी. उत्तर

प्रश्न 6. एक घन मीटर में कितने लीटर होते हैं? लिखिए।

उत्तर: 1000 लीटर।

प्रश्न 7. एक कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल 30 मी. है। कमरे की ऊँचाई 3 मीटर है। कमरे के फर्श का परिमाप लिखिए।

हल: परिमाप $= \frac{30}{3} = 10$ मीटर

प्रश्न 8. यदि एक अर्द्धगोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 487 वर्ग सेमी. है तो इसके त्रिज्या की लम्बाई लिखिए।

हल: यहाँ
$3\pi r^2 = 48\pi$
$$r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$$
अतः त्रिज्या $= \sqrt{16} = 4$ सेमी. उत्तर

प्रश्न 9. एक बेलन के आधार की त्रिज्या 7 सेमी. तथा ऊँचाई 5 सेमी. है। बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल लिखिए।

हल: बेलन का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल = 2πrh
r = 7 सेमी. तथा
h = 5 सेमी.
∴ वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 5$ वर्ग सेमी.
= 220 वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 10. यदि एक गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 36 सेमी. है तो उसकी त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल
$$= 4\pi r^2 = 36$$
$$r^2 = \frac{36 \times 7}{4 \times 22} = \frac{63}{22}$$
$$r^2 = 2.8636$$
r = 1.69 सेमी. उत्तर
r = 1.69 सेमी. उत्तर

प्रश्न 11. एक बेलन की त्रिज्या 7 सेमी. और ऊँचाई 15 सेमी. है। बेलन के वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल लिखिए।

हल: $2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15 = 660$ वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 12. एक बेलन जिसकी ऊँचाई 3 सेमी. है तथा बेलन का वक्रपृष्ठ 66 सेमी.^{2} है, तो उसकी त्रिज्या लिखिए।

हल: बेलन का वक्र पृष्ठ = 2πrh

$$66 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 3$$

$$r = \frac{66 \times 7}{2 \times 22 \times 3} = 3.5$$ सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 13. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 216 वर्ग मीटर है। घन की भुजा ज्ञात कीजिए। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 216 वर्ग मीटर
घन की भुजा = ?
घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 × (भुजा)^2
216 = 6 × (भुजा)^2
(भुजा)$^2 = \frac{216}{6} = 36$
∴ भुजा $= \sqrt{36} = 6$ मीटर
अतः घन की भुजा = 6 मीटर उत्तर

प्रश्न 14. एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 7 सेमी. है, इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (माध्य, शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: दिया है–
r = 7 सेमी.
अर्द्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
मान रखने पर
$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 462$ वर्ग सेमी. उत्तर

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. एक घन की कोर 5 सेमी. है। इसके किसी एक तल के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: घन के एक तल का विकर्ण
$= \sqrt{2} \times$ (भुजा)
$= \sqrt{2} \times (5)$
$= 5\sqrt{2}$ सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 2. 25 सेमी. × 20 सेमी. × 16 सेमी. माप के सीसे के एक घन को पिघलाकर एक नया घन बनाया जाता है, तो इस घन की कोर ज्ञात कीजिए।

हल: घन का आयतन = 25 × 20 × 16 सेमी.^{2}
घन की भुजा कोर
$= \sqrt[3]{\text{आयतन}}$
$= \sqrt[3]{25 \times 20 \times 16}$
$= \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4}$
$= \sqrt[3]{5^3 \times 4^3}$
= 5 × 4 = 20 सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 3. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई में 6 : 5 : 4 का अनुपात है। यदि उसका आयतन 960 घनसेमी. है तो घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई ज्ञात कीजिये।

हल: ∴ माना घनाभ की लम्बाई 6x, चौड़ाई 5x तथा ऊँचाई 4x है।
∴ घनाभ का आयतन = 6x × 5x × 4x
अर्थात् 6x × 5x × 4x = 960 घन सेमी.
$120x^3$ = 960 घन सेमी.
$\Rightarrow \quad x^3 = \frac{960}{120} = 8 \quad 41x = \sqrt[3]{8} = 2$ सेमी.
∴ घनाभ की लम्बाई = 6x = 6 × 2 = 12 सेमी.
घनाभ की चौड़ाई = 5x = 5 × 2 = 10 सेमी.
घनाभ की ऊँचाई = 4x = 4 × 2 = 8 सेमी. उत्तर

प्रश्न 4. दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 4:9 है। उनके पृष्ठीय त्रिज्याओं एवं आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: माना दो गोलों की त्रिज्याएँ r_1 और r_2 हैं। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफल $4\pi r_1^2$ तथा $4\pi r_2^2$ हैं।
गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात
$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$ **उत्तर**

दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3} r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 8 : 27 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 5. एक कक्ष की लम्बाई 5 मीटर, चौड़ाई 3.5 मीटर व ऊँचाई 4 मीटर है। 20 रु. प्रति वर्गमीटर की दर से चारों दीवारों पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: कमरे की लम्बाई = 5 मीटर
चौड़ाई = 3.5 मीटर
ऊँचाई = 4 मीटर
कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = 2(लम्बाई + चौड़ाई) ऊँचाई
= 2(5 + 3.5) × 4
= 2 × 8.5 × 4
= 68 वर्ग मीटर
चारों दीवारों पर सफेदी कराने का व्यय ₹ = 68 × 20
या व्यय ₹ = 1360 उत्तर

प्रश्न 6. घन के एक पृष्ठ का परिमाप 28 सेमी. है तो घन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: घेने के एक पृष्ठ का परिमाप = 28 सेमी.
∴ घन की सभी भुजाएँ बराबर होती हैं।
∴ घन के एक पृष्ठ का परिमाप = 4 × भुजा
या 28 = 4 × भुजा
भुजा $= \frac{28}{4} = 7$ सेमी.
घन का आयतन = (भुजा)^3 = (7)^3
= 7 × 7 × 7 = 343 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 7. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 27 सेमी.^{3} है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना कि घन की प्रत्येक भुजा = x cm. है।
घन का आयतन = 27 cm.^{3}

$$\Rightarrow \quad x^3 = 27$$

$$\Rightarrow \quad x = \sqrt[3]{27}$$

$$= \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}$$

$$x = 3 \text{ cm.}$$

$\therefore$ घन की भुजा = 3 cm.

$\therefore$ घन की भुजा = 3 cm.

$\therefore$ दोनों घनों को जोड़ने पर वह घनाभ बन जाएगा।

इसकी लम्बाई = 2x cm. = 2 × 3 = 6 cm.

चौड़ाई = x = 3 cm.

तथा ऊँचाई = x = 3 cm.

अब घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

= 2 [लं. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ. × लं.]

= 2 [6 × 3 + 3 × 3 + 3 × 6]

= 2 [18 + 9 + 18]

= 2 [45]

= 90 $cm.^2$

अर्थात् घनाभ का क्षेत्रफल 90 $cm.^2$ है। उत्तर

प्रश्न 8. धातु के तीन समान घनों की कोर क्रमशः 3 सेमी., 4 सेमी., 5 सेमी. है। इन्हें पिघलाकर एक नया घन बनाया गया। इस घन की कोर की – लम्बाई ज्ञात कीजिये।

हल: 3 सेमी. कोर वाले घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$ = $(3)^3$ = 27 घन सेमी.

4 सेमी. कोर वाले धन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$ = $(4)^3$ = 64 घन सेमी.

5 सेमी. कोर वाले घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$ = $(5)^3$ = 125 घन सेमी.

इन घनों का सम्पूर्ण आयतन = 27 + 64 + 125 = 216 सेमी.^3

इन्हें पिघलाकर नया घन बनाया गया है।

अतः नये घन का आयतन = 216 घन सेमी.

$(\text{भुजा})^3$ = 216

भुजा $= \sqrt[3]{216}$

भुजा $= (6 \times 6 \times 6)^{1/3}$

भुजा $= 6^{3 \times 1/3} = 6$

अतः नये घन की कोर = 6 सेमी. उत्तर

प्रश्न 9. एक सन्दूक की माप 3 मी. × 2 मी. × 1.80 मी. है। बाहर की ओर सभी फलकों पर ₹ 12 प्रति वर्ग मीटर की दर से वार्निश कराने का व्यय ज्ञात कीजिये।

हल: सन्दूक की लम्बाई = 3 मी., चौड़ाई = 2 मी., ऊँचाई = 1.80 मी.

सन्दूक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= 2[ल. × चौ. + चौ. ×ऊँ. + ऊँ. ×ल.]
= 2[3 × 2 + 2× 1.80 + 1.80 × 3]
= 2[6 + 3.60 + 5.40]
= 2[6 + 9] = 2[15]
= 30 वर्ग मीटर
30 मीटर' पर वार्निश कराने का व्यय = ₹ 30 × 12 = 360 उत्तर ।

प्रश्न 10. यदि एक बेलन का आयतन 448π घन सेमी. और ऊँचाई 7 सेमी. है तो बेलन का पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

∴ $448\pi = \pi \times r^2 \times 7$

या $448 = 7r^2$

या $r^2 = \frac{448}{7} = 64$

या $r = \sqrt{64} = 8$ सेमी.

बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 8 \times 7$

$= 44 \times 8 = 352$ वर्ग सेमी.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 8(7 + 8)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 15 \times 8$

$= \frac{5280}{7} = 754.28$ वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 11. पानी से भरी हुई एक अर्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा 5 लीटर प्रति सेकंड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3.5 मी. है, तो वह कितने समय में आधी खाली हो जाएगी?

हल— अर्ध गोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

यहाँ टंकी की त्रिज्या = $\frac{3.5}{2}$ मी.

$\therefore$ टंकी का आयतन = $\frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times\left(\frac{3.5}{2}\right)^3$

$= \frac{2}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{20}\times\frac{35}{20}\times\frac{35}{20}$ मी ^{3}

$= \frac{220\times1225}{24000}$ मी.^{3}

टंकी का आधा आयतन = $\frac{1}{2}\times\frac{220\times1225}{24000}$ मी.^{3}

$= \frac{110\times1225}{24000}\times 1000$ लीटर = $\frac{110\times1225}{24}$ लीटर

$\therefore$ 5 लीटर पानी खाली होने का समय = 1 सेकण्ड

$\therefore$ 1 लीटर पानी खाली होने का समय = $=\frac{1}{5}$ सेकण्ड

$\therefore$ $\frac{110\times1225}{24}$ लीटर पानी खाली होने का समय

$= \frac{1}{5}\times\frac{110\times1225}{24}$ सेकण्ड

$= \frac{110\times245}{24}$ सेकण्ड

$= \frac{110\times245}{24\times60}$ मिनट = $\frac{11\times245}{144}$ मिनट

= 18.7 मिनट (लगभग)

अर्थात् वह टंकी 18.7 मिनट में आधी खाली हो जाएगी। उत्तर

प्रश्न 12. 1 सेमी त्रिज्या और 2 सेमी लम्बी तांबे की एक छड़ को एक समान चौड़ाई वाले 18 मीटर लम्बे एक तार के रूप में बदला जाता है। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।

हल: छड़ का आयतन = $\pi \times (1)^2 \times 2$ cm.^{3} = 2π cm.^{3}

समान आयतन वाले तार की लम्बाई = 18 m. = 1800 cm.

यदि तार के अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या r है तो तार का आयतन

= $\pi \times r^2 \times 1800$ cm.^{2}

अतः $\pi \times r^2 \times 1800 = 2\pi$ [$\because$ दोनों का आयतन बराबर होगा।]

अर्थात् $r^2 = \frac{1}{900}$

अर्थात् $r = \frac{1}{30}$ cm.

अतः तार के अनुप्रस्थ काट का व्यास अर्थात् मोटाई $= 2 \times \frac{1}{30} \mathrm{cm}$
$= \frac{1}{15} \mathrm{cm}$. उत्तर

प्रश्न 13. 42 सेमी. कोर के घन से बड़े से बड़ा लम्बवृत्तीय शंकु काटा जाता है। शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

(माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: 42 सेमी. भुजा वाले घन से बड़े से बड़ा लम्बवृत्तीय शंकु काटकर निकालने के लिए उसके आधार की त्रिज्या होगी
$= \frac{\text{भुजा}}{2} = \frac{42}{2} = 21$ सेमी.
अर्थात् त्रिज्या r = 21 सेमी.
और शंकु की ऊँचाई = भुजा = 42 सेमी.
अर्थात् h = 42 सेमी.
अतः शंकु का अभीष्ट आयतन

$$(V) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (21)^2 \times (42)$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 42$$
$$= 22 \times 21 \times 42$$

V = 19404 घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 14. दो लम्बवृत्तीय बेलनों की आधार त्रिज्याओं के अनुपात 1: 2 है। यदि उनके आयतनों का अनुपात 5 : 12 हो, तो उनकी ऊँचाइयों का अनुपात ज्ञात कीजिये।

हल—दिया है—

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{12}$$

पहले बेलन का आयतन

$$v_1 = \pi r_1^2 h_1$$

दूसरे बेलन का आयतन

$$v_2 = \pi r_2^2 h_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \left(\frac{h_1}{h_2}\right)$$

$\Rightarrow$

$$\frac{5}{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{h_1}{h_2}\right)$$

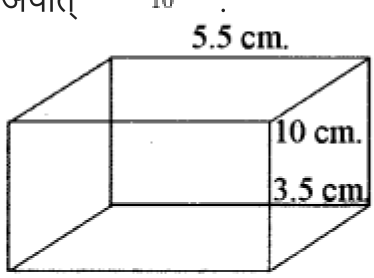
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{5 \times 4}{12} = \frac{5}{3}$$

$$h_1 : h_2 = 5 : 3$$

निबन्धात्मक प्रश्न

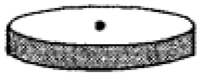
प्रश्न 1. विमाओं 5.5 cm. × 10 cm. × 3.5 cm. वाला एक घनाभ बनाने के लिए 1.75 cm. व्यास और 2 mm मोटाई वाले कितने चाँदी के. सिक्कों को पिघलाना पड़ेगा?

हल: प्रश्नानुसार, चाँदी का सिक्का बेलन के आकार का है।
चाँदी के सिक्के का व्यास = 1.75 cm.
∴ चाँदी के सिक्के की त्रिज्या $(r) = \frac{1.75}{2} \mathrm{cm}$
चाँदी के सिक्के की मोटाई
बेलन की ऊँचाई (H) = 2 mm
अर्थात् $h = \frac{2}{10} \mathrm{cm}$.



घनाभ की लम्बाई (L) = 5.5 cm.
घनाभ की चौड़ाई (B) = 10 cm.

घनाभ की ऊँचाई (H) = 3.5 cm.



माना कि चाँदी के n सिक्कों को पिघला कर नया घनाभ बनाया गया है। घनाभ का आयतन = n [चाँदी के एक सिक्के का आयतन]

$$= n[\pi r^2 h]$$

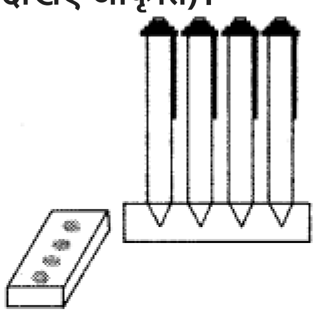
$$5.5 \times 10 \times 3.5 = n \times \frac{22}{7} \times \frac{1.75}{2} \times \frac{1.75}{2} \times \frac{2}{10}$$

$$\frac{\frac{55}{10} \times 10 \times \frac{35}{10}}{\frac{22}{7} \times \frac{175}{200} \times \frac{175}{200} \times \frac{2}{10}} = n$$

$$n = \frac{55 \times 35 \times 200 \times 200 \times 7}{22 \times 175 \times 175 \times 2}$$

n = 400
इस प्रकार बने सिक्कों की संख्या = 400 उत्तर

प्रश्न 2. एक कलमदानं घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की। विमाएँ 15 cm. × 10 cm. × 3.5 cm. हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm. है और गहराई 1.4 cm. है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)।



हल: प्रश्नानुसार, घनाभ की लम्बाई (L) = 15 cm.
घनाभ की चौड़ाई (B) = 10 cm.
घनाभ की ऊँचाई (H) = 3.5 cm.
शंक्वाकार गड्ढे की त्रिज्या (r) = 0.5 cm.
शंक्वाकार गड्ढे की ऊँचाई (h) = 1.4 cm.
कलमदान में लकड़ी का आयतन

= घनाभ का आयतन – 4 [शंकु का आयतन]

$= \text{LBH} - 4\left[\frac{1}{3}\pi r^2 h\right]$

$= 15 \times 10 \times 3.5 - \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times 1.4$

$= \frac{15\times10\times35}{10} - \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{14}{10}$

$= \left(15\times35-\frac{22}{3\times5}\right)\ \text{cm}^2$

$= (525 - 1.466)\ \text{cm}^2$

$= 523.533\ \text{cm}^3$ **उत्तर**

प्रश्न 3. एक बिना ढक्कन का संदूक 2.5 सेमी. मोटी लकड़ी का बना हुआ है। उसकी भीतरी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 145 सेमी., 95 सेमी. व 40 सेमी. है। सन्दूक के बाहर की ओर पेन्ट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए, यदि पेन्ट कराने की दर 4 रु. प्रति 1000 वर्ग सेमी. हो।

हल: संदूक की बाहरी लम्बाई
= 145 + 2 × 2.5
= 145 + 5 = 150 सेमी.
संदूक की बाहरी चौड़ाई
= 95 + 2 × 2.5
= 95 + 5 = 100 सेमी.
संदूक की बाहरी ऊँचाई
= 40 + 2.5
= 42.5 सेमी.
संदूक का बाहरी क्षेत्रफल जिस पर पेन्ट होता है।

अतः = 2 (लम्बाई × चौड़ाई + चौड़ाई × ऊँचाई + ऊँचाई × लम्बाई) – लम्बाई × चौड़ाई

$= 2(150 \times 100 + 100 \times 42.5 + 42.5 \times 150) - 150 \times 100$

$= 2(15000 + 4250 + 6375) - 15000$

$= 2(25625) - 15000$

$= 51250 - 15000 = 36250$ वर्ग सेमी.

कुल व्यय $= \frac{36250\times4}{1000} = 145$ रुपये **उत्तर**

प्रश्न 4. यदि एक समकोणिक समान्तर षट्फलक की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का अनुपात 6 : 5 : 4 है और उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 33300 वर्ग सेमी. है, तो समकोणिक समान्तर घट्फलक का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: माना घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 6x, 5x और 4x है।
इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा

= 2(लं. × चौ. + चौ. × ऊँ. + ऊँ × लं.) वर्ग इकाई

या $2\,(6x \times 5x + 5x \times 4x + 4x \times 6x) = 33300$ सेमी.^{2}

या $2\,(30x^2 + 20x^2 + 24x^2) = 33300$ सेमी.^{2}

या $2 \times 74x^2 = 33300$ सेमी.^{2}

या $148x^2 = 33300$ सेमी.^{2}

या $x^2 = \frac{33300}{148}$ सेमी.^{2}

$x^2 = \frac{900}{4}$ सेमी.^{2}

$x^2 = 225$ सेमी.^{2}

∴ $x = \sqrt{225} = 15$ सेमी.

∴ घनाभ की लम्बाई = 6x = 6 × 15 = 90 सेमी.

घनाभ की चौड़ाई = 5x = 5 × 15 = 75 सेमी.

घनाभ की ऊँचाई = 4x = 4 × 15 = 60 सेमी.

∴ घनाभ का आयतन = (लं. × चौ. × ऊँ.) घन सेमी.

= 90 × 75 × 60 घन सेमी.

= 405000 घन सेमी. **उत्तर**

प्रश्न 5. एक बेलन के आधार का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी. तथा ऊँचाई 21 सेमी. है। बेलन का आयतन और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: बेलन के आधार का क्षेत्रफल = 154 वर्ग सेमी.
बेलन की ऊँचाई (h) = 21 सेमी.
बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई
= 154 × 21
= 3234 घन सेमी. उतर
अतः आधार का क्षेत्रफल = πr^2

या $154 = \frac{22}{7} \times r^2$

या $154 \times 7 = 22 \times r^2$

या $r^2 = \frac{154 \times 7}{22} = 49$

या $r = \sqrt{49} = 7$ सेमी.

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 21$

$= 2 \times 22 \times 21 = 924$ वर्ग सेमी. उत्तर

प्रश्न 6. एक बेलन की ऊँचाई 11 सेमी. तथा उसका वक्र पृष्ठ 968 सेमी. है। बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल: बेलन की ऊँचाई h = 11 सेमी.

माना कि बेलन की त्रिज्या = r

बेलन का वक्र पृष्ठ = 2πrh = 968

या $2 \times \frac{22}{7} \times r \times 11 = 968$

या $r = \frac{968 \times 7}{2 \times 22 \times 11} = 14$ सेमी. उत्तर

प्रश्न 7. एक खोखले बेलन की ऊँचाई 21 डेसी मीटर है तथा इसके बाह्य व्यास व अन्तः व्यास क्रमशः 10 सेमी. व 6 सेमी. है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: खोखले बेलन की ऊँचाई = 21 डेसी मीटर

[∵ 10 सेमी. = 1 डेसी मीटर]

= 21 × 10 = 210 सेमी.

खोखले बेलन को बाह्य व्यास = 10 सेमी.

अत: बाह्य त्रिज्या $(r_1) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{10}{2} = 5$ सेमी.

व्यास 10 अतः बाह्य त्रिज्या

खोखले बेलन का अन्तः व्यास = 6 सेमी.

अन्त: त्रिज्या $(r_2) = \frac{6}{2} = 3$ सेमी.

खोखले बेलन का आयतन

$= \frac{22}{7} [25 - 9] \times 210$

$= \frac{22}{7} \times 16 \times 210 = 10560$ घन सेमी. उत्तर

प्रश्न 8. एक बेलन की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 1: 3 है। यदि बेलन का आयतन 3234 सेमी. है तो बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

हल: माना बेलन की त्रिज्या r तथा ऊँचाई 3r है।

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times r^2 \times 3r = 3234$$

$$r^3 = \frac{3234 \times 7}{22 \times 3}$$

या $r^3 = 343$

या $r^3 = (7)^3$

या $r = 7$

अतः बेलन की ऊँचाई h = 3 × 7 = 21 सेमी.

बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(21 + 7)$

$= 2 \times 22 \times 28$

$= 1232$ सेमी.^{2}

प्रश्न 9. एक रोलर की लम्बाई 2 मी. और व्यास 1.4 मी. है। ज्ञात कीजिए 5 चक्कर लगाने में रोलर कितना क्षेत्र समेतले करेगा?

हल: रोलर की लम्बाई (h) = 2 मीटर

रोलर का व्यास = 1.4 मीटर

रोलर की त्रिज्या $= \frac{1.4}{2} = 0.7$ मीटर

रोलर के 1 चक्कर लगाने में समतल किया क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल

$\therefore$ $$2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 2$$

$$= 2 \times 22 \times \frac{1}{10} \times 2$$

$$= 8.8 \text{ वर्ग मीटर}$$

∴ 5 चक्कर लगाने में समतल किया क्षेत्रफल = 8.8 ×5 = 44 वर्ग मीटर

प्रश्न 10. एक शंकु के आधार का व्यास 12 मीटर और तिर्यक ऊँचाई 10 मीटर है। शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

हल: दिया है:

शंकु के आधार का व्यास = 12 मीटर

$$\text{शंकु की त्रिज्या } r = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ मीटर}$$

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 10 मीटर
शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \pi(l + r)r$$

$$= \frac{22}{7}(10 + 6) \times 6 = \frac{22}{7} \times 16 \times 6$$

$$= \frac{2112}{7} = 301.71 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 301.71 वर्ग मीटर है। उत्तर

प्रश्न 11. यदि एक शंकु का वक्र पृष्ठ 2035 वर्ग सेमी. और आधार का व्यास 35 cm हो तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिये।

हल: दिया है:
शंकु का वक्र पृष्ठ = πrl = 3035 cm^2

$$\therefore \quad \text{शंकु की त्रिज्या } (r) = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{35}{2} = 17.5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore \quad 2035 = \frac{22}{7} \times 17.5 \times l$$

या $$2035 = 22 \times 2.5 \times l$$

या $$l = \frac{2035}{22 \times 2.5} = \frac{2035}{55}$$

या $$l = 37$$

अत: शंकु की तिर्यक ऊंचाई (l) = 37 सेमि. होगी। उतर

प्रश्न 12. एक शंकु का आयतन 16632 घन सेमी. है और ऊँचाई 9 सेमी. है। इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल: दिया है:
शंकु का आयतन = 16632 घन सेमी.
शंकु की ऊँचाई (h) = 9 सेमी.

$$\text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$\therefore$ $$16632 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 9$$

या $$16632 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 3$$

या $$16632 \times 7 = 22 \times r^2 \times 3$$

या $$r^2 = \frac{16632 \times 7}{22 \times 3} = \frac{756 \times 7}{3}$$

या $$r^2 = 252 \times 7$$

या $$r = \sqrt{36 \times 7 \times 7}$$

या $$r = 6 \times 7 = 42$$

अतः शंकु की त्रिज्या = 42 सेमी. उत्तर

प्रश्न 13. किसी शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात 5 : 12 और आयतन 2512 घन सेमी. है तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई और आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (π = 3.14 लीजिए)

हल: शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात = 5: 12
शंकु की त्रिज्या (r) = 5x सेमी.
शंकु की ऊँचाई (h) = 12x सेमी.
शंकु को आयतन = 2512 घने सेमी.

$\therefore$ $$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 2512$$

$$\frac{1}{3} \times 3.14 \times (5x)^2 \times 12x = 2512$$

$$\frac{1}{3} \times 3.14 \times 25x^2 \times 12x = 2512$$

$$3.14 \times 25x^2 \times 4x = 2512$$

या $$314x^3 = 2512$$

या $$x^3 = \frac{2512}{314} = 8$$

या $$(x)^3 = (2 \times 2 \times 2)$$

या $$x^3 = 2^3$$

या $$x = 2$$

अतः शंकु की त्रिज्या = 5 × 2 = 10 सेमी.
शंकु की ऊँचाई = 12 × 2 = 24 सेमी. उत्तर

प्रश्न 14. एक शंकु के आकार के टेन्ट की ऊँचाई 14 मीटर है तथा आधार का क्षेत्रफल 346.5 मीटर है। यह टेन्ट 1.5 मीटर चौड़े केनवास से बना हुआ है तो कैनवास की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल: शंकु के आकार के टेन्ट की ऊँचाई h = 14 मीटर
त्रिज्या = r मीटर
शंकु के आधार का क्षेत्रफल = πr^2
आधार का क्षेत्रफल = 346.5 मीटर^2

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 346.5$$

या $$r^2 = \frac{346.5 \times 7}{22}$$

या $$r^2 = 110.25$$

या $$r = \sqrt{110.25} = 10.5 \text{ मीटर}$$

टेन्ट की तिरछी लम्बाई

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

$$= \sqrt{(10.5)^2 + (14)^2}$$

$$= \sqrt{110.25 + 196}$$

$$= \sqrt{306.25} = 17.5 \text{ मीटर}$$

केनवास को क्षेत्रफल = टेन्ट के तिर्यक पृष्ठ का क्षेत्रफल

$$= \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 17.5$$

$$= 577.5 \text{ मीटर}^2$$

केनवास की लम्बाई

$$= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$$

$$= \frac{577.5}{1.5} \text{ मीटर} = 385 \text{ मीटर}$$

प्रश्न 15. एक शंकु की ऊँचाई 24 सेमी. तथा वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 550 वर्ग सेमी., शंकु की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हल: माना शंकु की त्रिज्या r तथा तिर्यक ऊँचाई /है, तो

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$l = \sqrt{(24)^2 + r^2} \quad \because h = 24 \text{ सेमी.}$$

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 550 वर्ग सेमी.

$\therefore \quad \pi rl = 550$

या $\quad \frac{22}{7} \times r \times \sqrt{(24)^2 + r^2} = 550$

या $\quad r\sqrt{576 + r^2} = 25 \times 7$

या $\quad r^2 (576 + r^2) = (25 \times 7)^2$

या $\quad 576\, r^2 + r^4 = 625 \times 49$

या $\quad r^4 + 576\, r^2 - 625 \times 49 = 0$

या $\quad (r^2 + 625)(r^2 - 49) = 0$

या $\quad r^2 - 49 = 0 \qquad \because r^2 + 625 \neq 0$

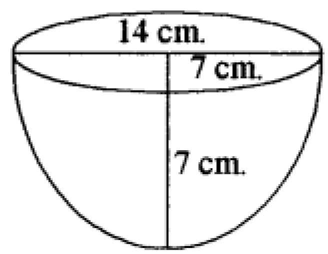
$$r = \sqrt{49}$$
$$r = 7$$

शंकु की त्रिज्या = 7 सेमी. उत्तर

प्रश्न 16. 14 सेमी. व्यास वाले एक अर्द्धगोलीय ठोस में से बड़ा से बड़ा लंब वृत्तीय शंकु निकाला गया है। शेष.ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ अर्द्धगोलीय ठोस का आयतन
$= \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 7^3$$



शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 7^2 \times 7$$

(यहाँ r = 7 सेमी. तथा h = 7 सेमी.)

$$= \frac{1}{3}\pi \times 7^3$$

शेष ठोस का आयतन $= \frac{2}{3}\pi \times 7^3 - \frac{1}{3}\pi \times 7^3$

$$= \frac{1}{3}\pi \times 7^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

= 359.33 सेमी.^{3} उत्तर

प्रश्न 17. 14 सेमी. की भुजा वाले घन से एक बड़ा से बड़ा गोला काटकर निकाला गया है। इस गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात कीजिए।

हल: 14 सेमी. भुजा वाले घन से बड़े से बड़ा गोला काटकर निकालने के लिए उसकी त्रिज्या होगी

$= \frac{\text{भुजा}}{2} = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.

7 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा

$= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ वर्ग सेमी.

$= 616$ वर्ग सेमी.

7 सेमी. त्रिज्या वाले गोले का आयतन होगा $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$ सेमी.^{3}

$= \frac{4}{3} \times 22 \times 49$ सेमी.^{2}

$= \frac{4312}{3}$ सेमी.^{3} $= 1437.33$ सेमी.^{3}

अतः सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 616 सेमी.^{2} और आयतन = 1437.33 सेमी.^{3} उत्तर

प्रश्न 18. 7 सेमी. व्यास वाला एक गोली पानी से आंशिक भरे एक बेलनाकार बर्तन में डाला जाता है। बर्तन के आधार का व्यास 14 सेमी. है। यदि गोला पूर्णतया पानी में डूबा हो, तो पानी का स्तर कितना ऊपर उठ जायेगा?

हल: गोले को व्यास = 7 सेमी.

∴ गोले की त्रिज्या $= \frac{7}{2} = 3.5$ सेमी.

∴ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times (3.5)^3$ घन सेमी. ....(1)

पुनः बेलनाकार बर्तन के आधार का व्यास = 14 सेमी.

∴ त्रिज्या $(r) = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.

∴ बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi (7)^2 \times h$ ....(2)

समीकरण (1) तथा (2) को बराबर करने पर

$$\pi(7)^2 \times h = \frac{4}{3}\pi \times (3.5)^3$$

$$h = \frac{4}{3} \times \frac{3.5\times3.5\times3.5}{7\times7}$$

$$= \frac{4}{3} \times 0.5 \times 0.5 \times 3.5$$

$$= \frac{7}{6} \text{ सेमी.}$$

अतः गोला डालने पर पानी का स्तर $\frac{7}{6}$ सेमी. ऊपर उठ जायेगा। उत्तर

प्रश्न 19. दो गोलों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात 9: 16 है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए। (माध्य. शिक्षा बोर्ड, मॉडल पेपर, 2017-18)

हल: पहले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $S_1 = 4\pi r_1^2$
यहाँ पर r_1 पहले गोले की त्रिज्या है।
इसी तरफ से दूसरे गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल
$S_2 = 4\pi r_2^2$
यहाँ पर r_2 दूसरे गोले की त्रिज्या है।

इसलिए $$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{S_1}{S_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

प्रश्नानुसार, $$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16} \text{ (दिया है)}$$

इसलिए $$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{9}{16}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

पहले गोले का आयतन $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$

इसी तरह से दूसरे गोले का आयतन

इसलिए $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

⇒ $$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$$

$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$ का मान रखने पर

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$$

या $V_1 : V_2 = 27 : 64$ उत्तर

प्रश्न 20. एक रोलर की लम्बाई 2.5 मीटर और व्यास 1.4 मीटर है। 10 चक्कर लगाने में रोलर कितना क्षेत्र समतल करेगा? (माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2018)

हल: दिया गया है:
रोलर की लम्बाई = 2.5 मीटर, अर्थात् रोलर की ऊँचाई = 2.5 मीटर
रोलर का व्यास = 1.4 मीटर
∴ h = 2.5 मीटर
रोलर का एक चक्कर में क्षेत्रफल = रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल
$= 2\pi rh$
$= \pi \times (2r) \times h$
$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 2.5$
$= 22 \times 0.2 \times 2.5$
= 11 वर्ग मीटर
अतः 10.चक्कर लगाने में क्षेत्रफल
$= 11 \times 10$
= 110 वर्ग मीटर उत्तर