



अध्याय-13

प्रकाश: परावर्तन एवं अपवर्तन गोलीय सतह से

(LIGHT: REFLECTION AND REFRACTION AT SPHERICAL SURFACES)

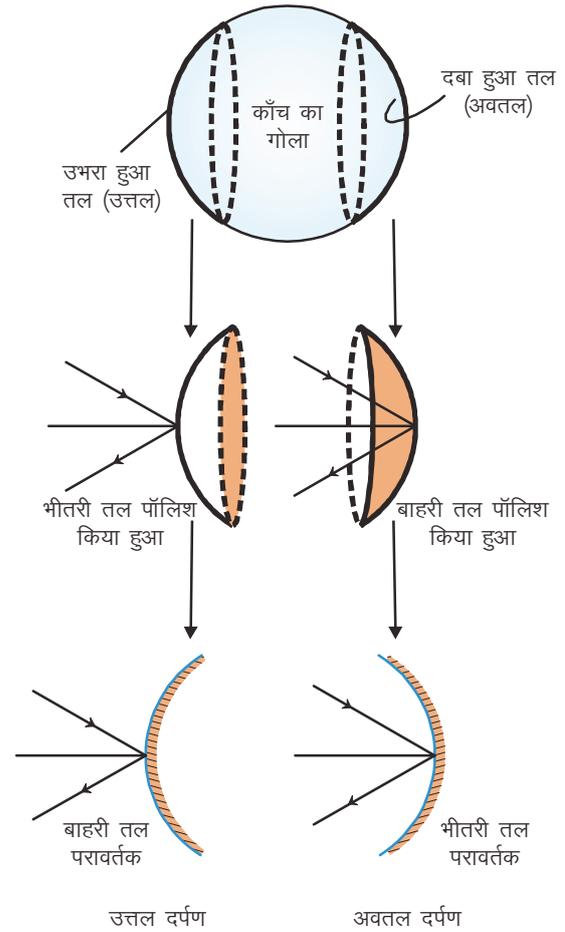
पिछले अध्याय में हमने समतल सतह से परावर्तन के नियमों के बारे में जाना। हमने समतल सतह द्वारा अपवर्तन की प्रक्रिया को भी कई क्रियाकलापों द्वारा समझा। क्या गोलीय सतहों पर भी परावर्तन व अपवर्तन के वही नियम लागू होते हैं?

इस प्रश्न का उत्तर हम इस अध्याय में समझने का प्रयास करेंगे। साथ ही हम गोलीय दर्पणों व लेंसों के अनुप्रयोगों को भी जानेंगे।

13.1 गोलीय दर्पण



कक्षा-7 में आपने पढ़ा था कि किस प्रकार काँच के खोखले गोले की बाहरी अथवा भीतरी सतह को पॉलिश करके गोलीय दर्पण बनाया जा सकता है। गोले की भीतरी सतह अवतल तथा बाहरी सतह उत्तल कहलाती है। यदि अवतल सतह परावर्तक हो, अर्थात् भीतरी सतह परावर्तक हो, तो गोलीय दर्पण को अवतल दर्पण (concave mirror) कहा जाता है। परंतु यदि बाहरी अथवा उत्तल सतह परावर्तक हो तो ऐसे गोलीय दर्पण को उत्तल दर्पण (convex mirror) कहा जाता है।



चित्र-1 : गोलीय दर्पण का निर्माण



क्रियाकलाप-1

स्टेनलेस इस्पात की एक चमकदार करछुल लीजिए। करछुल के बाहरी पृष्ठ को अपने चेहरे के पास लाइए तथा इसमें देखिए। क्या आप इसमें अपना प्रतिबिंब देख सकते हैं? आपने जैसा प्रतिबिंब समतल दर्पण में देखा था, क्या यह प्रतिबिंब उससे भिन्न है? क्या यह प्रतिबिंब सीधा है? क्या इसका साइज़ वस्तु के साइज़ के समान है अथवा छोटा है या बड़ा है?

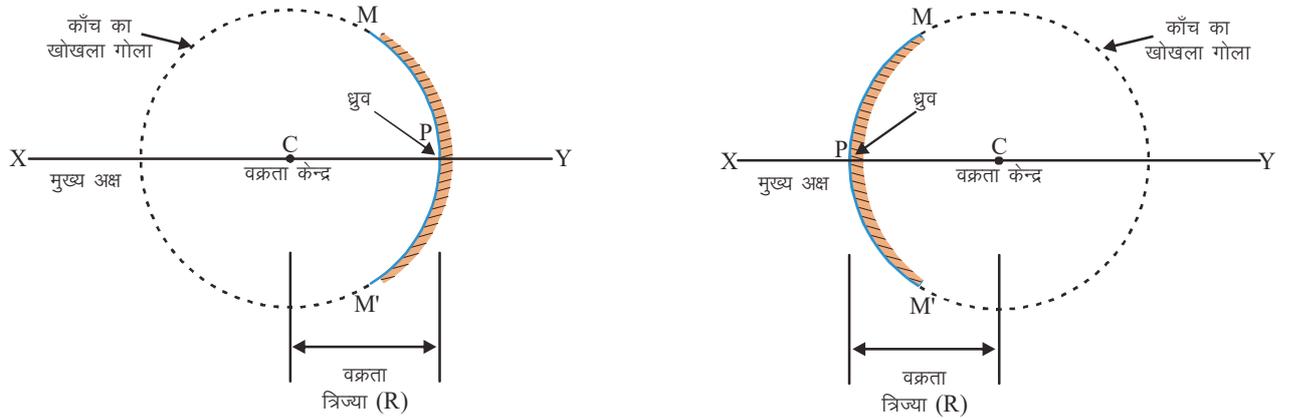
अब करछुल के भीतरी पृष्ठ का उपयोग करके अपना प्रतिबिंब देखिए। हो सकता है इस बार आपको अपना प्रतिबिंब सीधा तथा बड़ा दिखाई दे। यदि आप अपने चेहरे से करछुल की दूरी बढ़ाएं, तो संभव है कि आप अपना उल्टा प्रतिबिंब देख पाएं। अपने चेहरे के स्थान पर, आप अपने पेन अथवा पेंसिल के प्रतिबिंब की भी तुलना कर सकते हैं।

करछुल का वक्र चमकदार पृष्ठ एक दर्पण की भांति कार्य करता है। गोलीय दर्पण वक्रित दर्पण का एक सामान्य उदाहरण है। इसी प्रकार अपने आस-पास अन्य चमकदार वक्रीय सतहों पर बन रहे अपने प्रतिबिंब का अवलोकन करें।

13.1.1 गोलीय दर्पण से जुड़ी कुछ प्रमुख परिभाषाएँ

गोलीय दर्पण के परावर्तक सतह का केंद्र ध्रुव (pole) कहलाता है व इसे 'P' अक्षर से प्रदर्शित किया जाता है। यह वक्रीय गोले की सतह पर स्थित होता है। जैसा कि आप जानते हैं, गोलीय दर्पण की परावर्तक सतह एक गोले का भाग है इसलिए गोले का केंद्र वक्रीय दर्पण का **वक्रता केंद्र** (centre of curvature) कहलाता है। इसे 'C' द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह दर्पण का भाग नहीं होता है। गोलीय दर्पण जिस गोले से बना हो, उस गोले की त्रिज्या, दर्पण की **वक्रता त्रिज्या** (radius of curvature) होती है। इसे R द्वारा दर्शाया जाता है। यह ध्रुव तथा वक्रता केंद्र के बीच की दूरी होती है।

ध्रुव तथा वक्रता त्रिज्या से गुजरने वाली सीधी रेखा **मुख्य अक्ष** (main axis) कहलाती है। यह ध्रुव पर अभिलंब होती है।



चित्र-2

गोलीय दर्पणों से संबंधित एक अन्य पद **मुख्य फोकस** (main focus) कहलाता है। इसके बारे में जानने के लिए हम एक क्रियाकलाप करेंगे।

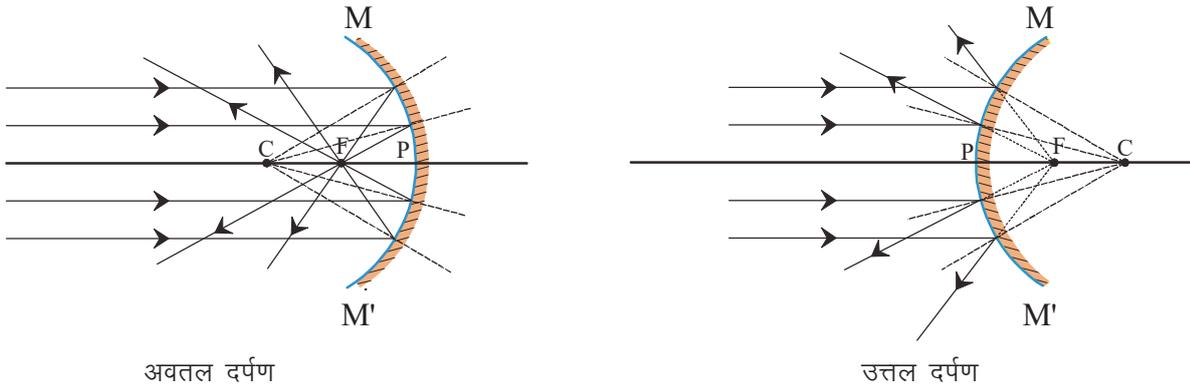
क्रियाकलाप-2

एक अवतल दर्पण लीजिए और उसके परावर्तक पृष्ठ को सूर्य की ओर रखिए। दर्पण सूर्य के प्रकाश को परावर्तित करेगा और इस परावर्तित प्रकाश को हम एक कागज़ पर प्राप्त करने का प्रयास करेंगे। जब तक कागज़ पर प्रकाश का एक चमकदार तीक्ष्ण बिम्ब प्राप्त नहीं हो जाता, कागज़ को आगे पीछे धीरे-धीरे खिसकाएँ। आप यदि कागज़ तथा दर्पण को इसी स्थिति में कुछ मिनट रखते हैं तो क्या होता है?

वास्तव में कागज़ पर बनने वाला यह चमकीला बिंदु सूर्य का प्रतिबिंब है जिसे हम कागज़ अर्थात् पर्दे पर प्राप्त कर रहे हैं। यह प्रतिबिंब वास्तविक प्रतिबिंब (real image) है।

वह बिंदु जिस पर हमें सूर्य का सबसे अधिक तीक्ष्ण प्रतिबिंब प्राप्त होता है, अवतल दर्पण का फोकस बिंदु (focal point) कहलाता है।

गोलीय दर्पण के मुख्य अक्ष के समांतर आपतित किरणें परावर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष पर एक बिंदु से होकर जाती हैं (अवतल दर्पण में) अथवा आती हुई प्रतीत होती हैं (उत्तल दर्पण में)। यह बिंदु ही गोलीय दर्पण का मुख्य फोकस होता है जिसे 'F' द्वारा दर्शाया जाता है।



चित्र-3

गोलीय दर्पण के ध्रुव P तथा F के बीच की दूरी **फोकस दूरी (f)** (focal length) कहलाती है।

गोलीय दर्पण के वक्रिय पृष्ठ की एक सीमा रेखा होती है यह सीमा एक समतल वृत्त होती है इसी वृत्त के व्यास को दर्पण का **द्वारक (aperture)** कहते हैं। चित्र-2 में MM' द्वारक को प्रदर्शित कर रहा है।

छोटे द्वारक के गोलीय दर्पणों के लिए वक्रता त्रिज्या फोकस दूरी से दोगुनी होती है। अर्थात् $R = 2f$ । दूसरे शब्दों में किसी गोलीय दर्पण का मुख्य फोकस उसके ध्रुव तथा वक्रता केंद्र को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिंदु होता है।

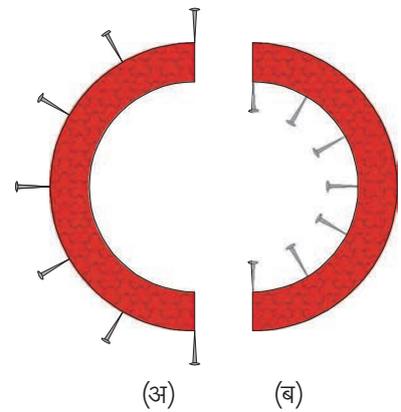
13.1.2 गोलीय सतहों पर परावर्तन

हमने पिछले अध्याय में परावर्तन के नियमों के बारे में जाना था। परावर्तन के ये नियम समतल सतहों के साथ-साथ सभी प्रकार के वक्रिय सतहों पर भी लागू होते हैं। यदि हमें किसी वक्रिय सतह पर पड़ने वाले प्रकाश किरण का आपतन कोण पता हो, तो हम परावर्तन कोण भी ज्ञात कर सकते हैं। आपतित किरण द्वारा सतह के अभिलंब से बन रहे आपतन कोण को ज्ञात करने के लिए हमें सतह पर अभिलंब को ज्ञात करना होगा। वक्रिय सतह पर अभिलंब समझने के लिए आइए हम नीचे दिया गया क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप-3

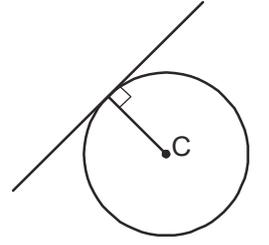
एक रबर का छोटा सा बॉल लें और इसे एक ही अनुप्रस्थ तल से दो समान भागों में काट लें। बॉल के बाहरी वक्रिय सतह पर एक सीधी रेखा में कुछ ऑल-पिन लगा लें। जैसा चित्र में दिखाया है। ये सभी पिन बॉल के तल के अभिलंब लगाई गई है। ऑलपिनें दूर फैलती नज़र (अपसरित) आएंगी। अब यदि हम बॉल के अंदर की सतह पर ऑलपिनें लगाएं तो आप क्या देखते हैं? बॉल पर अभिलंबित ये सभी ऑल-पिनें एक बिंदु पर मिलती नज़र (अभिसरित) आती हैं।

इस क्रियाकलाप द्वारा हम जान सकते हैं कि गोलीय सतह पर अभिलंब की दिशा क्या होती होगी। उत्तल दर्पण बॉल के बाहर की सतह के समान है (चित्र-4 (अ)) जबकि अवतल दर्पण बॉल के अंदर की सतह के समान है (चित्र-4 (ब))।



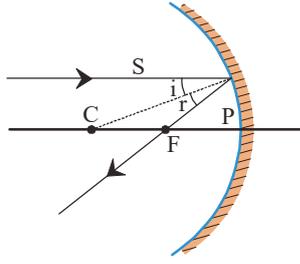
चित्र-4

अवतल सतह में सभी बिंदु एक बिंदु पर मिलती नज़र आती हैं जिसे वक्रता केंद्र कहते हैं। ज्यामिति के अनुसार किसी वक्र के केंद्र बिंदु से वक्र के सतह पर पड़ने वाली रेखा सतह पर लंबवत होती है। अर्थात् हम कह सकते हैं कि वक्रिय दर्पण के वक्रता केंद्र से दर्पण के किसी भी बिंदु पर खींची गई रेखा वक्रिय दर्पण पर अभिलंब होती है (चित्र-5)।



चित्र-5

चर्चा करें



चित्र-6

क्या आप बता सकते हैं कि अवतल दर्पण पर पड़ने वाली समांतर किरणें एक बिंदु पर मिलती हुई जबकि उत्तल दर्पण में एक बिंदु से फैलती हुई नज़र आती हैं। क्यों?

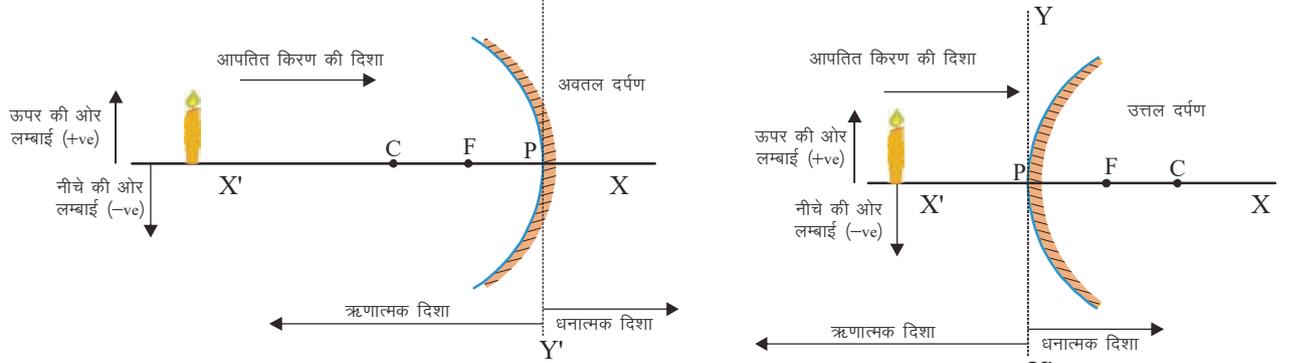
प्रकाश किरण S के लिए अभिलंब से बना आपतन कोण $\angle i$ अभिलंब से बने परावर्तन कोण $\angle r$ के बराबर होता है $\angle i = \angle r$

13.1.3 गोलीय दर्पणों द्वारा परावर्तन के लिए चिह्न परिपाटी

गोलीय दर्पणों द्वारा प्रकाश के परावर्तन के लिए हम एक निश्चित चिह्न परिपाटी का पालन करेंगे, जिसे नई कार्तीय चिह्न परिपाटी कहते हैं। इस परिपाटी में दर्पण के ध्रुव (P) को मूल बिंदु मानते हैं। दर्पण के मुख्य अक्ष को निर्देशांक पद्धति का X-अक्ष (X'X) लिया जाता है। यह परिपाटी निम्न प्रकार है :

- वस्तु सदैव दर्पण के बाईं ओर रखा जाता है। इसका अर्थ है कि दर्पण पर वस्तु से प्रकाश बायीं ओर से दायीं ओर आपतित होती है।
- मुख्य अक्ष के समांतर सभी दूरियाँ दर्पण के ध्रुव से मापी जाती हैं।
- मूल बिंदु के दाईं ओर (+ X अक्ष के अनुदिश) मापी गई सभी दूरियाँ धनात्मक मानी जाती हैं जबकि मूल बिंदु के बाईं ओर (- X अक्ष के अनुदिश) मापी गई दूरियाँ ऋणात्मक मानी जाती हैं।
- मुख्य अक्ष के लंबवत तथा ऊपर की ओर (+ Y अक्ष के अनुदिश) मापी जाने वाली दूरियाँ धनात्मक मानी जाती हैं।
- मुख्य अक्ष के लंबवत तथा नीचे की ओर (-Y अक्ष के अनुदिश) मापी जाने वाली दूरियाँ ऋणात्मक मानी जाती हैं।

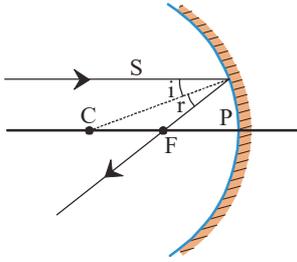
ऊपर वर्णित नई कार्तीय चिह्न परिपाटी आपके संदर्भ के लिए चित्र में दर्शायी गई है। यह चिह्न परिपाटी दर्पण का सूत्र प्राप्त करने तथा संबंधित आंकिक प्रश्नों को हल करने के लिए प्रयुक्त की गई है।



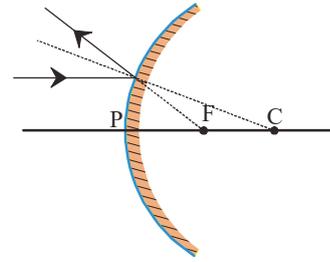
चित्र-7

13.2 गोलीय दर्पण से प्रतिबिंब रचना के नियम

- गोलीय दर्पण पर जो किरणें मुख्य अक्ष के समांतर आपतित होती हैं वे परावर्तन के पश्चात्
 - अवतल दर्पण में फोकस बिंदु से होकर गुज़रेंगी।
 - उत्तल दर्पण में फोकस से आती हुई प्रतीत होंगी।



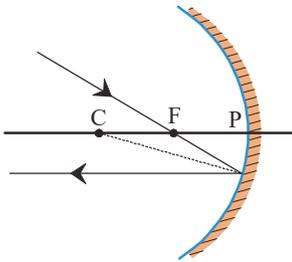
(अ) अवतल दर्पण



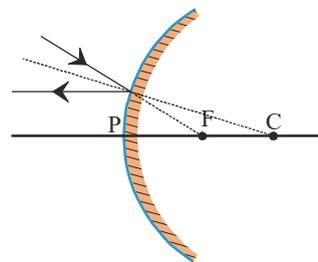
(ब) उत्तल दर्पण

चित्र-8 (अ)

- गोलीय दर्पण पर जो किरणें
 - अवतल दर्पण में मुख्य फोकस से होकर आपतित होती हैं वे परावर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समानांतर हो जाती हैं।
 - उत्तल दर्पण में मुख्य फोकस की दिशा में जाती हुई दिखती हैं, वे परावर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समांतर हो जाती हैं।



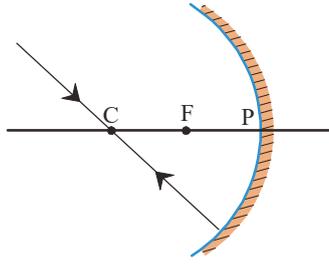
(अ) अवतल दर्पण



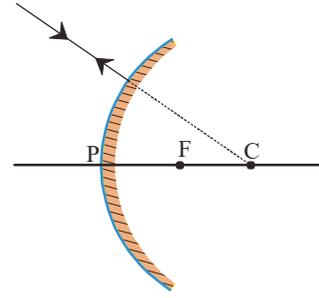
(ब) उत्तल दर्पण

चित्र-8 (ब)

- हम जानते हैं कि जब आपतित किरण अभिलंब दिशा से आपतित होती हैं, तो वह उसी दिशा में परावर्तित हो जाती हैं। इसीलिए गोलीय दर्पण पर जो किरणें—
 - अवतल दर्पण में वक्रता केंद्र से होकर आपतित होती हैं, वे परावर्तन के पश्चात् उसी मार्ग में वापस लौट आती हैं।
 - उत्तल दर्पण में वक्रता केंद्र की दिशा में जाती हुई दिखती हैं, वे परावर्तन पश्चात् उसी मार्ग में वापस लौट आती हैं।



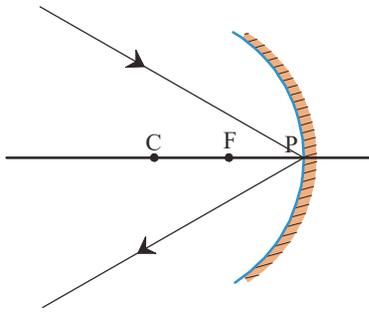
(अ) अवतल दर्पण



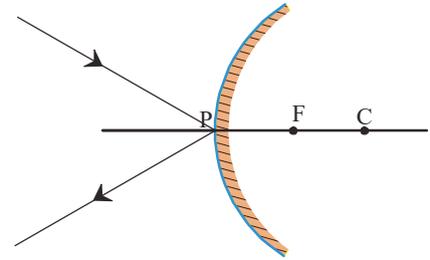
(ब) उत्तल दर्पण

चित्र-8 (स)

4. गोलीय दर्पण में जब प्रकाश किरण ध्रुव पर आपतित होती हैं, तब वह आपतन कोण के बराबर परावर्तन कोण बनाते हुए परावर्तित हो जाती हैं। इस स्थिति में P बिंदु पर मुख्य अक्ष अभिलंब है।



(अ) अवतल दर्पण



(ब) उत्तल दर्पण

चित्र-8 (द)

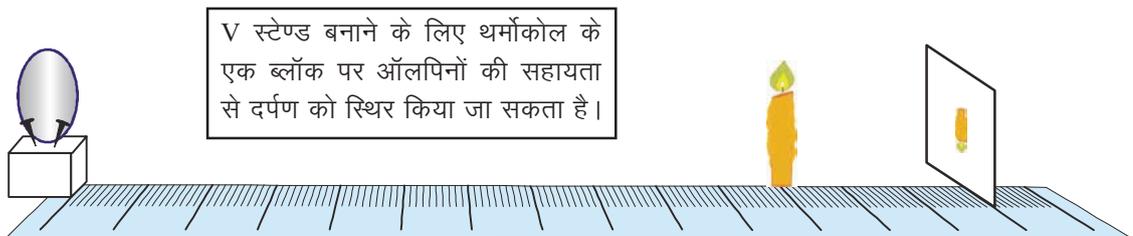
13.2.1 गोलीय दर्पण द्वारा प्रतिबिंब रचना

अब हम एक क्रियाकलाप द्वारा वस्तु की विभिन्न स्थितियों में बनने वाले प्रतिबिंब के आकार, प्रकृति तथा स्थिति का अवलोकन करेंगे।

क्रियाकलाप-4

कागज, अवतल दर्पण (जिसकी फोकस दूरी ज्ञात हो), V स्टैण्ड, मीटर स्केल।

विधि : अवतल दर्पण को V स्टैण्ड पर लगाएं और उसे मीटर स्केल व मोमबत्ती को नीचे दिए चित्र अनुसार जमाएं।



चित्र-9

मोमबत्ती को दर्पण से विभिन्न दूरियों पर रखकर और कागज़ को आगे-पीछे खिसकाकर मोमबत्ती का एक तीक्ष्ण प्रतिबिंब कागज़ पर प्राप्त करें। ध्यान दें कि मोमबत्ती की लौ कागज़ के उपर हो, जिससे लौ का प्रकाश दर्पण पर पड़ सके।

अपने अवलोकनों को सारणी-1 में भरें-

| क्र.सं. | मोमबत्ती की अवतल दर्पण से दूरी (u) | कागज़/प्रतिबिंब की दर्पण से दूरी (v) | प्रतिबिंब का आकार बड़ा/छोटा/समान | प्रतिबिम्ब सीधी/उल्टी | वास्तविक/आभासी |
|---------|------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------|
| 1. | अनंत पर | | | | |
| 2. | C पर | | | | |
| 3. | C के पीछे | | | | |
| 4. | F व C के बीच | | | | |
| 5. | F पर | | | | |
| 6. | दर्पण व F के बीच | | | | |

उपरोक्त क्रियाकलाप से सामान्य अनुमान लगाया जा सकता है कि गोलीय दर्पण में वस्तु के द्वारा बनने वाले प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकृति तथा आकार, वस्तु की दर्पण के सापेक्ष अलग-अलग स्थिति पर निर्भर करता है। वस्तु की कुछ स्थितियों के लिये प्रतिबिंब की प्रकृति आभासी होती है। जबकि कुछ स्थितियों में वास्तविक। वस्तु की स्थिति के अनुसार ही प्रतिबिंब का आकार बड़ा, छोटा या समान आकार का होता है। उपरोक्त क्रियाकलाप की समझ को बढ़ाने के लिये हम किरण आरेखों का उपयोग करते हुए वस्तु की विभिन्न स्थितियों के लिये प्रतिबिंब बनाने का अभ्यास करते हैं।

हो सकता है कि कुछ दूरियों के लिए आपको प्रतिबिंब प्राप्त ही न हों। उस स्थिति को भी लिखें।

वास्तविक प्रतिबिंब को देखने के लिए आपको आँखें ऐसे स्थान पर रखनी होंगी जहाँ प्रतिबिंब से प्रकाश किरण आपकी आँखों में पड़े (चित्र 10 (अ))। आप प्रतिबिंब को उसके पीछे से नहीं देख सकते (चित्र (ब))। यदि आप प्रतिबिंब बनने वाले स्थान पर पर्दा रख दें तो आप प्रतिबिंब को पर्दे पर उतार सकते हैं। (चित्र (स))। लेकिन आभासी प्रतिबिंब (virtual image) के लिए हम ऐसा नहीं कर सकते।

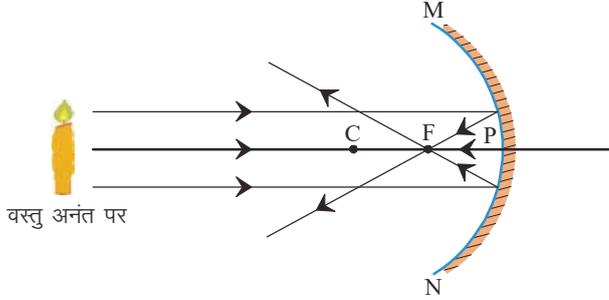
चित्र-10

अनंत वह दूरी है जो सामान्य प्रायोगिक दूरियों से बहुत बड़ी हों।

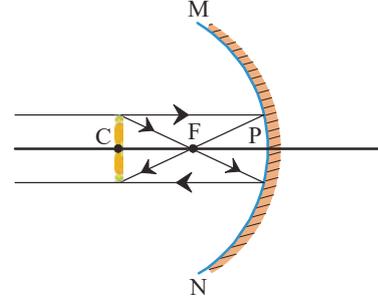
13.2.2 वस्तु की विभिन्न स्थितियों में गोलीय दर्पण के किरण आरेख (Ray diagrams)

क्रियाकलाप-4 में किए गए अपने अवलोकनों के आधार पर परावर्तन के नियमों का उपयोग कर, किरण आरेख द्वारा प्रतिबिंब बनाने का प्रयास करें।

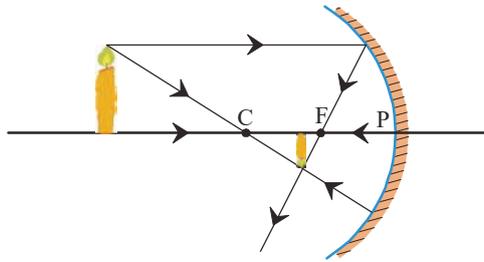
(अ) अवतल दर्पण के किरण आरेख



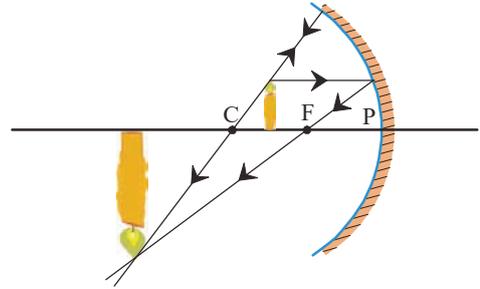
(1) जब वस्तु अनंत पर हो



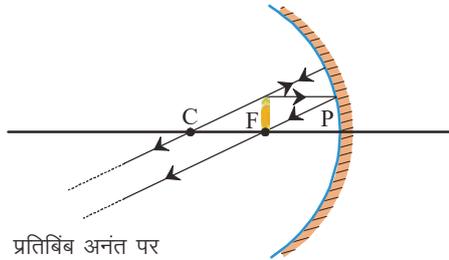
(2) जब वस्तु C पर हो।



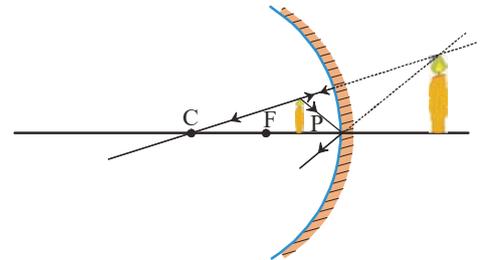
(3) जब वस्तु C के पीछे हो।



(4) जब वस्तु F व C के बीच हो।



(5) जब वस्तु F पर हो।



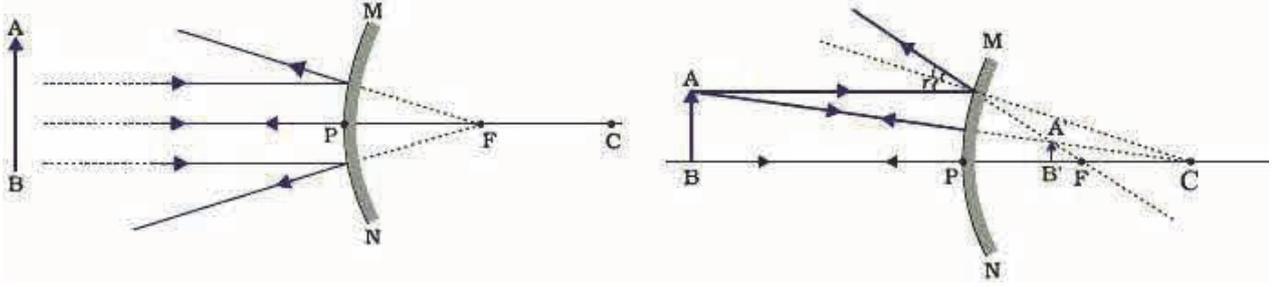
(6) जब वस्तु F व दर्पण के बीच हो।

चित्र-11

(ब) उत्तल दर्पण द्वारा बनने वाले प्रतिबिंब के किरण आरेख

उत्तल दर्पण द्वारा बने प्रतिबिंब का अध्ययन करने के लिए हम वस्तु की दो स्थितियों के बारे में विचार करेंगे। पहली स्थिति में वस्तु अनंत दूरी पर है तथा दूसरी स्थिति में वस्तु दर्पण से एक निश्चित दूरी पर है।

चित्र-12 के अनुसार, उत्तल दर्पण द्वारा बन रहे प्रतिबिंब की प्रकृति, स्थिति तथा आपेक्षित साइज को सारणी-2 में भरें।



(अ) जब वस्तु अनंत पर हो

(ब) जब वस्तु उत्तल दर्पण से एक निश्चित दूरी पर हो

चित्र-12

सारणी-2

| क्र.सं. | मोमबत्ती की उत्तल दर्पण से दूरी (u) | प्रतिबिंब की दर्पण से दूरी (v) | प्रतिबिंब का आकार बड़ा/छोटा/समान | प्रतिबिम्ब सीधी/उल्टी | वास्तविक/आभासी |
|---------|--|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------|
| 1. | अनंत पर | | | | |
| 2. | अनंत तथा दर्पण के ध्रुव P के बीच कहीं भी | | | | |

अवतल दर्पण में परावर्तित किरणें वास्तविक रूप से मिलती हैं। जबकि उत्तल दर्पण में परावर्तित किरणें किसी बिंदु से आती हुई प्रतीत होती हैं या आभासी रूप से मिलती हुई प्रतीत होती हैं। आभासी प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकाश की किरण आरेखों में परावर्तित किरणों को पीछे बढ़ाकर ज्ञात की जाती है। किरणों के इस आभासी भाग को बिंदुवत् रेखाओं द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

क्या आपने यह नोट किया कि वास्तविक प्रतिबिंब सदैव उलटा बनता है और आभासी प्रतिबिंब सदैव सीधा बनता है?

प्रश्न :

- बताइए कि आप समतल, अवतल तथा उत्तल दर्पणों की पहचान स्पर्श करके व प्रतिबिंब देखकर किस प्रकार कर सकते हैं?

13.2.3 गोलीय दर्पण से संबंधित विभिन्न राशियों में अंतर्संबंध

वस्तु की गोलीय दर्पण से भिन्न-भिन्न स्थितियों में बनने वाले प्रतिबिंब की गोलीय दर्पण से दूरी भी भिन्न-भिन्न होती है और प्रतिबिंबों के आकार भी भिन्न-भिन्न होते हैं। क्या इन विभिन्न स्थितियों में दर्पण से संबंधित भौतिक राशियों में कोई एक निश्चित संबंध हो सकता है। इस प्रश्न को ध्यान में रखते हुए हम यहाँ दर्पण से संबंधित विभिन्न राशियों को सर्वप्रथम चर एवं अचर राशियों में बांटने की कोशिश करते हैं। किसी एक गोलीय दर्पण के लिए ये राशियाँ निम्न हैं।

1. अचर राशियाँ— इन राशियों का मान एक दर्पण के लिये निश्चित होता है।
2. चर राशियाँ— इन राशियों का मान एक दर्पण के लिये बदलता रहता है।

इन राशियों को हम सारणी में सूचीबद्ध करके अध्ययन करेंगे।

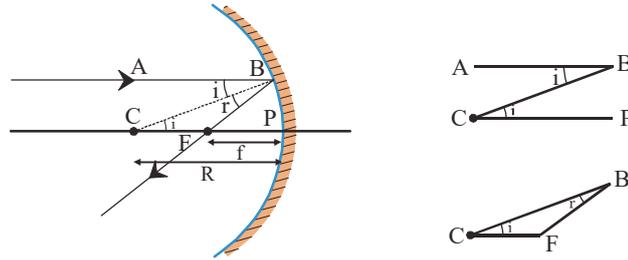
| अचर राशियाँ | चर राशियाँ |
|------------------------------|--------------------------------|
| दर्पण की फोकस दूरी (f) | वस्तु की दर्पण से दूरी (u) |
| दर्पण की वक्रता त्रिज्या (R) | प्रतिबिंब की दर्पण से दूरी (v) |
| वस्तु की लंबाई (h) | प्रतिबिंब की लंबाई (l) |
| | दर्पण की आवर्धन क्षमता (m) |

अब हम इन राशियों के मध्य संबंधों को सूत्र के रूप में समझने का प्रयास करते हैं।

13.2.4 गोलीय दर्पण की फोकस दूरी (f) एवं वक्रता त्रिज्या (R) में संबंध

गोलीय दर्पण के इन अचर राशियों f व R में संबंध स्थापित करने के लिये हम गोलीय अवतल दर्पण लेते हैं। तथा किरण आरेख की सहायता से पूर्व में पढ़ी गई गणितीय अवधारणाओं का उपयोग करते हुए संबंध स्थापित करेंगे।

इसके लिये निम्नांकित चित्रानुसार एक अवतल दर्पण लेते हैं जिसका मुख्य अक्ष CP, ध्रुव P, फोकस बिन्दु F, तथा वक्रता केन्द्र C है।



चित्र-13

चित्रानुसार हम देखते हैं कि मुख्य अक्ष के समांतर आने वाली किरण AB अवतल दर्पण से परावर्तित होकर फोकस F से होकर जाती है। अतः यह CB गोलीय दर्पण की परिधि के बिन्दु B पर खींची जाने वाली स्पर्श रेखा पर लंब होगी।

अतः

$$\angle ABC = \angle CBF \text{ (परावर्तन के नियम से)(1)}$$

चूँकि AB मुख्य अक्ष (CP) के समांतर (AB || CP) है। और BC उन्हें काटती है।

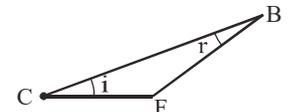
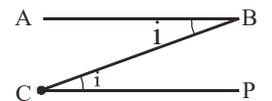
$$\text{अतः } \angle ABC = \angle BCF \text{ (एकांतर कोण बराबर) (2)}$$

अब $\triangle CBF$ में

समी. 1 व 2 से

$$\angle BCF = \angle CBF$$

$$\text{अतः } CF = BF \text{ (समान कोण के सामने की भुजा बराबर होती है।) (3)}$$



यदि बिन्दु B दर्पण के ध्रुव P के अत्यंत समीप हो और दर्पण की वक्रता कम हो तो

$$BF = PF \dots\dots\dots(4)$$

अतः समी. (3) व (4) से

$$CF = PF \dots\dots\dots(5)$$

अब

$$PC = CF + PF$$

परंतु (5) से

$$PC = PF + PF$$

$$PC = 2PF$$

$$PF = \frac{PC}{2}$$

अर्थात् फोकस दूरी = $\frac{1}{2}$ वक्रता त्रिज्या

$$\text{अतः } f = \frac{R}{2}$$

अतः किसी गोलीय (अवतल) दर्पण की फोकस दूरी, उसकी वक्रता त्रिज्या की आधी होती है।

यह संबंध उत्तल दर्पण के लिए भी सत्य है।

(यह संबंध अधिक वक्रता त्रिज्या वाले गोलीय दर्पणों में तथा ध्रुव के निकटस्थ बिन्दुओं के लिये ही मान्य है।)

13.2.5 गोलीय दर्पण की फोकस दूरी (f), दर्पण से वस्तु की दूरी (u) व प्रतिबिंब की दूरी (v) में संबंध (दर्पण का सूत्र)

गोलीय दर्पण में ध्रुव से वस्तु दूरी (u) कहलाती है। दर्पण के ध्रुव से प्रतिबिंब की दूरी, प्रतिबिंब दूरी (v) कहलाती है। ध्रुव से मुख्य फोकस की दूरी, फोकस दूरी (f) कहलाती है। इन तीनों राशियों के बीच एक संबंध है जिसे दर्पण सूत्र द्वारा प्रस्तुत किया जाता है।

इस सूत्र को निम्न प्रकार व्यक्त करते हैं :

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

यह संबंध सभी प्रकार के गोलीय दर्पणों के लिए तथा वस्तु की सभी स्थितियों के लिए मान्य हैं। प्रश्नों को हल करते समय, जब आप दर्पण सूत्र में आए f तथा R के मान प्रतिस्थापित करें तो आपको नयी कार्तीय चिह्न परिपाटी का प्रयोग करना चाहिए।

अवतल दर्पण के लिए u तथा f के मान सदैव ऋणात्मक होते हैं। वास्तविक प्रतिबिंब के लिए v का मान ऋणात्मक तथा आभासी प्रतिबिंब के लिए v का मान धनात्मक होता है।

13.2.6 आवर्धन (Magnification)

गोलीय दर्पण द्वारा उत्पन्न आवर्धन वह आपेक्षिक विस्तार है जिससे ज्ञात होता है कि कोई प्रतिबिंब वस्तु की अपेक्षा कितना गुना आवर्धित है। इसे प्रतिबिंब की ऊँचाई तथा वस्तु की ऊँचाई के अनुपात के रूप में व्यक्त किया जाता है।

यदि h वस्तु की ऊँचाई हो तथा I प्रतिबिंब की ऊँचाई हो तो गोलीय दर्पण द्वारा प्राप्त आवर्धन (m) प्राप्त होगा—

$$m = \frac{\text{प्रतिबिंब की ऊँचाई } (I)}{\text{वस्तु की ऊँचाई } (h)}$$

आवर्धन m वस्तु दूरी (u) तथा प्रतिबिंब दूरी (v) से भी संबंधित है। इसे लिखा जा सकता है।

$$\text{आवर्धन } m = \frac{(I)}{(h)} = -\frac{v}{u}$$

स्पष्ट है कि यह समीकरण प्रतिबिंब की लम्बाई I व वस्तु की लम्बाई h में तुलनात्मक अनुपात को व्यक्त करती है। हम जानते हैं कि किसी दर्पण के लिए वस्तु की लम्बाई निश्चित होती है परन्तु वस्तु की विभिन्न स्थितियों के संगत प्रतिबिंब की लम्बाई परिवर्तित होती है।

$$\text{यदि } I = h \text{ तब } \frac{I}{h} = 1$$

$$\text{यदि } I > h \text{ तब } \frac{I}{h} > 1$$

$$\text{तथा } I < h \text{ तब } \frac{I}{h} < 1$$

ध्यान दीजिए, वस्तु की ऊँचाई धनात्मक ली जाती है क्योंकि वस्तु प्रायः मुख्य अक्ष के ऊपर रखी जाती है। आभासी प्रतिबिंबों के लिए प्रतिबिंब की ऊँचाई धनात्मक लेनी चाहिए। तथापि वास्तविक प्रतिबिंबों के लिए इसे ऋणात्मक लेना चाहिए। आवर्धन के मान में ऋणात्मक चिह्न से ज्ञात होता है कि प्रतिबिंब वास्तविक है। आवर्धन के मान में धनात्मक चिह्न बताता है कि प्रतिबिंब आभासी है।

13.2.7 गोलीय दर्पणों के उपयोग

(अ) अवतल दर्पण का उपयोग

अवतल दर्पणों का उपयोग सामान्यतः टॉर्च, सर्चलाइट तथा वाहनों के अग्रदीपों (headlights) में प्रकाश का शक्तिशाली समांतर किरण पुंज प्राप्त करने के लिए किया जाता है। इन्हें प्रायः चेहरे का बड़ा प्रतिबिंब देखने के लिए शेविंग दर्पणों (shaving mirrors) के रूप में उपयोग करते हैं। दंत विशेषज्ञ अवतल दर्पणों का उपयोग मरीजों के दाँतों का बड़ा प्रतिबिंब देखने के लिए करते हैं। सौर भट्टियों में सूर्य के प्रकाश को केंद्रित करने के लिए बड़े अवतल दर्पणों का उपयोग किया जाता है।

(ब) उत्तल दर्पण का उपयोग

उत्तल दर्पणों का उपयोग सामान्यतः वाहनों के पश्च-दृश्य (wing) दर्पणों के रूप में किया जाता है। ये दर्पण वाहन के पार्श्व (side) में लगे होते हैं तथा इनमें ड्राइवर अपने पीछे के वाहनों को देख सकते हैं जिससे

वे सुरक्षित रूप से वाहन चला सकें। उत्तल दर्पणों को इसलिए भी प्राथमिकता देते हैं, क्योंकि ये सदैव सीधा प्रतिबिंब बनाते हैं यद्यपि वह छोटा होता है। इनका दृष्टि-क्षेत्र भी बहुत अधिक है क्योंकि ये बाहर की ओर वक्रित होते हैं। अतः समतल दर्पण की तुलना में उत्तल दर्पण ड्राइवर को अपने पीछे के बहुत बड़े क्षेत्र को देखने में समर्थ बनाते हैं।

उदाहरण-1 : 15 सेमी फोकस वाले गोलीय उत्तल दर्पण के ध्रुव से 10 सेमी दूरी पर एक वस्तु स्थित है। दर्पण द्वारा बनने वाले प्रतिबिंब की स्थिति प्रकृति एवं आकार ज्ञात कीजिए।

हल : गोलीय उत्तल दर्पण की फोकस दूरी (f) = +15 cm

वस्तु की दूरी $u = -10$ cm

(यहाँ ऋण (-) चिन्ह कार्तिय निर्देशांक पद्धति के अनुसार लिया है)

हम जानते हैं कि

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

u व f के मान रखने पर

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{-10} + \frac{1}{v}$$

पक्षांतरण करने पर

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{2+3}{30}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{6}$$

अतः $v = 6$ सेमी

पुनः रेखीय आवर्धन $m = \frac{-v}{u}$

u व v का मान रखने पर

$$m = \frac{-6}{-10}$$

$$m = 0.6$$

अतः गोलीय उत्तल दर्पण द्वारा वस्तु का प्रतिबिंब दर्पण के ध्रुव से 6 सेमी दूरी पर बनेगा। v का धनात्मक मान आभासी प्रतिबिंब को दर्शाता है। m का धनात्मक व 1 से छोटा मान प्रतिबिंब के सीधा एवं वस्तु से छोटा होने को दर्शाता है।

13.3 गोलीय सतह द्वारा अपवर्तन

आपने कुछ लोगों को पढ़ने के लिए अथवा दूर की वस्तुओं को देखने के लिए चश्में का प्रयोग करते देखा होगा। क्या आपने कभी चश्में के पृष्ठ को छूकर देखा है? इसका पृष्ठ समतल होता है या वक्रिय? क्या यह बीच से मोटा होता है या किनारों से?



हमने पिछले अध्याय में समतल सतह से अपवर्तन के बारे में पढ़ा था। इस अध्याय में हम वक्रिय सतहों से अपवर्तन के बारे में जानेंगे।

13.3.1 लेंस द्वारा अपवर्तन

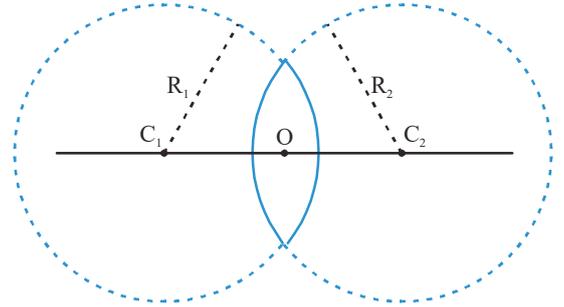
लेंस एक ऐसा पारदर्शी माध्यम है जो दो पृष्ठों से घिरा होता है जिनमें से कम से कम एक पृष्ठ वक्रिय होता है। इस प्रकार के लेंसों में प्रकाश किरणें या तो एक बिंदु पर एकत्रित होती हैं (अभिसरित) (converge) अथवा प्रकाश किरणें फैल जाती हैं (अपसरित) (diverge)।

किसी लेंस में बाहर की ओर उभरे दोनों गोलीय पृष्ठ हो तो वह द्वि-उत्तल या केवल उत्तल लेंस कहलाता है। यह किनारों की अपेक्षा बीच में मोटा होता है।

हम केवल ऐसे लेंस की बात करेंगे जो पतले होते हैं, अर्थात् उनकी मोटाई नगण्य होती है।

13.3.2 गोलीय लेंसों से सम्बन्धित कुछ मुख्य परिभाषाएँ

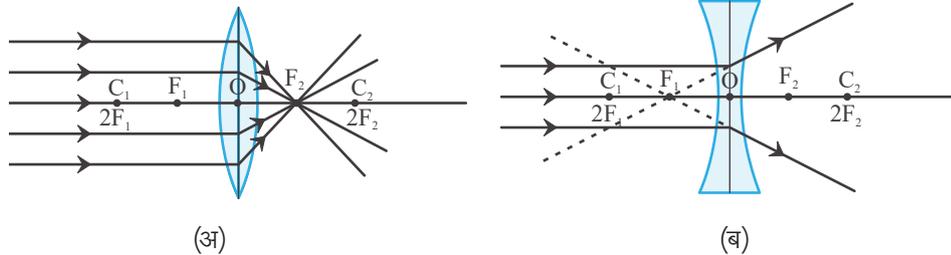
लेंस की प्रत्येक वक्रिय सतह भी किसी वक्र का भाग होती है। यदि लेंस में दो वक्रिय सतह हैं, तो दो वक्रता केन्द्र भी होंगे। इन्हें C_1 व C_2 से प्रदर्शित किया जाता है। वक्रता केन्द्र से लेंस के केन्द्र की दूरी वक्रता त्रिज्या (R) कहलाती है। दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्या क्रमशः R_1 व R_2 कहलाती है। C_1 व C_2 को जोड़ने वाली सरल रेखा मुख्य अक्ष होती है। किसी पतले लेंस का केन्द्रीय बिंदु प्रकाशिक बिन्दु (O) कहलाता है।



चित्र-14

लेंस की वृत्तकार रूपरेखा का प्रभावी व्यास इसका द्वारक कहलाता है।

- क्या आप लेंस का मुख्य फोकस बिंदु पता लगा सकते हैं? क्रियाकलाप-2 के समान कोशिश करके देखें। सोचिए— जब हम प्रकाश की समानान्तर किरणों को लेंस से गुज़ारते हैं तो क्या होता है?



चित्र-15

चित्र (अ) ध्यानपूर्वक देखिए।

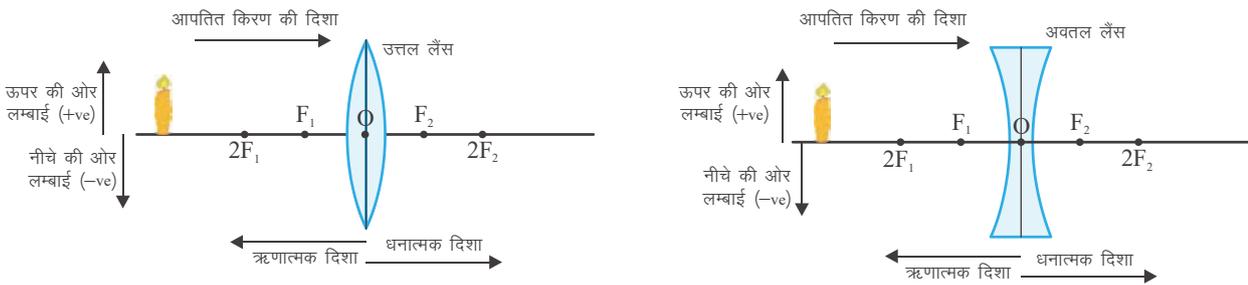
उत्तल लेंस पर मुख्य अक्ष के समांतर प्रकाश की किरणें लेंस से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष पर एक बिन्दु पर अभिसरित हो जाती है।

मुख्य अक्ष पर यह बिन्दु लेंस का मुख्य फोकस (F_1) कहलाता है। मुख्य फोकस से प्रकाशिक केन्द्र (O) की दूरी फोकस दूरी (f) कहलाती है।

द्वि-अवतल लेंस अंदर की ओर वक्रित दो गोलीय पृष्ठों से घिरा होता है यह बीच से पतला व किनारों से मोटा होता है। इसे अवतल लेंस भी कहते हैं। जब अवतल लेंस पर मुख्य अक्ष के समांतर प्रकाश की अनेक किरणें आपतित होती हैं तो लेंस से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के एक बिन्दु से अपसरित होती प्रतीत होती हैं। यह बिन्दु अवतल लेंस का मुख्य फोकस कहलाता है। अवतल व उत्तल लेंस में दो फोकस बिन्दु होते हैं जो प्रकाशिक केन्द्र से दोनों ओर समान दूरी पर होते हैं। फोकस तल, मुख्य अक्ष के अभिलंब वह तल होता है जो फोकस बिन्दु पर बनता है।

13.3.3 गोलीय लेंसों के लिए चिह्न-परिपाटी

लेंसों के लिए, हम गोलीय दर्पणों जैसी ही चिह्न-परिपाटी अपनाएँगे। दूरियों के चिह्नों के निर्धारण के लिए हम यहाँ भी उन्हीं नियमों को अपनाएँगे। दर्पणों के समान लेंसों में भी सभी माप उनके प्रकाशिक केंद्र से लिए जाते हैं। परिपाटी के अनुसार उत्तल लेंस की फोकस दूरी धनात्मक होती है जबकि अवतल लेंस की फोकस दूरी ऋणात्मक होती है। आपको ध्रुव से प्रतिबिंब की दूरी v तथा लेंस की फोकस दूरी f , वस्तु की ऊँचाई h तथा प्रतिबिंब ऊँचाई h' के मान में उचित चिह्नों का चयन करने में सावधानी बरतनी चाहिए।



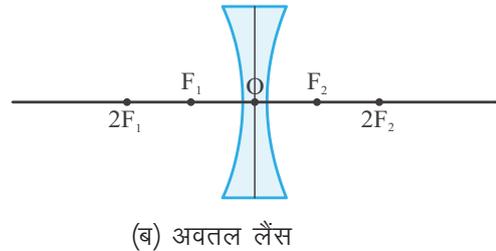
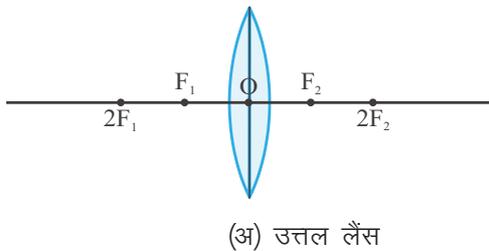
चित्र-16

13.3.4 गोलीय लेंस से प्रतिबिंब रचना के नियम

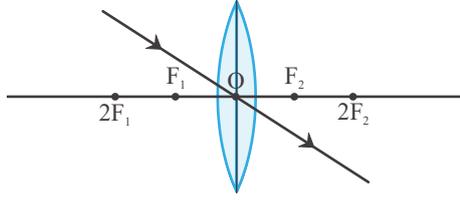
लेंस की मोटाई कम होने के कारण हम किरण आरेख के लिए लेंस को दो सतहों के स्थान पर एक ही सतह की भांति मानेंगे।

अपवर्तन के नियमों के अनुसार नीचे दिए गए किरण आरेखों का अध्ययन करें। आपस में चर्चा करें कि—

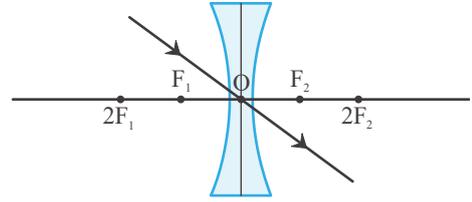
- मुख्य अक्ष पर गमन कर रही प्रकाश किरण की दिशा अपवर्तन के पश्चात् कैसी होगी?



- प्रकाशिक केन्द्र से गुजरने वाली प्रकाश किरण की दिशा क्या होगी?

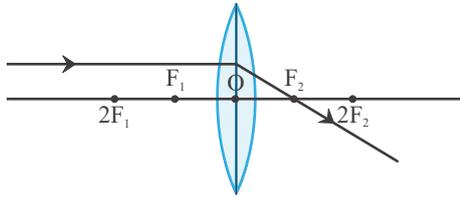


(अ) उत्तल लेंस

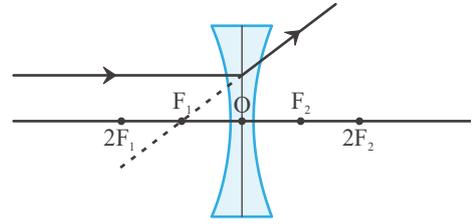


(ब) अवतल लेंस

- मुख्य अक्ष के समानान्तर गमन कर रही प्रकाश किरणों का क्या होगा?

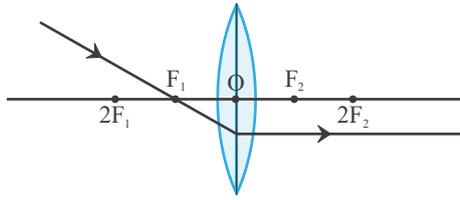


(अ) उत्तल लेंस

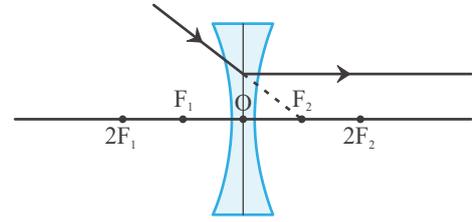


(ब) अवतल लेंस

- फोकस बिन्दु से गुज़रने वाली किरण का क्या होगा?



(अ) उत्तल लेंस

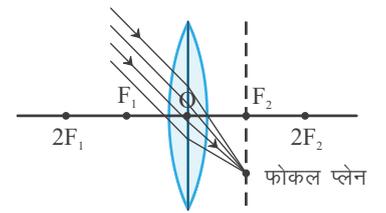


(ब) अवतल लेंस

चित्र-17

एक अन्य स्थिति के बारे में विचार कीजिए। यदि प्रकाश की कुछ समानान्तर किरणें मुख्य अक्ष से किसी कोण पर लेंस पर पड़े तो क्या होगा?

इस स्थिति में किरणें फोकल प्लेन पर किसी बिन्दु से गुजरती नज़र आएगी (उत्तल लेंस के लिए) अथवा अपसरित होती प्रतीत होंगी (अवतल लेंस के लिए) (चित्र-18 देखें)।

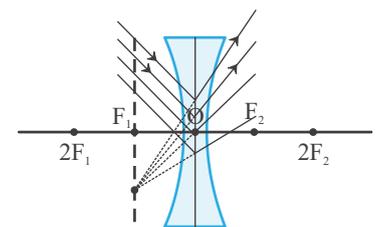


13.3.5 गोलीय लेंस द्वारा प्रतिबिंब बनना

क्रियाकलाप-5

एक उत्तल लेंस लें और उसकी फोकस दूरी ज्ञात करें। अथवा ऐसा लेंस लें जिसकी फोकस दूरी आपको ज्ञात हो।

अब v स्टैण्ड की सहायता से लेंस को एक स्केल के पास सेट करें। ऐसा आपने क्रियाकलाप 4 में दर्पण के लिए भी किया था।



चित्र-18

लेंस के दोनों ओर F को चॉक से निशान लगाकर F_1 और F_2 अंकित करें। इसी प्रकार $2F_1$ व $2F_2$ भी अंकित करें।

एक जलती हुई मोमबत्ती को बायीं ओर $2F_1$ से काफी दूर रखिए। लेंस के विपरीत दिशा में रखे पर्दे पर इसका स्पष्ट व तीक्ष्ण प्रतिबिंब प्राप्त करें। प्रतिबिंब की प्रकृति, स्थिति तथा आपेक्षिक साइज़ नोट करें।

इसी प्रकार अब मोमबत्ती को सारणी में दी हुई अन्य स्थितियों पर रखकर अपने अवलोकनों को सारणी में भरें।

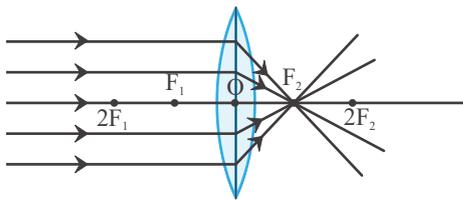
सारणी-3

| क्र.सं. | मोमबत्ती की उत्तल लेंस से दूरी (u) | कागज़/प्रतिबिंब की दर्पण से दूरी (v) | प्रतिबिंब का आकार बड़ा/छोटा/समान | प्रतिबिम्ब सीधी/उल्टी | वास्तविक/आभासी |
|---------|---|--|----------------------------------|-----------------------|----------------|
| 1. | जब वस्तु अनंत पर हो | | | | |
| 2. | $2F_1$ के पीछे हो। | | | | |
| 3. | $2F_1$ पर हो | | | | |
| 4. | $2F_1$ व F_1 के बीच हो। | | | | |
| 5. | F_1 पर हो। | | | | |
| 6. | F_1 तथा प्रकाशिक केन्द्र O के बीच हो। | | | | |

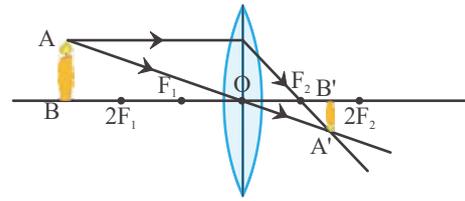
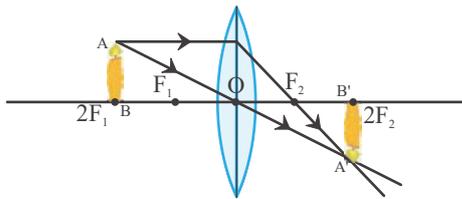
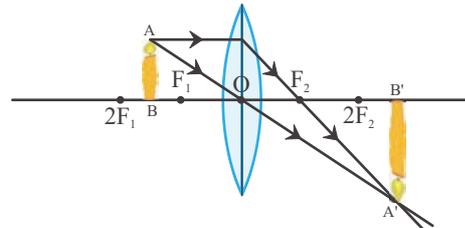
13.3.6 वस्तु की विभिन्न स्थितियों के लिए गोलीय लेंसों द्वारा बने प्रतिबिंब के किरण आरेख

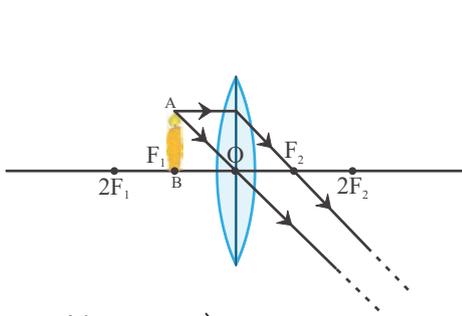
(अ) उत्तल लेंस के किरण आरेख

सारणी-3 के अनुसार उत्तल लेंस से बने प्रतिबिंब के किरण आरेख चित्र-19 में दिए गए हैं-

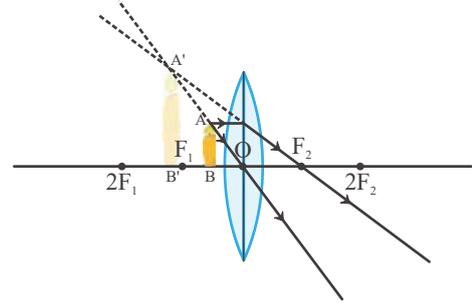


(1) जब वस्तु अनंत पर हो

(2) $2F_1$ के पीछे हो।(3) $2F_1$ पर हो(4) $2F_1$ व F_1 के बीच हो।



(5) F_1 पर हो।



(6) F_1 तथा प्रकाशिक केन्द्र O के बीच हो।

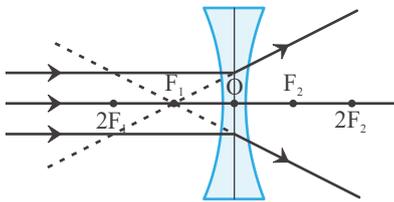
चित्र-19

जब हम वस्तु को फोकस बिन्दु व प्रकाशिक बिंदु के बीच रखते हैं तो हमें एक आभासी सीधा व आवर्धित प्रतिबिंब प्राप्त होता है। यह लेंस के उसी ओर बनता प्रतीत होता है जिस ओर वस्तु रखी गयी हो।

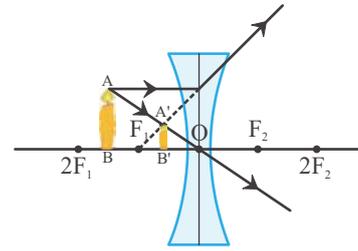
उत्तल लेंस के इस प्रकृति का उपयोग सरल सूक्ष्मदर्शी बनाने के लिए किया जाता है। जब वस्तु को लेंस से फोकस दूरी से कम दूरी पर रखा जाता है तब आवर्धित व सीधा प्रतिबिंब प्राप्त होता है।

(ब) अवतल लेंस के किरण आरेख

इसी प्रकार अवतल लेंस के लिए मुख्य अक्ष पर वस्तु को विभिन्न दूरियों पर रख कर किरण आरेख बनाएँ। आप पाएंगे कि अवतल लेंस में प्रत्येक स्थिति के लिए प्रतिबिंब वस्तु से छोटा, सीधा, आभासी व फोकस बिन्दु व प्रकाशिक बिंदु के बीच ही प्राप्त होता है।



(1) जब वस्तु अनंत पर हो



(2) वस्तु अनंत व प्रकाशिक केन्द्र O के बीच किसी बिंदु पर हो।

चित्र-20

आरेख के अनुसार अवतल लेंस द्वारा बन रहे प्रतिबिंब की स्थिति, प्रकृति व साइज को नीचे दी गई सारणी-4 में भरें-

सारणी-4

| क्र.सं. | मोमबत्ती की अवतल लेंस से दूरी (u) | कागज़/प्रतिबिंब की दर्पण से दूरी (v) | प्रतिबिंब का आकार बड़ा/छोटा/समान | सीधी/उल्टी | वास्तविक/आभासी |
|---------|---|--|----------------------------------|------------|----------------|
| 1. | अनंत पर | | | | |
| 2. | अनंत व प्रकाशिक केंद्र O के बीच कहीं भी | | | | |

13.3.7 लेंस से संबंधित विभिन्न राशियों में अंतर्संबंध

पूर्व की भांति इन राशियों को हम सारणी में सूचीबद्ध करके अध्ययन करेंगे।

| क्र. | अचर राशियाँ | चर राशियाँ |
|------|------------------------------|-------------------------------|
| 1. | लेंस की फोकस दूरी (f) | वस्तु की लेंस से दूरी (u) |
| 2. | लेंस की वक्रता त्रिज्या (2f) | प्रतिबिंब की लेंस से दूरी (v) |
| 3. | वस्तु की लंबाई (h) | प्रतिबिंब की लंबाई (I) |
| 4. | लेंस की क्षमता (P) | लेंस की आवर्धन क्षमता (m) |

13.3.8 गोलीय लेंस की फोकस दूरी f, दर्पण से वस्तु की दूरी (u) व प्रतिबिंब की दूरी (v) में संबंध (लेंस का सूत्र)

जिस प्रकार हमने गोलीय दर्पणों के लिए सूत्र के बारे में पढ़ा था, उसी प्रकार गोलीय लेंसों के लिए भी लेंस सूत्र स्थापित किया गया है। यह सूत्र वस्तु की दूरी (u), प्रतिबिंब दूरी (v) तथा फोकस दूरी (f) के बीच संबंध प्रदर्शित करता है। लेंस सूत्र व्यक्त किया जाता है :

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

उपरोक्त लेंस सूत्र व्यापक है तथा किसी भी गोलीय लेंस के लिए, सभी स्थितियों में मान्य है। लेंसों से संबंधित प्रश्नों को हल करने के लिए लेंस सूत्र में आंकिक मान प्रतिस्थापित करते समय विभिन्न राशियों के उचित चिह्नों का ध्यान रखना चाहिए।

13.3.9 आवर्धन (Magnification)

किसी लेंस द्वारा उत्पन्न आवर्धन, किसी गोलीय दर्पण द्वारा उत्पन्न आवर्धन की ही भांति प्रतिबिंब की ऊँचाई तथा बिंब की ऊँचाई के अनुपात के रूप में परिभाषित किया जाता है। इसे अक्षर m द्वारा निरूपित किया जाता है। यदि वस्तु की ऊँचाई h हो तथा लेंस द्वारा बनाए गए प्रतिबिंब की ऊँचाई h' हो, तब लेंस द्वारा उत्पन्न आवर्धन प्राप्त होगा :

$$m = \frac{\text{प्रतिबिंब की ऊँचाई}}{\text{वस्तु की ऊँचाई}} = \frac{h'}{h}$$

लेंस द्वारा उत्पन्न आवर्धन, वस्तु दूरी u तथा प्रतिबिंब-दूरी v से भी संबंधित है। इस संबंध को व्यक्त करते हैं,

$$\text{आवर्धन } (m) = \frac{h'}{h} = \frac{v}{u}$$

13.3.10 लेंस की क्षमता (Power of lens)

हम पढ़ चुके हैं कि लेंस का मुख्य कार्य प्रकाश किरणों को मोड़ना है। हम जानते हैं कि उत्तल लेंस प्रकाश किरणों को मुख्य अक्ष की ओर मोड़ देता है। इसके विपरीत अवतल लेंस मुख्य अक्ष से दूर हटा देता है। किसी लेंस की प्रकाश किरणों को अभिसरित (उत्तल लेंस) अथवा अपसरित (अवतल लेंस) करने की क्षमता उसकी फोकस दूरी पर निर्भर करती है। कम फोकस दूरी वाले लेंस अधिक फोकस दूरी वाले लेंसों की तुलना में प्रकाश किरणों को अधिक मोड़ते हैं। अतः कम फोकस दूरी वाले लेंसों की क्षमता अधिक फोकस दूरी वाले लेंसों की क्षमता की तुलना में अधिक होती है।

उपरोक्त तथ्यों के आधार पर हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि लेंस की क्षमता उसकी फोकस दूरी का व्युत्क्रम होती है जब 'f' मीटर में हो। इसे अक्षर P द्वारा व्यक्त करते हैं। अतः f फोकस दूरी वाले लेंस की

$$\text{लेंस क्षमता (P)} = \frac{1}{\text{फोकस दूरी (f)}}$$

यहाँ फोकस दूरी 'f' मीटर में है। लेंस की क्षमता का SI मात्रक डाइऑप्टर है जिसे संकेत 'D' द्वारा दर्शाते हैं यदि f=1 मीटर हो, तो

$$\text{लेंस क्षमता P} = \frac{1}{1 \text{ मीटर}}$$

$$1 \text{ डाइऑप्टर} = \frac{1}{1 \text{ मीटर}}$$

इस प्रकार, 1 डाइऑप्टर उस लेंस की क्षमता है जिसकी फोकस दूरी 1 मीटर हो। चूंकि उत्तल लेंस के लिए f का मान धनात्मक होता है, अतः क्षमता P का मान भी धनात्मक होता है। इसके विपरीत, अवतल लेंस की क्षमता ऋणात्मक होती है क्योंकि f का मान ऋणात्मक होता है।

व्यावहारिक रूप में चश्मा बनाने वाले जब संशोधी लेंस बनाते हैं, उस समय वह लेंस की फोकस दूरी के स्थान पर लेंस की क्षमता का उपयोग करना पसंद करते हैं। यदि किसी लेंस की क्षमता +4.0 D है। तब धनात्मक मान उत्तल लेंस को दर्शाती है तथा उसकी फोकस दूरी निम्न होगी—

$$\text{लेंस की क्षमता (P)} = \frac{1}{\text{फोकस दूरी (f)}}$$

$$\begin{aligned} \text{अथवा फोकस दूरी (f)} &= \frac{1}{P} = \frac{1}{4.0 \text{ डाइऑप्टर}} \\ &= 0.25 \text{ मीटर} = 25 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

अतः उत्तल लेंस की फोकस दूरी 25 सेमी होगी।

13.3.11 लेंसों का उपयोग

दैनिक जीवन में हम अपनी विभिन्न क्रियाकलापों में अलग-अलग प्रकार के लेंसों का उपयोग करते हैं। सामान्यतः हम चश्मों में उत्तल, अवतल अथवा मिश्रित लेंसों का उपयोग करते हैं। पानी की फुहार में छोटी बूँदें भी उत्तल लेंस की तरह व्यवहार करती हैं। इसी प्रकार विभिन्न प्रकार के पारदर्शी बर्तनों या बोतल में भरा पानी या द्रव भी लेंस की ही तरह व्यवहार करता है। आभूषणों में प्रयोग में लाये जाने वाले पारदर्शी पदार्थ (हीरा या काँच) भी विभिन्न प्रकार के लेंसों का कार्य करते हैं।

सामान्यतः उत्तल एवं अवतल लेंसों का उपयोग हम विभिन्न प्रकाशिक उपकरणों में, जैसे फोटोग्राफिक कैमरा, प्रोजेक्टर, सूक्ष्मदर्शी, दूरदर्शी आदि में व्यापक रूप से करते हैं। मानव एवं जन्तुओं के नेत्रों में भी बाहरी वस्तुओं का प्रतिबिंब, नेत्र के भीतर उत्तल लेंस द्वारा बनता है।

उदाहरण-2 : एक उत्तल लेंस की फोकस दूरी 10 सेमी है। एक 2 सेमी लंबाई की वस्तु लेंस से 15 सेमी दूरी पर रखी है। लेंस द्वारा बने प्रतिबिंब की प्रकृति, स्थिति तथा आकार ज्ञात कीजिए। लेंस का आवर्धन भी ज्ञात कीजिए।

हल : उत्तल लेंस की फोकस दूरी $f = 10$ सेमी

वस्तु की लेंस से दूरी $u = -15$ सेमी

वस्तु की लंबाई $h = 2$ सेमी

हम जानते हैं कि

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$$

u , v तथा f का मान रखने पर

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{v} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{v} + \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{3 - 2}{30} = \frac{1}{30}$$

$v = 30$ सेमी

अतः लेंस से प्रतिबिंब की दूरी 30 सेमी है। v का धनात्मक मान वास्तविक तथा उल्टा प्रतिबिंब को दर्शाता है।

पुनः लेंस का रेखीय आवर्धन

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{v}{u}$$

u , v तथा h का मान रखने पर

$$\frac{h'}{2} = \frac{30}{-15}$$

$$h' = \frac{-30 \times 2}{15}$$

$h' = -4$ सेमी

पुनः हम जानते हैं कि लेंस का रेखीय आवर्धन

$$m = \frac{v}{u}$$

$$m = \frac{30}{-15}$$

$m = -2$

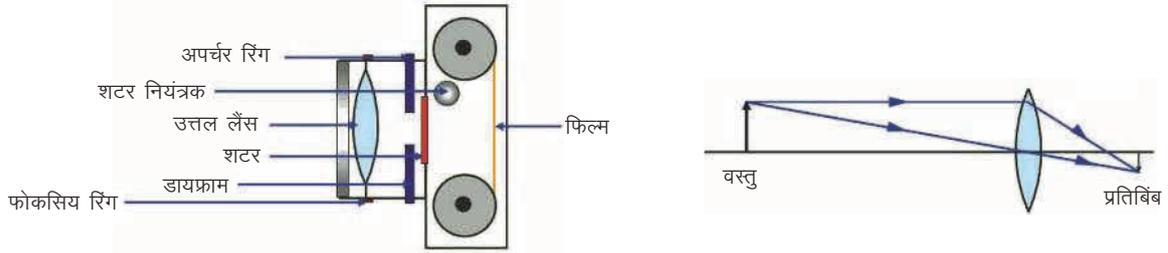
यहाँ m तथा h' के मान का ऋणात्मक चिन्ह उल्टा तथा वास्तविक प्रतिबिंब को दर्शाता है। अतः एक वास्तविक उल्टा तथा 4 सेमी लम्बा प्रतिबिंब लेंस से 30 सेमी दूरी पर बनता है। यह प्रतिबिंब वस्तु से दो गुना ज्यादा आवर्धित है।



13.4 लेंसों द्वारा बनने वाले कुछ प्रकाशिक यंत्र

1. फोटोग्राफिक कैमरा (Photographic Camera) – किसी वस्तु का स्थायी प्रतिबिंब प्राप्त करने के लिए फोटोग्राफिक कैमरे का उपयोग किया जाता है।

कैमरा धातु या प्लास्टिक का बना होता है जिसका आंतरिक भाग काला रखा जाता है। यह प्रकाश रोधी होता है। इस बॉक्स के आगे के भाग में उत्तल लेंस (अभिसारी) लगा होता है जिसका फोकस समंजित किया जा सकता है। इसकी फोकस दूरी कम होती है। इस लेंस को **अभिदृश्यक** लेंस कहते हैं। इस लेंस से बने प्रतिबिंब में कोई दोष नहीं होता है। लेंस के पीछे एक गोल परदा होता है जिसके बीच में एक छिद्र होता है, इसे डायफ्राम कहते हैं। इसके द्वारा कैमरे के अंदर आने वाली प्रकाश की मात्रा को नियंत्रित किया जाता है और फोटोग्राफिक फिल्म पर प्रतिबिंब बन जाता है। शटर के द्वारा आवश्यकतानुसार एक निश्चित समय के लिए प्रकाश फोटोग्राफिक फिल्म पर डाली जाती है। जिस वस्तु का फोटो खींचना होता है उसे लेंस के सामने लेंस की फोकस दूरी से दुगनी दूरी से अधिक दूरी पर रखा जाता है। इस स्थिति में फिल्म में वस्तु का छोटा, उल्टा एवं वास्तविक प्रतिबिंब बनता है।

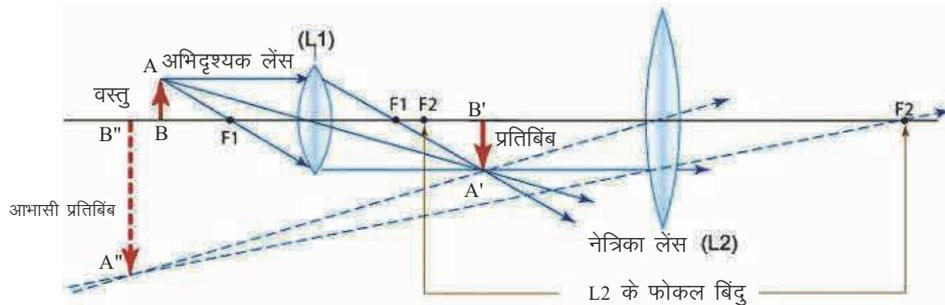


चित्र-21 (अ)

2. **सूक्ष्मदर्शी (microscope)**— एक साधारण उत्तल लेंस सूक्ष्मदर्शी कहलाता है जिसे हम "पढ़ने वाला" आवर्धक भी कहते हैं। यह यंत्र सूक्ष्म वस्तु का बड़ा प्रतिबिंब बनता है। कम फोकस दूरी वाला साधारण उत्तल लेंस एक सरल सूक्ष्मदर्शी (simple microscope) कहलाता है। एक से अधिक लेंस का उपयोग होने पर वह संयुक्त सूक्ष्मदर्शी (compound microscope) कहलाता है।

सरल या साधारण सूक्ष्मदर्शी— जब वस्तु उत्तल लेंस के प्रकाश केंद्र एवं लेंस के फोकस के मध्य रखी होती है, तब वस्तु का प्रतिबिंब सीधा, बड़ा एवं अभासी होता है।

संयुक्त या यौगिक सूक्ष्मदर्शी— इसमें एक खोखली नली के एक सिरे पर एक उत्तल लेंस L_1 लगा रहता है जो वस्तु की ओर रहता है। इसे अभिदृश्यक लेंस कहते हैं। दूसरे सिरे पर एक और खोखली नली लगी होती है। जो अभिदृश्यक वाली नली में चक्री द्वारा आगे पीछे खिसकायी जा सकती है। इस नली में नेत्रिका लेंस L_2 लगा होता है। चक्री द्वारा नली को आगे पीछे सरकाकर अभिदृश्यक लेंस और नेत्रिका लेंस के बीच की दूरी को बदला जा सकता है। अभिदृश्यक लेंस की फोकस दूरी तथा द्वारक कम होते हैं जबकि नेत्रिका लेंस की फोकस दूरी या द्वारक अभिदृश्यक की तुलना में कुछ अधिक होते हैं। इस प्रकार वस्तु AB का प्रथम प्रतिबिंब A'B' होता है जो लेंस L_2 के लिए वस्तु का कार्य करती है और अंतिम आवर्धित प्रतिबिम्ब A''B'' बनाती है।



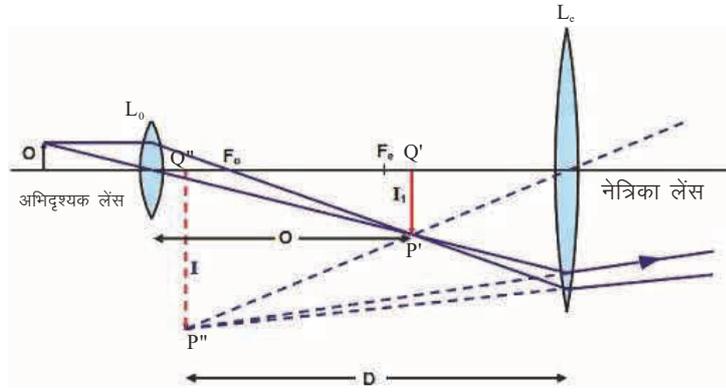
चित्र-21 (ब)

3. **दूरदर्शी (Telescope)**— यह वह प्रकाशिक यंत्र है जो दूर पर स्थित वस्तु का प्रतिबिंब आँख पर बनाता है। जिससे वस्तु स्पष्ट दिखाई देती है।

इसकी सहायता से चंद्रमा, तारें, ग्रह देखें जा सकते हैं इसके अतिरिक्त पृथ्वी पर स्थित दूर की वस्तुओं को देखने में भी इसका उपयोग किया जाता है।

आकाशीय या खगोलीय दूरदर्शी (Astronomical telescope)— इस यंत्र में दो उत्तल लेंस लगे होते हैं L_o और L_c सामने की ओर स्थित अभिदृश्यक लेंस की फोकस दूरी ($f_o + f_c$) के तुल्य होती है। यहाँ f_o अभिदृश्यक लेंस (L_o) की फोकस दूरी व f_c नेत्रिका लेंस (L_c) की फोकस दूरी है।

जब वस्तु दूर स्थित हो तो उससे चलने वाली किरणों का प्रतिबिंब लेंस L_o के द्वारा बनता है। अब यदि नेत्रिका लेंस L_c को समंजित किया जाए तो बना प्रतिबिंब $P'Q'$ नेत्रिका लेंस के लिए वस्तु का कार्य करता है। और वस्तु का बड़ा, वास्तविक व उल्टा प्रतिबिंब $P''Q''$ प्राप्त होता है।



चित्र-21 (स)

मुख्य बिन्दु (Keywords)

उत्तल दर्पण, ध्रुव, अवतल दर्पण, वक्रता केन्द्र, वक्रता त्रिज्या, मुख्य अक्ष, फोकस दूरी आवर्धन, लेंस, उत्तल लेंस, अवतल लेंस, द्वारक, अभिदृश्यक लेंस, नेत्रिका लेंस



हमने सीखा

- गोलीय दर्पण तथा लेंस वस्तुओं के प्रतिबिंब बनाते हैं। वस्तु की स्थिति के अनुसार प्रतिबिंब वास्तविक अथवा आभासी हो सकते हैं।
- सभी प्रकार के परावर्ती पृष्ठ परावर्तन के नियमों का पालन करते हैं। अपवर्ती पृष्ठ अपवर्तन के नियमों का पालन करते हैं।
- गोलीय दर्पणों तथा लेंसों के लिए नई कार्तीय चिन्ह-परिपाटी अपनाई जाती है।
- दर्पण सूत्र $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ वस्तु की दूरी (u) प्रतिबिंब दूरी (v) तथा गोलीय दर्पण की फोकस दूरी (f) में संबंध दर्शाता है।

- किसी गोलीय दर्पण की फोकस दूरी उसकी वक्रता त्रिज्या की आधी होती है। $f = \frac{R}{2}$
- किसी गोलीय दर्पण द्वारा उत्पन्न आवर्धन प्रतिबिंब की ऊँचाई तथा वस्तु की ऊँचाई का अनुपात होता है।

$$m = \frac{h'}{h}$$
- निर्वात में प्रकाश $3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ की चाल से गमन करता है। विभिन्न माध्यमों में प्रकाश की चाल भिन्न-भिन्न होती है।
- लेंस सूत्र $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ वस्तु दूरी (u) प्रतिबिंब दूरी (v) तथा गोलीय लेंस की फोकस दूरी (f) में संबंध दर्शाता है।
- किसी लेंस की क्षमता उसकी फोकस दूरी का व्युत्क्रम होती है। लेंस की क्षमता का मात्रक डाइऑप्टर है।
लेंस क्षमता (P) = $\frac{1}{\text{फोकस दूरी (f)}}$

अभ्यास प्रश्न

1. सही विकल्प चुनिए—

(i) अवतल लेंस होता है—

(अ) सदा अपसारी (ब) सदा अभिसारी

(स) न अभिसारी, न अपसारी (द) कभी अपसारी, कभी अभिसारी

(ii) यदि किसी वस्तु को दर्पण के ध्रुव और फोकस बिन्दु के बीच रखने पर सीधा प्रतिबिंब बने तथा फोकस और अनन्त के बीच किसी भी स्थान में रखने पर वास्तविक और उल्टा प्रतिबिंब बने तो, वह दर्पण होगा—

(अ) अवतल (ब) उत्तल

(स) समतल (द) उत्तल अथवा समतल

(iii) उत्तल दर्पण से बना प्रतिबिंब होता है सदैव—

(अ) वस्तु से छोटा (ब) वस्तु से बड़ा

(स) समान आकार का (द) वास्तविक

(iv) अवतल लेंस से बना प्रतिबिम्ब सदैव होता है—

(अ) छोटा तथा आभासी (ब) बड़ा तथा सीधा

(स) छोटा तथा उल्टा (द) छोटा तथा वास्तविक

(v) एक अवतल लेंस की फोकस दूरी 40 से.मी. है। एक वस्तु को लेंस से 40 से.मी. रखने पर, वस्तु का प्रतिबिंब बनेगा:—

(अ) अनंत दूरी पर (ब) लेंस के दूसरी ओर 40 से.मी. पर

(स) वस्तु के पीछे (द) लेंस तथा वस्तु के बीच में



(vi) एक लेंस को पुस्तक के पृष्ठ पर रखकर 3 से.मी. ऊपर उठाने से अक्षर कुछ बड़े तथा सीधे दिखाई देते हैं। लेंस की फोकस दूरी होगी:-

- (अ) 3 से.मी. (ब) 3 से.मी. से कम
(स) 3 से.मी. से अधिक (द) $1/3$ से.मी.

2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए-

(i) उत्तल दर्पण में प्रत्येक स्थिति में बना हुआ प्रतिबिंब वस्तु से एवं होता है।

(ii) उत्तल लेंस से वास्तविक तथा समान आकार का प्रतिबिंब प्राप्त करने हेतु वस्तु को रखना होगा

(iii) एक लेंस की क्षमता $+5D$ है तब लेंस की फोकस दूरी से.मी. होगी।

(iv) उत्तल लेंस की फोकस दूरी 25 से.मी. है तो उसकी क्षमता होगी।

3. गोलीय दर्पण की वक्रता त्रिज्या तथा फोकस दूरी में संबंध लिखिए।

4. किस-किस प्रकार के दर्पण में रेखीय आवर्धन 1 से छोटा, 1 के बराबर तथा 1 से अधिक होता है।

5. वाहनों के साइड दर्पण में उत्तल दर्पण का ही प्रयोग किया जाता है क्यों?

6. प्रतिबिंब को पर्दे पर प्राप्त करने के लिए कौन से दर्पण का प्रयोग करना उचित होगा।

7. समान्तर आपतित किरणों के परावर्तन के आरेख बनाकर स्पष्ट कीजिए कि किस प्रकार का दर्पण अभिसारी होता है तथा किस प्रकार का दर्पण अपसारी।

8. गोलीय दर्पण के लिये निम्न को परिभाषित कीजिए-

- (i) वक्रता केन्द्र (ii) वक्रता त्रिज्या (iii) ध्रुव (iv) द्वारक

9. लेंसों की अभिसारी एवं अपसारी प्रकृति की व्याख्या कीजिए।

10. लेंस की क्षमता क्या है? इसकी इकाई लिखिए।

11. लेंस से संबंधित चिन्ह परिपाटी लिखिए।

12. 50 सेमी फोकस दूरी वाले उत्तल लेंस तथा अवतल लेंस की क्षमता कितनी होगी?

13. 10 सेमी फोकस वाले गोलीय अवतल दर्पण के ध्रुव से 15 सेमी दूरी पर वस्तु स्थित है। दर्पण द्वारा बनने वाले प्रतिबिंब की प्रकृति, स्थिति तथा आवर्धन ज्ञात कीजिए। ($v = -30$ cm, $m = 2$)

14. एक गोलीय उत्तल दर्पण की वक्रता त्रिज्या 30 सेमी है। 5 सेमी लंबाई वाली एक वस्तु दर्पण के ध्रुव के 10 सेमी दूरी पर रखी हुई है। दर्पण द्वारा बनाने वाले प्रतिबिंब की प्रकृति स्थिति तथा लंबाई ज्ञात कीजिए। ($v = 6$ cm, $i = 3$ cm)

15. एक गोलीय अवतल दर्पण की फोकस दूरी 10 सेमी है। किसी वस्तु का 5 गुना बड़ा प्रतिबिंब के लिये वस्तु को दर्पण से कितनी दूरी पर रखी जाए कि प्रतिबिंब (i) वास्तविक हो (ii) आभासी हो? (i) $u = -12$ cm (ii) $u = -8$ cm)

16. एक गोलीय उत्तल दर्पण की वक्रता त्रिज्या 30 सेमी है दर्पण से 12 सेमी दूरी पर रखी वस्तु का प्रतिबिंब कहाँ और कैसा बनेगा? यदि दर्पण अवतल होता तो प्रतिबिंब कहाँ बनेगा? (उत्तल $v = 6.66$ cm, अवतल $v = 60$ cm.)

17. उत्तल दर्पण से 30 सेमी दूर रखी वस्तु का प्रतिबिंब 10 सेमी दूर बनता है। उत्तल दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।
18. एक अवतल लेंस की फोकस दूरी 12 से.मी. है यदि किसी वस्तु को लेंस के फोकस पर रखा जाय तो, प्रतिबिंब की स्थिति ज्ञात कीजिये? (अनन्त पर)
19. एक उत्तल लेंस की फोकस दूरी 15 से.मी. है। किसी वस्तु का वास्तविक एवं तीन गुण बड़ा प्रतिबिंब बनने के लिये वस्तु को लेंस के सामने कहाँ रखना पड़ेगा। (-20 से.मी.)
20. एक अवतल लेंस की फोकस दूरी 30 से.मी. है। लेंस के फोकस पर 30 से.मी. लंबी वस्तु रखने पर प्रतिबिंब की स्थिति तथा आकार की गणना कीजिए। ($V = -15$, $h' = 15$ cm.)
21. एक अवतल लेंस से 30 से.मी. दूरी पर वस्तु रखने से बनने वाले प्रतिबिंब का आकार वस्तु के आकार का $2/3$ बनता है। लेंस की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए। (-60 से.मी.)
22. 50 से.मी. फोकस दूरी वाले उत्तल लेंस द्वारा किसी वस्तु के बनने वाले प्रतिबिंब की स्थिति बताइये यदि वस्तु को लेंस से (i) 25 से.मी. (ii) 75 से.मी. की दूरी पर रखा जाये? (-50 से.मी., 150 से.मी.)
23. 1.5 D क्षमता वाले लेंस की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए। (50 से.मी.)
24. 20 से.मी. फोकस दूरी वाले अवतल लेंस की क्षमता ज्ञात कीजिये। (-5 D)