



पूर्ण संख्या एवं पूर्ण संख्या पर संक्रियाएँ

(WHOLE NUMBER AND OPERATIONS WITH WHOLE NUMBER)

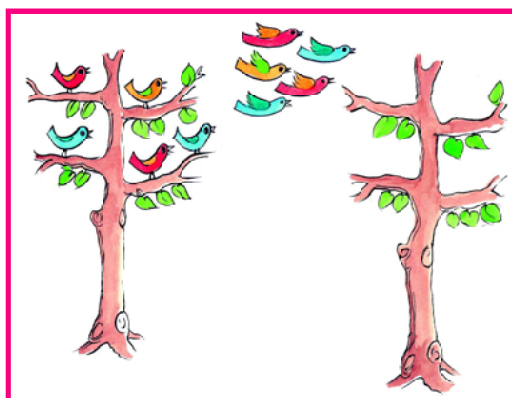
पूर्ण संख्या (Whole Number)

आपने पिछले पाठ में गणना संख्या अथवा प्राकृत संख्या के बारे में पढ़ा है।

1, 2, 3, 4, ... इत्यादि प्राकृत संख्याएँ हैं। क्या आप बता सकते हैं कि यदि किसी प्राकृत संख्या में से उसी प्राकृत संख्या को घटाया जाए तो शेषफल कितना होगा?

जैसे $2 - 2 = 0$, $5 - 5 = 0$, यहाँ 0 (शून्य) प्राप्त हो रहा है, क्या यह प्राकृत संख्या है ?

नहीं, शून्य प्राकृत संख्या नहीं है। परंतु हमें इसकी आवश्यकता है। यदि किसी पेड़ पर पाँच चिड़िया बैठी हों और पाँचों उड़ जाएँ, तो पेड़ पर बैठी चिड़ियाओं की संख्या क्या होगी? इस प्रश्न का जवाब देने के लिए गणना संख्या के साथ-साथ शून्य की भी आवश्यकता होगी। वह संख्याओं का समूह जिसमें गणना संख्या के साथ शून्य भी शामिल है **पूर्ण संख्या** कहलाती है। पूर्ण संख्या को W से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात्



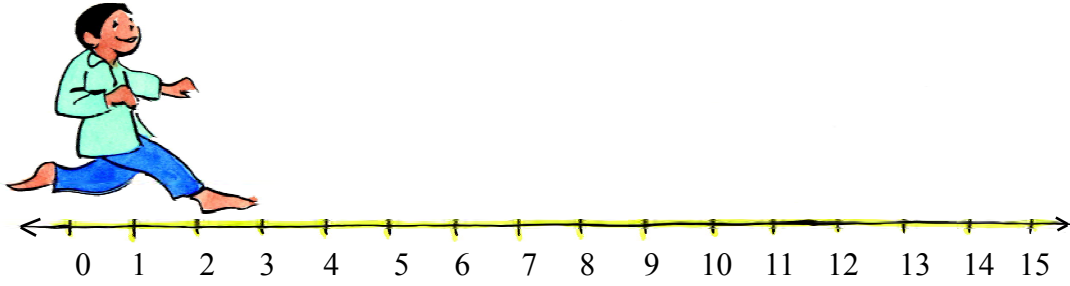
पूर्ण संख्या (W) = 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... इत्यादि।

आइये, शून्य को समझने का प्रयास करें :

- संगीता के पास 10 रु. हैं। उसने 7 रु. की कॉपी तथा 3 रु. का पेन खरीदा तो उसके पास कितने रुपये शेष बचे? $10 - 7 = 3$ (कॉपी का दाम कम किया)
 $3 - 3 = 0$ (पेन का दाम कम किया)
संगीता के पास शून्य रुपये बचे। इसे 0 चिन्ह द्वारा दर्शाते हैं।
- रामू की माँ ने रामू को 5 लड्डू दिए। रामू ने 2 लड्डू मोहन को खिला दिये और 3 रामू ने खा लिये। अब रामू के पास कितने लड्डू बचे?
- रहीम के पास 100 पेज की एक कॉपी है जिसमें उसने 80 पेज पर गणित तथा 20 पेज पर विज्ञान का कार्य किया है। उसकी इस कॉपी में कितने पेज भोश बचे?

पूर्ण संख्याओं को संख्या रेखा पर दर्शाना (Representing Whole Numbers on A Number Line)

पूर्ण संख्या को एक सरल रेखा पर दिखाने के लिए अपनी कॉपी में चित्रानुसार एक सरल रेखा खींचिए जिसमें समान दूरी पर कई चिह्न लगे हों।



चित्र 2

इसमें प्रारंभिक बिन्दु को 0 से दिखाएं। शून्य के दाँयी ओर के बिन्दुओं पर क्रम 1: 1, 2, 3, 4 — — — इत्यादि संख्याएँ लिखें। क्या संख्या रेखा को देखकर आप बता सकते हैं कि कौन-सी संख्या बड़ी है? इसके लिए सोचिए कि किसी संख्या के बायें ओर की संख्या उस संख्या से बड़ी होगी या छोटी ?

पूर्ण संख्याओं के गुण (The Properties of Whole Numbers)

- आप जानते हैं कि 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... इत्यादि पूर्ण संख्याएँ हैं। आइए, इनके गुणों का अध्ययन करें—
- 1) प्राकृत संख्या के सभी गुण पूर्ण संख्याओं के लिए भी सही हैं।
 - 2) सबसे छोटी पूर्ण संख्या 0 है।
 - 3) संख्या रेखा पर 0 से दाहिने ओर क्रमशः पूर्ण संख्या बढ़ते क्रम में दिखायी गयी है। अर्थात् $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 2$, - - -, $101 + 1 = 102$, $102 + 1 = 103$, $103 + 1 = 104$, - - -, इत्यादि।
 - 4) संख्या रेखा पर दाहिने ओर से बाँए ओर का क्रम घटते क्रम में है, जैसे4, 3, 2, 1, 0
 - 5) सबसे बड़ी पूर्ण संख्या नहीं दिखाई जा सकती। क्योंकि यदि आप कोई बड़ी से बड़ी संख्या सोचते हैं तो उसमें एक जोड़ कर उसकी अगली बड़ी संख्या प्राप्त की जा सकती है। जो उस संख्या की परवर्ती संख्या होगी।
 - 6) 50 की पूर्ववर्ती संख्या 49 है 17 की पूर्ववर्ती संख्या 16 है। क्या शून्य की भी पूर्ववर्ती संख्या होगी?

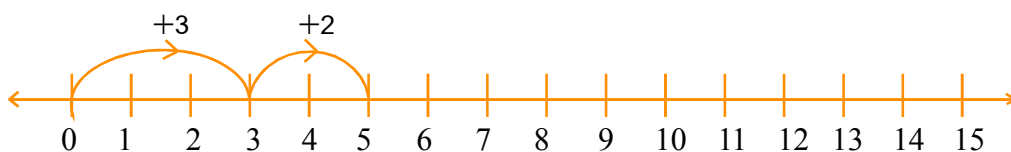
संख्या रेखा पर संक्रियाएँ (Operations on the Number Line)

1. पूर्ण संख्याओं का योग (Addition of Whole Numbers) —

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 1.

संख्या रेखा पर $3 + 2 = 5$ दिखाइए

1. संख्या रेखा बनाइए।
2. शून्य से दाहिनी ओर 3 स्थान चलें। (3 पर पहुँचें)
3. अब 3 से आगे दो स्थान चलें। (कहाँ पहुँचें?)
4. इस प्रकार अब शून्य से दूरी 5 है, अतः $3 + 2 = 5$ होगा।



चित्र 3

अभ्यास (Practice) 2.1

क. आप स्वयं भी इसी प्रकार संख्या रेखा बनाकर निम्न प्रश्नों की जांच करिए।

(i) $4 + 5$ (ii) $6 + 4$ (iii) $5 + 7$

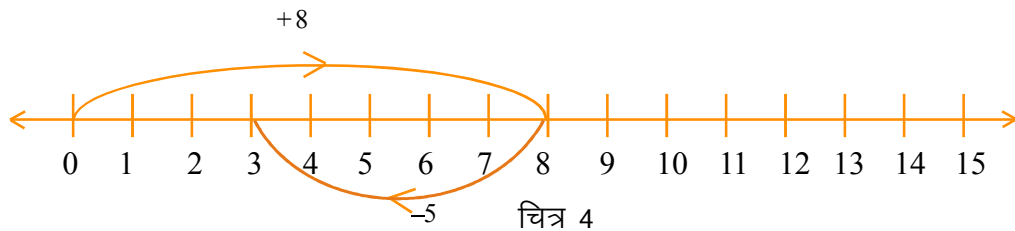
ख. क्या $3 + 4 = 4 + 3$ है ? संख्या रेखा पर जांचिए।

2 पूर्ण संख्याओं का घटाना (Subtraction of Whole Numbers)

संख्या रेखा पर किसी बड़ी पूर्ण संख्या से छोटी पूर्ण संख्या घटाई जा सकती है। यदि समान पूर्ण संख्या को घटाएँ तो अंतर 0 प्राप्त होता है। आइए, इसके लिए एक क्रियाकलाप करें।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 2.

$8 - 5 = 3$ को संख्या रेखा पर दर्शाना :



- 1) एक संख्या रेखा खींचिए।
- 2) 0 से 8 भाग दायीं ओर चलें।
- 3) अब 8 से 5 भाग बायीं ओर चलें। (घटाने के लिए बायीं ओर चलेंगे)
- 4) चूंकि आप की स्थिति 0 से 3 भाग दायीं ओर है, अतः $8 - 5 = 3$ होगा। सोचिए, छोटी संख्या से बड़ी संख्या घटाने पर भी क्या हमें पूर्ण संख्या मिलेगी?

अभ्यास (Practice) 2.2

संख्या रेखा बनाकर निम्नलिखित उदाहरणों की जांच करें।

(i) $6 - 2$ (ii) $7 - 4$ (iii) $8 - 3$

3. पूर्ण संख्याओं का गुणा (Multiplication of Whole Numbers)

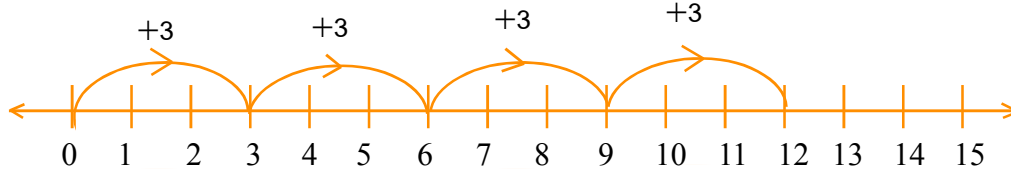
संख्या रेखा पर पूर्ण संख्या के गुणा को दर्शाया जा सकता है।

जैसे : $3 \times 4 = 12$ या $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

गुणा किसी संख्या को बार-बार जोड़ने की प्रक्रिया है। आइए, इसे संख्या रेखा पर करके देखें।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 3.

1) सर्वप्रथम संख्या रेखा खींचिए।



चित्र 5

0 से 3-3 के खाने बनाकर चार बार आगे बढ़ें इस प्रकार आप 0 से 3, 3 से 6, 6 से 9 तथा 9 से 12 पर पहुंचते हैं।

$$\text{अतः } 3 \times 4 = 12$$

अभ्यास (Practice) 2.3

1. संख्या रेखा पर निम्नलिखित प्रश्नों को दर्शाइए।

(i) 4×3

(ii) 3×2

(iii) 0×2

(iv) 2×3

(v) 3×3

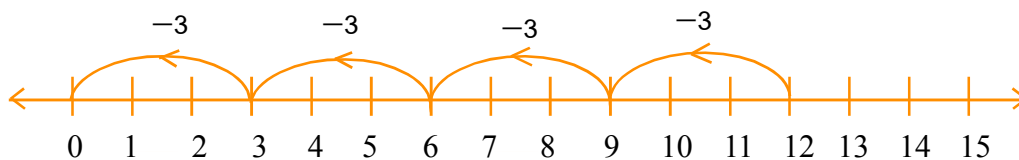
4. पूर्ण संख्याओं का भाग (Division of Whole Numbers)

क्या आप बता सकते हैं कि यदि 12 से 3-3 के खाने बनाकर कितनी बार बायीं ओर चलें कि 0 प्राप्त हो जाए। इस क्रिया को करने के लिए आइये, एक क्रियाकलाप करते हैं :

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 4.

आप जानते हैं कि भाग बार-बार घटाने की प्रक्रिया है।

$$\begin{array}{llll} \text{अतः } 12 \div 3 \text{ में, } & 12 - 3 = 9 & (\text{एक बार}) & 12 \text{ से } 3-3 \text{ खाने बनाकर बायीं ओर} \\ & 9 - 3 = 6 & (\text{दो बार}) & \text{चार बार चलने पर शून्य पर पहुंचते हैं।} \\ & 6 - 3 = 3 & (\text{तीन बार}) & \text{अतः } 12 \div 3 = 4 \\ & 3 - 3 = 0 & (\text{चार बार}) & \end{array}$$



चित्र 6

क्या आप संख्या रेखा पर दर्शाकर जाँच सकते हैं कि 8 को 3 से पूर्णतः भाग दिया जा सकता अथवा नहीं?

अभ्यास (Practice) 2.4

1. निम्नलिखित पूर्ण संख्याओं का भाग संख्या रेखा पर दिखाइए।

(i) $8 \div 2$ (ii) $8 \div 4$ (iii) $8 \div 1$ (iv) $8 \div 8$

स्थानीय मान (Place Value)

गणना के लिए 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 दस अंकों का प्रयोग किया जाता है। इस प्रणाली को दशमिक प्रणाली कहते हैं। दशमिक प्रणाली में दहाई की संख्या का स्थानीय मान इकाई की संख्या के स्थानीय मान का 10 गुणा, सैकड़ा की संख्या का स्थानीय मान दहाई की संख्या के स्थानीय मान का 10 गुणा तथा हजार की संख्या का स्थानीय मान सैकड़ा की संख्या के स्थानीय मान का 10 गुणा है। इससे आगे भी इसी प्रकार संख्या पद्धति में और बड़ी संख्याओं तक पहुंचते हैं।

जैसे : $769 = 7 \times 100 + 6 \times 10 + 9 \times 1$

769 में स्थानीय मान क्रमशः 700, 60, और 9 है –

स्थान	सैकड़ा	दहाई	इकाई
स्थानीय मान	7×100 $= 700$	6×10 $= 60$	9×1 $= 9$

यही कारण है कि 769 को $700 + 60 + 9$ के विस्तारित रूप से दिखाते हैं।

उदाहरण (Example) 1.

संख्या 4579 में 5 का स्थानीय मान बताइये।

हल :

यहां दी गयी संख्या 4579 में 5 सैकड़ा के स्थान पर है।

अतः 5 का स्थानीय मान $= 5 \times 100 = 500$

उदाहरण (Example) 2.

संख्या 3214 में सभी अंकों के स्थानीय मान लिखकर इसके सत्यता की जांच कीजिए।

हल :

संख्या 3214 में 4 इकाई के स्थान पर है, इसी प्रकार 1 दहाई, 2 सैकड़ा, व 3 हजार के स्थान पर है।

4 का स्थानीय मान $= 4 \times 1 = 4$

1 का स्थानीय मान $= 1 \times 10 = 10$

2 का स्थानीय मान $= 2 \times 100 = 200$

3 का स्थानीय मान $= 3 \times 1000 = 3000$

जाँच : $3214 = 3000 + 200 + 10 + 4 = 3214$

उदाहरण (Example) 3.

393237310 की परवर्ती (आगे की) संख्या ज्ञात कीजिए।

हल :

393237310 की परवर्ती संख्या

= 393237310 से 1 अधिक

= 393237311

उदाहरण (Example) 4.

393237310 की पूर्ववर्ती (पीछे की) संख्या ज्ञात कीजिए।

हल :

= 393237310 से एक कम

= 393237309

प्रश्नावली (EXERCISE) 2.1

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या कौन सी है?
2. कौन सी पूर्ण संख्या प्राकृत संख्या नहीं है?
3. वह पूर्ण संख्या बताइए जो 5 की पूर्ववर्ती है?
4. 45 की अगली तीन क्रमागत संख्याएँ लिखिए?
5. 41608 तथा 41806 में कौन सी संख्या बड़ी है?
6. नीचे दिए गए कथन सत्य है या असत्य पहचानिए :
 - (i) सबसे छोटी प्राकृत संख्या शून्य है। (.)
 - (ii) सबसे छोटी पूर्ण संख्या शून्य है। (.)
 - (iii) किसी प्राकृत संख्या में उसी प्राकृत संख्या को घटाने से शेषफल शून्य मिलता है। (.)
 - (iv) 4215 में 2 का स्थानीय मान 200 है। (.)
 - (v) 4215 में 2 का अंकित मान 2 है। (.)
 - (vi) सबसे बड़ी पूर्ण संख्या नहीं बताई जा सकती है। (.)
 - (vii) 3857 में 8 हजार के स्थान पर है। (.)
 - (viii) 41 एवं 50 के बीच 9 पूर्ण संख्याएँ हैं। (.)
7. निम्नलिखित संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्याएँ लिखिए –

(i) 25	(ii) 79	(iii) 520	(iv) 1100	(v) 52332
--------	---------	-----------	-----------	-----------

पूर्ण संख्या एवं पूर्ण संख्या पर संक्रियाएँ

8. निम्नलिखित संख्याओं की परवर्ती संख्याएँ लिखिए –
 (i) 25 (ii) 520 (iii) 1100 (iv) 52332
9. छः अंकों की सबसे छोटी पूर्ण संख्या लिखिए।
10. पाँच अंकों की सबसे बड़ी पूर्ण संख्या लिखिए।
11. पाँच अंकों की सबसे बड़ी व छः अंकों की सबसे छोटी पूर्ण संख्या का अंतर ज्ञात कीजिए।
12. निम्नलिखित संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए।
 252, 557, 18, 421, 497, 731
13. निम्नलिखित संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए।
 225, 458, 69, 59, 617
14. निम्नलिखित में कौन सी संख्या सात लाख पाँच हजार छः है ?
 (i) 750006 (ii) 705006 (iii) 7005006 (iv) 750006
15. $6 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 7 \times 1$ को एक संख्या के रूप में लिखिए।
16. संख्या रेखा पर दिखाइये कि नीचे दिये गये हल सही हैं।
 (i) a. $4 + 3 = 7$ b. $3 + 4 = 7$
 c. $0 + 2 = 2$ d. $2 + 0 = 2$
 e. $4 + 3 = 3 + 4$ की जांच करें।
 (ii) a. $4 - 3 = 1$ b. $7 - 4 = 3$
 c. $6 - 2 = 4$ d. $10 - 5 = 5$
 e. $5 - 2$ व $2 - 5$ की जांच करें।
 (iii) a. $2 \times 3 = 6$ b. $3 \times 2 = 6$
 c. $2 \times 5 = 10$ d. $5 \times 2 = 10$
 (iv) a. $6 \div 2 = 3$ b. $8 \div 4 = 2$

आप जानते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का योगफल हमेशा एक पूर्ण संख्या होती है, यह पूर्ण संख्याओं का योग के लिए **संवरक नियम** है।

यदि पूर्ण संख्याओं का गुणनफल हमेशा पूर्ण संख्या हो तो पूर्ण संख्याएँ गुणा के लिए संवरक नियम का पालन करती हैं। इसी प्रकार यदि दो पूर्ण संख्याओं का भागफल सदैव पूर्ण संख्या हो तो वह भाग के लिए तथा यदि दो पूर्ण संख्याओं का अंतर सदैव पूर्ण संख्या हो तो वह घटाने के लिए संवरक नियम का पालन करेगी।

आइये, नीचे दिये गये क्रियाकलाप से देखे कि पूर्ण संख्याएँ किन-किन संक्रियाओं के लिए संवरक नियम का पालन करती हैं।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 5.

आपको कुछ संख्याओं की सारणी दी गई है। सारणी में पहली पंक्ति में जिस प्रकार सभी खानों को भरा गया है, बाकी पंक्तियों को उसी प्रकार भरिए। क्रमांक 8 के बाद आप स्वयं संख्या लिखकर पंक्ति के सभी रिक्त खानों को भरें।

उपरोक्त सारणी को देखकर बताइए कि किन-किन संक्रियाओं का परिणाम हमेशा पूर्ण संख्या है एवं किन-किन का परिणाम हमेशा पूर्ण संख्या नहीं है, यह भी सोचिए कि इससे क्या निष्कर्ष निकलता है?

स्पष्ट है कि दो पूर्ण संख्याओं को यदि जोड़ा जाए तो उनका योगफल हमेशा पूर्ण संख्या होता है एवं दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल भी सदैव पूर्ण संख्या होता है। परंतु दो पूर्ण संख्याओं का अंतर एवं भागफल सदैव पूर्ण संख्या नहीं होता है। अतः पूर्ण संख्याएं योग एवं गुणा के लिए संवरक नियम का पालन करती हैं, परंतु घटाने एवं भाग की प्रक्रिया के लिए संवरक नियम का पालन नहीं करती।

योग संक्रिया की अन्य विशेषता

मान लीजिए कि तीन मित्र अ, ब, और स हैं।

पहले अ तथा ब मिलते हैं और फिर मिलकर वे स से मिलते हैं अथवा ब तथा स पहले मिलकर फिर अ से मिलें, इन दो प्रकार से मिलने में क्या अन्तर है? क्या दोनों स्थितियां समान हैं?

दोनों ही स्थितियों में अन्त में अ, ब और स एक साथ मिल रहे हैं। जब दोनों परिस्थितियों में एक ही बात हो तो गणित में इस नियम को **साहचर्य नियम** कहते हैं। क्या साहचर्य का नियम पूर्ण संख्याओं के जोड़ के लिए सत्य है? आइये, एक उदाहरण देखें।

मान लीजिए 3, 4, 5 कोई तीन पूर्ण संख्याएँ हैं

पहले $(3 + 4)$ का योग करें एवं योगफल में 5 जोड़ें तो $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$ आएगा।

अब 3 में $(4 + 5)$ का योगफल जोड़ें तो $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$ आएगा।

क्या दोनों स्थितियों में योगफल समान है?

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 6.

इसकी जाँच निम्न संख्याओं के लिए करके देखें :

1. 2, 3, 4

2. 6, 7, 8

3. 0, 1, 2

4. 4, 13, 17, 20

क्या घटाने की क्रिया में भी यह संबंध लागू होगा?

क्या $(13 - 6) - 5 = 13 - (6 - 5)$ होगा, जाँच करें?

आप पाते हैं, कि घटाने में साहचर्य के नियम का पालन नहीं होता है।

तीन-तीन उदाहरण लेकर जोड़ व घटाने के लिए साहचर्य के नियम की जांच करें।

अभ्यास (Practice) 2.5

1. रिक्त खंड में उचित पूर्ण संख्या भरिए -

1. $(4 + 6) + 5 = \square$

2. $4 + (6 + 5) = \square$

3. $12 + (6 + \square) = 20$

4. $(\square + 6) + 2 = 20$

5. $(8 + 9) + \square = 25$

6. $(12 + 8) + \square = \square + (8 + 10)$

7. $(6 + 2) + \square = \square + (2 + 3)$

गुणन क्रिया का अध्ययन (The Study of Multiplication)

(1) निम्नांकित तालिका में रिक्त खंडों को पूर्ण करें

पूर्ण संख्या $\times$ पूर्ण संख्या = गुणनफल, पूर्ण संख्या है या नहीं

$$7 \times 9 = \boxed{63, \text{ पूर्ण संख्या}} \quad 8 \times 12 = \boxed{}$$

$$23 \times 15 = \boxed{} \quad 12 \times 0 = \boxed{}$$

$$0 \times 12 = \boxed{}$$

क्या ऐसी कोई दो पूर्ण संख्या सोच सकते हैं जिनका गुणनफल पूर्ण संख्या नहीं है।

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 8.

गुणन संक्रिया ($\times$) की सहायता से बॉक्स के खंडों में उचित पूर्ण संख्या भरिए। कुछ सवालों के हल बाक्स में पहले सही दिए गये हैं।

$\times$	0	1	2	3
0	0			
1			2	
2		2		
3				9

क्रम विनिमय का नियम (The Commutative Law)

$$12 \times 5 = \boxed{60}$$

अब इन संख्याओं का क्रम बदलकर गुणा करने पर ;

$$5 \times 12 = \boxed{60}$$

क्या दोनों स्थितियों में गुणनफल समान हैं ?

यदि $357 \times 486 = 173402$ हो तो बिना गुणा किए बताइए कि -

$$486 \times 357 = \boxed{}$$

अभ्यास (Practice) 2.6

1. रिक्त स्थान भरिए -

$$(i) \quad 87 \times 887 = 887 \times \boxed{}$$

$$(ii) \quad 279 \times \boxed{} = 481 \times 279$$

$$(iii) \quad 303 \times 117 = \boxed{} \times 303$$

$$(iv) \quad \boxed{} \times 583 = 583 \times 179$$

साहचर्य नियम की जाँच

अभी आपने दो संख्याओं को गुणा करना सीखा। आइये, अब हम तीन संख्याओं को गुणा करके देखें।

2,5 व 6 तीन संख्याओं को लीजिए इन्हें निम्न प्रकार से गुणा करिए एवं गुणनफल बाक्स में भरिए।

$2 \times (5 \times 6)$	=		$(2 \times 5) \times 6$	=	
$5 \times (6 \times 2)$	=		$(5 \times 6) \times 2$	=	
$6 \times (5 \times 2)$	=		$(6 \times 5) \times 2$	=	
$2 \times (6 \times 5)$	=		$(2 \times 6) \times 5$	=	
$5 \times (2 \times 6)$	=		$(5 \times 2) \times 6$	=	
$(6 \times 2) \times 5$	=		$6 \times (2 \times 5)$	=	

क्या सभी खानों में आए गुणनफल अलग-अलग हैं? यदि नहीं तो, तीन संख्याओं को हम विभिन्न तरीकों से गुणा कर सकते हैं और उत्तर वही आएगा। यही **साहचर्य का नियम** कहलाता है। इसी प्रकार आप भी अन्य तीन संख्याएँ लेकर इस नियम की जांच कीजिए।

अभ्यास (Practice) 2.7

1. निम्नलिखित रिक्त खण्डों की पूर्ति कीजिए –

- (i) $4 \times (5 \times 6) = (4 \times \square) \times 6$ (ii) $8 \times (4 \times 2) = \square \times 2$
 (iii) $3 \times (7 \times 5) = (3 \times \square) \times 5$ (iv) $2 \times (8 \times \square) = 8 \times (\square \times 4)$
 (v) $7 \times (3 \times 5) = 7 \times (\square \times 3)$

भाज्य, भाजक, भागफल एवं शेषफल (Divisor, Dividend, Quotient and Remainder)

यह आप पहले की कक्षाओं में भी कर चुके हैं, आइए, दोहरा लें।

उदाहरण 1.

$$\begin{array}{r} 20 \div 5 \\ 5 \overline{) 20} \quad (4 \\ 20 \\ \hline 00 \end{array}$$

यहाँ भाजक 5 व भागफल 4 है।

क्या भाज्य, भाजक व भागफल में कोई सम्बन्ध है?

$$20 = 5 \times 4$$

भाज्य = भाजक $\times$ भागफल

उदाहरण 2.

$$\begin{array}{r} 21 \div 5 \\ \text{भाज्य} \\ \downarrow \\ \text{भाजक} \rightarrow 5 \overline{) 21} \quad (4 \leftarrow \text{भागफल} \\ - 20 \\ \hline 1 \leftarrow \text{शेषफल} \end{array}$$

1. जिस संख्या में भाग दिया जा रहा है भाज्य कहलाता है (21 भाज्य है।)
2. जिस संख्या से भाग दिया जा रहा है भाजक कहलाता है (5 भाजक है।)
3. जितनी बार भाग जाता है भागफल कहलाता है (4 भागफल है।)
4. प्रक्रिया के पचास भाजक से छोटी संख्या बचती है उसे भोशफल कहते हैं। 1 भोशफल है।

$$21 = 5 \times 4 + 1$$

अब 22 में 5 का भाग करके देखें।

$$\begin{array}{r} 5) 22 \quad (4 \\ - 20 \\ \hline 2 \end{array}$$

इसमें 5 भाजक, 4 भागफल व 2 शेषफल हैं। भाज्य, भाजक, भागफल तथा शेषफल के बीच पाए जाने वाले सम्बन्ध को अपनी कॉपी में लिखिए तथा नीचे दिये गए अभ्यास के माध्यम से आपके द्वारा लिखे सम्बन्ध की जाँच कीजिए।

अभ्यास (Practice) 2.8

भाग दीजिए –

- (i) $48 \div 7$ (ii) $36 \div 5$ (iii) $78 \div 9$

इस प्रकार आपने जो संबंध बनाया, वह विभाज्यता के संबंध के नाम से जाना जाता है और जो निम्नानुसार है—

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

क्या शेषफल भाजक से बड़ा हो सकता है ?

अभ्यास Practice 2.9

1. नीचे दिये गए रिक्त स्थानों को भरिए –

- (i) $8 \div 4$ में भागफल = शेषफल =
 (ii) $5 \div 2$ में भागफल = शेषफल =
 (iii) $6 \div 4$ में भागफल = शेषफल =
 (iv) $7 \div 2$ में भागफल = शेषफल =

शून्य के गुण (The Properties of Zero)

आइये, शून्य (0) को जाने –

- | | |
|-----------------------------|---------------------|
| 1. $5 + 0 = 5$ | 2. $0 + 5 = 5$ |
| 3. $5 - 0 = 5$ | 4. $5 \times 0 = 0$ |
| 5. $0 \times 5 = 0$ | 6. $0 \div 5 = 0$ |
| 7. $5 \div 0 =$ कोई हल नहीं | |

अभ्यास (Practice) 2.10

1. अब निम्न रिक्त स्थानों में उचित संख्याएं भरिए –

- (i) $0 + 0 =$ (ii) $0 - 0 =$
 (iii) $7 + 0 =$ (iv) $0 + 7 =$

(v) $7 - 0 = \dots\dots\dots$

(vi) $7 \times 0 = \dots\dots\dots$

(vii) $0 \times 7 = \dots\dots\dots$

(viii) $0 \div 7 = \dots\dots\dots$

उक्त अभ्यास से आप शून्य "0" के निम्न गुण समझ गये होंगे।

1. "0" को किसी भी पूर्ण संख्या से जोड़ा जाये तो संख्या के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है। इसलिए शून्य (0) को **योज्य तत्समक अवयव** कहते हैं। चार उदाहरण सोच कर लिखें।
2. "0" को किसी भी पूर्ण संख्या से घटाया जाये तो भी पूर्ण संख्या के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता है। इसके भी 4 उदाहरण लिखें।
3. "0" को किसी भी पूर्ण संख्या से गुणा किया जाये तो गुणनफल शून्य "0" ही प्राप्त होता है।
4. "0" में किसी भी पूर्ण संख्या का भाग दिया तो भागफल "0" शून्य ही प्राप्त होता है।
 $5 \div 0 = ?$ शून्य को 5 में से बार-बार घटाने पर 5 ही मिलता है। कितनी भी बार हम घटाएं कभी भी संख्या नहीं बदलेगी। अर्थात् पूर्ण संख्या में शून्य का भाग देने पर कोई निश्चित संख्या भागफल के रूप में नहीं मिलती। इसी प्रकार **$0 \div 0$ भी परिभाषित नहीं है।** इस पर अपने शिक्षक से चर्चा करें।

प्रश्नावली (EXERCISE) 2.2

मौखिक प्रश्न (Oral Questions) :

1. निम्न प्रश्नों को दी गई जानकारी के आधार पर बिना गुणा या योग किये हल कीजिए:



- | | | |
|-------------------------|----|------------------|
| 1. $17 \times 23 = 391$ | तो | $23 \times 17 =$ |
| 2. $15 + 25 = 40$ | तो | $25 + 15 =$ |
| 3. $40 + 0 = 40$ | तो | $0 + 40 =$ |
| 4. $39 \times 1 = 39$ | तो | $1 \times 39 =$ |
| 5. $a \times b = c$ | तो | $b \times a =$ |

2. निम्नलिखित सवालों को ऐसे क्रम में लिखकर योगफल ज्ञात कीजिए, जिससे योग की संक्रिया आसान हो जाए।

(i) $23589 + 411 + 1248$	(ii) $32 + 2546 + 68 + 544$
(iii) $247 + 376 + 153$	(iv) $143 + 456 + 857$
(v) $32958 + 5000 + 12042$	
3. किसी भी राशि में भून्य का गुणा करने से कौन सी पूर्ण संख्या प्राप्त होती है?
4. योग के लिए संवरक नियम क्या है ?
5. संक्रियाओं के गुण के आधार पर निम्नलिखित खाली स्थानों की पूर्ति कीजिए?

(i)	$2376 + 4559 = \dots\dots\dots + 2376$
(ii)	$1 \times 0 = 0 \times 1 = \dots\dots\dots$
(iii)	$\begin{array}{r} 8 \quad 7 \quad 6 \\ - \quad \square \quad 3 \quad \square \\ \hline 6 \quad \square \quad 7 \end{array}$
6. ऐसी कौनसी संख्या है जिसमें उसी संख्या का भाग देने पर वही संख्या प्राप्त होती है?
7. 4 अंकों की सबसे बड़ी संख्या और 1 अंक की सबसे छोटी पूर्ण संख्या का गुणनफल बताइए?
8. यदि $76 \times 16 = 1216$ हो तो $1216 \div 76 = 16$ (बाक्स में सही मान भरिये)

लिखित प्रश्न (Written Questions) :

9. रमा ने 17 पंक्तियों में कुल 544 पौधों की रोपाई की तो बताइए कि प्रत्येक पंक्ति में कितने पौधों की रोपाई की गई?
10. किसी शहर में 15 व्यक्तियों में से 1 व्यक्ति सरकारी नौकरी करता है यदि उस शहर में 1354 व्यक्ति सरकारी नौकरी करते हों तो शहर की कुल जनसंख्या ज्ञात कीजिए।
11. भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए? तथा विभाज्यता के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।
(i) $7772 \div 36$ (ii) $12425 \div 835$ (iii) $92845 \div 300$
12. निम्नलिखित में प्रत्येक रिक्त स्थान पर उपयुक्त अंक लिखिए?

(i)

$$\begin{array}{r} 7 \ 3 \ 5 \\ - 4 \ 2 \ \square \\ \hline \square \ \square \ 6 \\ \square \ \square \\ \hline 4 \ 9 \ 3 \ 1 \end{array}$$

(ii)

$$\begin{array}{r} \square \ \square \ 7 \ 8 \\ - \square \ \square \ \square \ \square \\ \hline 1 \ 8 \ \square \ \square \\ \square \ \square \end{array}$$

13. मंजुलता 1800 रुपये लेकर बाजार गयी। 135 रुपये का एक पर्स, 75 रुपये का रुमाल व 1200 रुपये की कपड़े खरीदे। बताइए अब उसके पास कितने रुपये बचे?
14. एक बैंक में अशोक ने मंगलवार को 4539 रुपये जमा किए, भानुवार को 2556 रुपये निकाल लिए और दूसरे सप्ताह में फिर 1431 रुपये जमा किए तो बताइए कि उसके खाते में अब कितने रुपये शेष हैं ?
15. आदर्श विद्यालय के 6 वीं कक्षा में एक विद्यार्थी का शुल्क 95 रुपये है यदि छात्रों की कुल संख्या 335 हो तो कुल शुल्क ज्ञात कीजिए ?
16. 117 को दो संख्याओं के गुणन के रूप में व्यक्त कीजिए जिसमें से एक संख्या 13 है ?
17. निभा ने 24 रेडियो 18720 रुपये में खरीदे। एक रेडियो का मूल्य ज्ञात कीजिए। यदि प्रत्येक का मूल्य समान हो ?
18. दिए गए जादुई वर्ग की तीन-तीन संख्याओं को सीधा, तिरछा एवं आड़ा जोड़ कर बताइए। क्या प्रत्येक स्थिति में योगफल समान आता है ?

14	1	9
3	8	13
7	15	2

19. नीचे दिए गए जादुई वर्ग के रिक्त वर्गों की पूर्ति कीजिए। ध्यान रहे मैजिक वर्ग के स्तंभों, पंक्तियों एवं विकर्णों का योग हर तरह से बराबर होता है?

9		6	13	20
	10	12	19	
9	11	18	25	
15	17	24	26	
16			7	14

हमने सीखा (We have learnt)

- 0 (शून्य) एक पूर्ण संख्या है।
- दो पूर्ण संख्याओं का आपस में योग करने से या गुणा करने से पूर्ण संख्या ही प्राप्त होती है।
- पूर्ण संख्याओं के लिए क्रमविनिमय का नियम, योग एवं गुणन संक्रिया में लागू होता है। जबकि घटाने एवं भाग संक्रिया में लागू नहीं होता।
- पूर्ण संख्याओं के लिए साहचर्य नियम योग एवं गुणन संक्रिया में लागू होता है जबकि घटाने एवं भाग संक्रिया में लागू नहीं होता।
- 0 को योज्य तत्समक अवयव कहते हैं।
- 1 को गुणन तत्समक अवयव कहते हैं।
- किसी भी पूर्ण संख्या में शून्य को जोड़ने या घटाने पर संख्या का मान नहीं बदलता।
- किसी भी पूर्ण संख्या में 1 का गुणा करें तो संख्या का मान नहीं बदलता है।
- यदि किसी पूर्ण संख्या में 0 का गुणा करें तो उसका मान शून्य हो जाता है।
- किसी पूर्ण संख्या में 0 से भाग देना अपरिभाषित है।
- भाज्य = भाजक x भागफल + शेषफल

