Roll No.

Total No. of Questions : 26

Total No. of Printed Pages : 16

X- 923

High School, Examination (Regular) – 2019

गणित / MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Time : 3 Hours] [Maximum Marks : 100

निर्देश :

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न हैं।

(iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 26 में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

(iv) जहाँ आवश्यक हो वहाँ स्वच्छ एवं नामांकित चित्र बनाइये।

Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) Question Nos. 1 to 5 are objective type questions.

(iii) Internal options are given in Question Numbers 6 to 26.

(iv) Draw neat and clean labeled diagrams whenever required.

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए। (1x5 = 5)

Choose the correct option and write it in your answer book.

(i) 96 और 404 का HCF होगा –

(a) 120 (b) 4

(c) 10 (d) 3

The H.C.F. of 96 and 404 is :

(a) 120 (b) 4

(c) 10 (d) 3

(ii) यदि द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक α और β हो, तो $\alpha.\beta$ का मान होगा –

(a) c / a (b) a / c

(c) – c / a (d) – a / c

If α and β are the zeroes of the quadratic polynomial $ax^2 + bx + c$, then the value of $\alpha.\beta$ is -

(a) c / a (b) a / c

(c) $-c/a$ (d) $-a/c$

(iii) बहुपद $x^2 - 3$ के शून्यक होंगे –

(a) $\pm\sqrt{3}$ (b) ± 3

(c) 3 (d) 9

The zeroes of the polynomial $x^2 - 3$ will be –

(a) $\pm\sqrt{3}$ (b) ± 3

(c) 3 (d) 9

(iv) जब $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ हो तो समीकरण निकाय $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$;

(a) के दो हल होंगे (b) का कोई हल नहीं होगा

(c) के अनंत अनेक हल होंगे (d) का अद्वितीय हल होगा

When $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ then the system of equation $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ and $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

(a) has two solutions (b) has no solution

(c) has infinitely many solutions (d) has unique solution

(v) $x - 2y = 0$ और $3x + 4y - 20 = 0$ रेखाएँ:

(a) प्रतिच्छेद करती हैं (b) संपाती हैं।

(c) समान्तर हैं। (d) इनमें से कोई नहीं

Lines $x - 2y = 0$ and $3x + 4y - 20 = 0$ are : –

(a) Intersect (b) Coincide

(c) Parallel (d) None

2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए। (1x5=5)

Fill in the blanks.

(i) एक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ में कोई वास्तविक मूल नहीं होते यदि _ D<0 _.

A quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$ has no real root if ______

(ii) समीकरण $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ का विविक्तकर __ D=0 __ हैं।

The discriminant of the equation $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ is ____.

(iii) समान्तर श्रेणी $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \ldots\ldots.$ में सार्व अन्तर d __-1 __ हैं।

In the A.P. $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2},$ ………… the common difference d is ____.

(iv) किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकता का योग __ 1 __ है।

The sum of the probabilities of all the elementary events of an experiment is. ______.

(v) कोण θ वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल का सूत्र __ $\frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2$ _ है।

Formula of area of the sector of angle θ is ______

3. निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए : (1x5 = 5)

Write true/false in the following:

(i) वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब, जीवा को समद्विभाजित करता है। (√)

The perpendicular drawn from the centre of a circle to a chord bisect the chord.

(ii) सभी वर्ग समरूप होते हैं। (√)

All squares are similar.

(iii) समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आधार × शीर्षलम्ब होता है। (√)

Area of right triangle = $\frac{1}{2}$ × base × altitude.

(iv) वृत्त की दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं। (√)

A line intersecting a circle in two points is called a secant.

(v) देखी गई वस्तु का उन्नयन कोण दृष्टि रेखा और क्षैतिज रेखा से बना कोण होता, जबकि वस्तु को देखने के लिये अपने सिर को नीचे की ओर झुकाना पड़ता है। (x)

The angle of elevation of an object viewed is the angle formed by the line of sight with the horizontal, when we lower our head to look at the object.

4. प्रत्येक का एक शब्द/वाक्य में उत्तर लिखिए । (1x5 = 5)

Write the answers in one word/sentence.

(i) 1, 2, 3, 4, 5 का समान्तर माध्य क्या होगा?

What will be the Arithmetic mean of 1, 2, 3, 4, 5 ?

हल : 3

(ii) माध्यिक का सूत्र लिखिए।

Write the formula of the median.

हल : माध्यक = $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h.$

(iii) घटना E की प्रायिकता + घटना 'E नहीं' की प्रायिकता का मान होता है ।

Find the value of Probability of an EVENT E + Probability of the EVENT "NOT E".

हल : 1

(iv) शंकु के छिन्नक का सूत्र लिखिए।

Write the formula of volume of a frustum of a cone.

हल : $\frac{1}{3}\pi h\,(r_1{}^2 + r_2{}^2 + r_1 r_2)$

(v) एक वृत्त की कितनी समान्तर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं?

How many parallel tangents of a circle?

हल : 2

5. सही जोड़ी बनाइए । (1x5 = 5)

Match the correct column.

स्तम्भ 'अ' (Column 'A')	स्तम्भ 'ब' (Column 'B')
(1) $1+\cot^2\theta$	(a) $\sin\theta$
(ii) $\sec\theta$	(b) 0
(iii) $\sin^2\theta+\cos^2\theta$	(c) $\sqrt{3}$
(iv) tan60°	(d) 1
(v) $\cos(90-\theta)$	(e) $\operatorname{cosec}^2\theta$
	(f) $\frac{1}{\cos\theta}$
	(g) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

हल : 5. Match the correct column.

स्तम्भ 'अ' (Column 'A')	स्तम्भ 'ब' (Column 'B')
(1) $1+\cot^2\theta$	(e) $\operatorname{cosec}^2\theta$
(ii) $\sec\theta$	(f) $\frac{1}{\cos\theta}$
(iii) $\sin^2\theta+\cos^2\theta$	(d) 1
(iv) tan60°	(c) $\sqrt{3}$
(v) $\cos(90-\theta)$	(a) $\sin\theta$

6. संख्याओं 6 और 20 के अभाज्य गुणनखण्डन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए। (2)

Find the LCM and HCF of 6 and 20 by the prime factorisation method.

हल : 6 = 2 × 3

20 = 2 × 2 × 5

HCF = 2

LCM = 2 × 2 × 3 × 5 = 60

अब HCF (6, 20) × LCM (6, 20) = 2 × 60 = 120

अत: HCF (6, 20) × LCM (6, 20) = 6 × 20

अथवा /OR

संख्या 6, 72 और 120 का अभाज्य गुणनखण्डन विधि से H.C.F. ज्ञात कीजिए।

Find the H.C.F. of 6, 72 and 120 using the prime factorisation method.

हल : 6 = 2 × 3

72 = 2 × 2 × 2 × 3 × 3

120 = 2 × 2 × 2 × 3 × 5

HCF = 2 × 3 = 6

LCM = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 5 = 360

अत: अभीष्ट HCF = 6 एवं LCM = 360

7. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः– 3 और 2 है।

Find a quadratic polynomial, the sum and product of whose zeroes are – 3 and 2 respectively.

हल : माना द्विघात बहुपद ax^2+bx+c है और इसके शून्यक α और β हैं।

हम पाते हैं : $\alpha+\beta=-3=\frac{-b}{a}$

और $\alpha\beta=2=\frac{c}{a}$

यदि a = 1 है, तो b = 3 और c = 2 होगा।

अतः, एक द्विधात बहुपद, जिसमें दी गई शर्ते संतुष्ट होती हैं, x^2+3x+2 है।

आप जाँच कर सकते हैं कि अन्य कोई द्विघात बहुपद, जो इन शर्तों को संतुष्ट करता हो, $k(x^2+3x+2)$ की तरह का होगा, जहाँ k एक वास्तविक संख्या।

आइए अब हम त्रिधात बहुपद की ओर दृष्टिपात करें। क्या आप सोचते हैं कि त्रिघात बहुपद के शून्यकों और उसके गुणांकों के बीच इसी प्रकार का संबंध होता है?

आइए $p(x)=2x^3-5x^2-14x+8$ पर विचार करें .

आप इसकी जाँच कर सकते हैं कि $x=4,-2$ और $\frac{1}{2}$ के लिए $p(x)=0$ है। क्योंकि $p(x)$ के अधिक से अधिक तीन शून्यक हो सकते हैं, इसलिए $2x^3-5x^2-14x+8$ के यही शुन्यक हैं। अब,

शून्यकों का योग = $4+(-2)+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}=\frac{-(-5)}{2}=\frac{-(x^2 \text{ का गुणांक})}{x^3 \text{का गुणांक}}$

शून्यकों का गुणनफल = $4\times(-2)\times\frac{1}{2}=-4=\frac{-8}{2}=\frac{-\text{ अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$

परंतु, यहाँ एक और संबंध भी है। दो शून्यकों को एक साथ लेकर उनके गुणनफलों के योग पर विचार करें। हम पाते हैं :

$$\{4\times(-2)\}+\left\{(-2)\times\frac{1}{2}\right\}+\left\{\frac{1}{2}\times 4\right\}$$

$$=-8-1+2=-7=\frac{-14}{2}=\frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{का गुणांक}}$$

व्यापक रूप में, यह सिद्ध किया जा सकता है कि यदि α,β,γ त्रिघात बहुपद ax^3+bx^2+cx+d के शून्यक हों, तो

$$\alpha+\beta+\gamma=\frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$$

तथा $\alpha\beta\gamma=\frac{-d}{a}$

अथवा /OR

$2x^2 + 3x + 1$ को $x + 2$ से भाग दीजिए ।

Divide $2x^2 + 3x + 1$ by $x + 2$.

8. बिन्दुओं (2,3) और (4,1) के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए। (2)

Find the distance between points (2,3) and (4,1)

हल : मान लीजिये कि बिंदु युग्म $P(2,3)$ एवं $Q,(4,1)$ हैं|

चूँकि दूरी $=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\Rightarrow$ $PQ=\sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2}$

$=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ मात्रक

अथवा /OR

उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (1, – 1), (– 4, 6) और (– 3, – 5) है।

Find the area of a triangle whose vertices (1, – 1), (– 4, 6) and (– 3, – 5).

हल : शीर्षों A (1,-1), B (-4, 6) और C (- 3, - 5) वाले त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, उपरोक्त सूत्र द्वारा निम्नलिखित है :

$$\frac{1}{2}[1(6+5)+(-4)(-5+1)+(-3)(-1-6)]$$

$$=\frac{1}{2}(11+16+21)=24$$

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल 24 वर्ग मात्रक है।

9. दो खिलाड़ी संगीता और रेशमा टेनिस का एक मैच खेलती हैं। संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है। रेशमा के जीतने की क्या प्रायिकता है? (2)

Two players Sangeeta and Reshma, play a tennis match. It is known that the probability of Sangeeta winning the match is 0.62. What is the probability of Reshma winning the match.

हल : मान लीजिए S और R क्रमशः संगीता के जीतने और रेशमा के जीतने की घटनाएँ व्यक्त करते हैं।

संगीता के जीतने की प्रायिकता = P(S) = 0.62 (दिया है)

रेशमा के जीतने की प्रायिकता = P(R) = 1 — P(S)

[चूँकि घटनाएँ R और S पूरक हैं।

= 1 - 0.62 = 0.38

अथवा /OR

एक बक्से में 3 नीले, 2 सफेद और 4 लाल कंचे (Marbles) है। यदि इस बक्से में से एक कंचा याद्दच्छया निकाला गया तो इसकी प्रायिकता है कि यह कंचा (i) सफेद, (ii) नीला, (iii) लाल है।

A box contains 3 blue, 2 white and 4 red marbles. If a marble is drawn at random from the box, what is the probability that will be a (i) white ?, (ii) blue ?, (iii) red ?

हल : यह कहना कि कंचा याद्दच्छया रूप से निकाला गया है, संक्षिप्त में यह कहने के बराबर है कि सभी परिणाम सम्प्रायिक हैं। अतः,

सभी संभव परिणामों की संख्या = 3 + 2 + 4 = 9 (क्यों?)

मान लीजिए घटनी W 'कंचा सफेद है' को, घटना B 'कंचा नीला है' को तथा घटना R 'कंचा लाल है' को व्यक्त करता है।

(i) घटना W के अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

अतः $P(W) = \frac{2}{9}$

इसी प्रकार,

(ii) P(B) = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ और

(iii) $P(R) = \frac{4}{9}$

ध्यान दीजिए कि P(W) + P(B) + P(R) = 1 है।

10. यदि P(E) = 0.05 है, तो P($\overline{E}$) ("E नहीं" की प्रायिकता) क्या है? (2)

If P(E) = 0.05, what is the probability of ("not E") i.e. P($\overline{E}$)?

हल : P($\overline{E}$) = 1 – P(E) = 1 – 0.05 = 0.95

जहाँ P($\overline{E}$) 'E' नहीं की प्रायिकता है |

अथवा /OR

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता (i) एक इक्का होगा, (ii) एक इक्का नहीं होगा।

One card is drawn from a well- shuffled deck of 52 cards. Calculate the probability, that the card will –

(i) be an ace (ii) not be an ace.

हल : गड्डी को अच्छी प्रकार से फेटने से परिणामों का समप्रायिक होना सुनिश्चित हो जाता है।

(i) एक गड्डी में 4 इक्के होते हैं। मान लीजिए घटना E 'एक इक्का होना' है।

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52 (क्यों?)

अतः $P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) मान लीजिए घटना F 'एक इक्का नहीं है।

माना F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 52-4 = 48 (क्यों?)

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

अतः $P(F) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

टिप्पणी : ध्यान दीजिए कि F और कुछ नहीं बल्कि $\overline{E}$ ही है। अतः, हम P(F) को इस प्रकार भी परिकलित कर सकते हैं : P(F) = P($\overline{E}$) = 1 - P(E) = $1-\frac{1}{13}=\frac{12}{13}$

11. सिद्ध कीजिए : $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$ (3)

Prove that : $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$

हल : L.H.S. = $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}}$

$= \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} \times \sqrt{\frac{1+\sin A}{1+\sin A}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{1-\sin^2 A}} = \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{\cos^2 A}}$

$= \frac{1+\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$

= $\sec A + \tan A =$ R.H.S.

अथवा / OR

निम्नलिखित का मान निकालिए ।

sin60°.cos30° + sin30°.cos60°

Evaluate the following :

sin60°.cos30° + sin30°.cos60°

हल : sin60°.cos30° + sin30°.cos60°

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$

= 1

अतः अभीष्ट मान = 1 है ।

12. K का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु A(2,3), B(4, K) और C(6, – 3) संरेखी है। (3)

Find the value of K, if the points A(2, 3), B(4, K) and C(6, – 3) are collinear.

हल : चूँकि तीनों बिंदु संरेखी हैं, इसलिए इनसे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 होगा।

अर्थात् $\frac{1}{2}[2(k+2)+4(-3-3)+6(3-k)]=0$

अर्थात् $\frac{1}{2}(-4k)=0$

या $k = 0$

अतः, k का वांछित मान 0 है।

आइए अपने उत्तर की जाँच करें।

Δ ABC का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}[2(0 + 3) + 4(-3 -3) + 6(3 - 0)] = 0$

अथवा / OR

बिन्दुओं (5, – 6) और (– 1, – 4) को जोड़ने वाले रेखा खण्ड को y – अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है, प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

Find the ratio in which the y - axis divides the line segment joining the points (5,-6) and (– 1, – 4) also find the point of intersection.

हल : मान लीजिए वांछित अनुपात k : 1 है। तब, विभाजन सूत्र द्वारा, उस रेखाखंड को k : 1 के अनुपात में विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक हैं : $\left(\frac{-k+5}{k+1}, \frac{-4k-6}{k+1}\right)$

यह बिंदु y-अक्ष पर स्थित है और हम जानते हैं कि y- अक्ष पर भुजा 0 होता है।

अतः $\frac{-k+5}{k+1} = 0$

इसलिए $k = 5$ है।

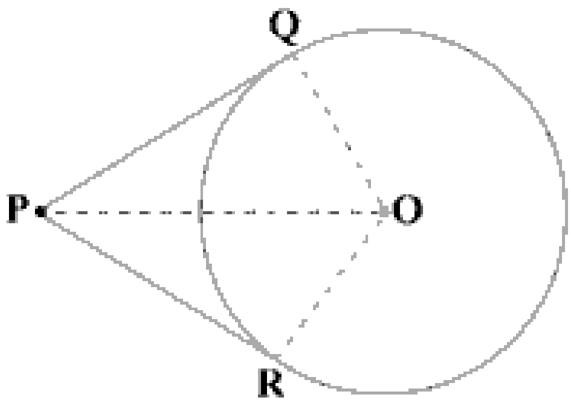
अर्थात् वांछित अनुपात 5 : 1 है। k का मान 5 रखने पर हमें प्रतिच्छेद बिंदु $\left(0, \frac{-13}{3}\right)$ प्राप्त होता है।

13. बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयाँ बराबर होती हैं। (3)

The length of tangents drawn from an external point to a circle are equal.

हल : हमें केंद्र 0 वाला एक वत्त, वत्त के बाहर का एक बिंदु P तथा P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ, PR दी है (देखिए आकति 13)। हमें सिद्ध करना है कि PQ = PR

इसके लिए हम OP, OQ और OR को मिलाते हैं। तब $\angle$OQP तथा $\angle$ORP समकोण हैं क्योंकि ये त्रिज्याओं और स्पर्श रेखाओं के बीच के कोण हैं और प्रमेय 10.1 से ये समकोण है। अब समकोण त्रिभुजों OQP तथा ORP में,



OQ = OR (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

OP = OP (उभयनिष्ठ)

अतः Δ OQP $\equiv$ Δ ORP (RHS सर्वांगसमता द्वारा)

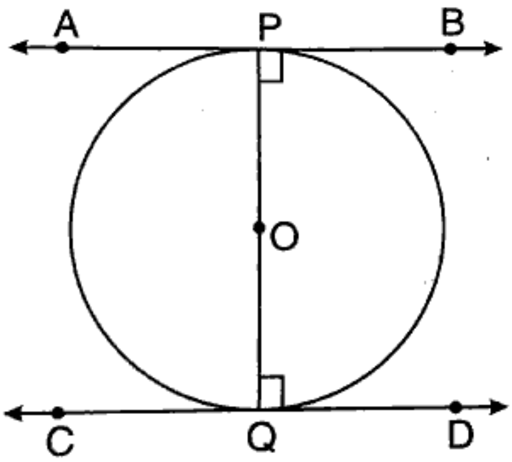
इससे प्राप्त होता है। PQ = PR (CPCT)

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समान्तर होती हैं।

Prove that the tangents drawn at the ends of a diameter of a circle are parallel.

हल : माना लीजिए PQ एक O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है जिसके सिरों पर P और Q पर स्पर्श रेखाएँ क्रमशः AB एवं CD खींची गयी हैं।



चूँकि $OP \perp AB$ [प्रमेय : 10.1]

$\Rightarrow$ $\angle OPB = 90^o$ .... (1)

चूँकि $OQ \perp CD$ [प्रमेय : 10.1]

$\Rightarrow$ $\angle OQC = 90^o$ ...(2)

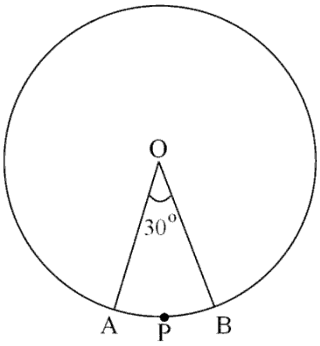
$\Rightarrow$ $\angle OPB + \angle OQC = 90^o + 90^o = 180^o$ (जो रैखिक युग्म है।)

$\Rightarrow$ AB || CD

14. त्रिज्या 4 सेमी वाले एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 30° है। साथ ही संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। (π = 3.14 का प्रयोग कीजिए) (3)

Find the area of the sector of a circle with radius 4 cm and angle 30°. Also find the area of the corresponding major sector. (Use π = 3.14)

हल : दिया हुआ त्रिज्यखंड OAPB है (देखिए आकृति 14)।



आकृति 14

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4 cm^2$

$= \frac{12.56}{3} cm^2 = 4.19 cm^2$ (लगभग)

$= \pi r^2 -$ संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$= (3.14 \times 16 - 4.19) cm^2$ त्रिज्यखंड OAPB का क्षेत्रफल

$= 46.05 cm^2 = 46.1 cm^2$ (लगभग)

अथवा / OR

6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका कोण 60° है।

Find the area of sector of a circle with radius 6 cm whose angle of sector is 60°.

हल : ज्ञात है: $r = 6 cm$ एवं $\theta^o = 60^o$

चूँकि त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta^o}{360^o} \times \pi r^2$

$\Rightarrow$ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल $= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times (6)^2$

$= \frac{132}{7} cm^2$

अतः अभीष्ट क्षेत्रफल $= \frac{132}{7} cm^2$

15. सिद्ध कीजिए कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है । (4)

Prove that $5-\sqrt{3}$ is irrational number.

हल : आइए इसके विपरीत मान लें कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अर्थात् हम सहअभाज्य ऐसी संख्याएँ a और b (b≠0) ज्ञात कर सकते हैं कि $5-\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ हो।

अतः $5-\frac{a}{b}=\sqrt{3}$ है।

इस समीकरण को पुनर्व्यवस्थित करने पर हमें प्राप्त होता है :

चूँकि a और b पूर्णांक हैं, इसलिए $5-\frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है अर्थात् $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हमें यह विरोधाभास अपनी गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अथवा / OR

दर्शाइए कि एक धनात्मक विषम पूर्णांक 4q + 1 या 4g + 3 के रूप का होता है जब q एक पूर्णांक है।

Show that any positive odd integer is of the form 4q + 1 or 4q + 3 where q is an integer.

हल : आइए एक धनात्मक विषम पूर्णांक a लेकर, प्रश्न को हल करना प्रारंभ करें। हम a और b = 4 में विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं।

चूँकि $0 \le r < 4$ है, इसलिए संभावित शेषफल 0, 1, 2 और 3 हैं।

अर्थात् a संख्याओं 4q,4g + 1, 4q + 2 या 4q + 3 के रूप का हो सकता है जहाँ q भागफल है। चूँकि a एक विषम पूर्णांक है, इसलिए यह 4q और 4q + 2 के रूप का नहीं हो सकता (क्योंकि दोनों 2 से विभाज्य हैं)।

इसलिए, कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक 4q + 1 या 4q +3 के रूप का होगा।

16. द्विघात बहुपद $x^2+7x+10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए । (4)

Find the zeros of the quadratic polynomial $x^2 + 7x + 10$ and verify the relationship between the zeros and the coefficients.

हल : हम पाते हैं।

$x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$

इसलिए $x^2 + 7x + 10$) का मान शून्य है, जब $x + 2 = 0$ है या $x + 5 = 0$ है, अर्थात् जब $x = -2$ या $x = -5$ इसलिए, $x^2 + 7x + 10$ के शुन्यक -2 और -5 हैं। अब,

शन्यकों का योग = $-2+(-5)-(7)=\frac{-(7)}{1}=\frac{-(x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{का गुणांक}}$

शून्यकों का गुणनफल $=(-2)\times(-5)=10=\frac{10}{1}=\frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

अथवा /OR

$3x^2 + x^2 + 2x + 5$ को $1 + 2x + x^2$ से भाग दीजिए ।

Divide $3x^2 + x^2 + 2x + 5$ by $1 + 2x + x^2$.

हल : $p(x)=3x^3+x^2+2x+5,\ g(x)=1+2x+x^2$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x-5 \\
x^2+2x+1 & 3x^3+x^2+2x+5 \\
 & 3x^3+6x^2+3x \\
 & (-)\quad(-)\quad(-) \\
\hline
 & -5x^2-x+5 \\
 & -5x^2-10x-5 \\
 & (+)\quad(+)\quad(+) \\
\hline
 & 9x+10 \\
\hline
\end{array}
$$

17. यदि किसी समान्तर श्रेणी (A.P) के प्रथम 14 पदों का योग 1050 है तथा इसका प्रथम पद 10 है, तो 20वाँ पद ज्ञात कीजिए। (4)

If the sum of the first 14 terms of an A.P. is 1050 and its first term is 10. find the 20th term.

हल : यहाँ $S_{14}=1050,\ n=14$ और $a=10$ है।

चूँकि $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

इसलिए $1050=\frac{14}{2}[20+13d]=140+91d$

या $910=91d$

अत: $a_{20}=10+(20-1)\times10=200$

अथार्त 20वाँ पद 200 है।

अथवा / OR

उस समान्तर श्रेणी (A.P.) का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका 11वाँ पद 38 और 16 वाँ पद 73 है।

Find the 31st term of an A.P. whose 11th term is 38 and 16th term is 73.

हल : प्रश्नानुसार, a_{11}= 38 एवं a_{16}= 73.

⇒ 38 = 1 + 10d

⇒ a + 10d = 38 ... (1)

एवं 73 = 1 a + 15d

⇒ a + 15d = 73 ... (2)

⇒ 5d = 35

[समीकरण (2) — समीकरण (1) से]

⇒ $d = \frac{35}{5} = 7$

अब d = 7 का मान समीकरण (1) में रखने पर,

A + 10 x 7= 38 ⇒ a = 38 -70 = - 32

अब a_{31} = a + 30d = - 32 + 30 x 7

⇒ a_{31} = - 32 + 210 = 178

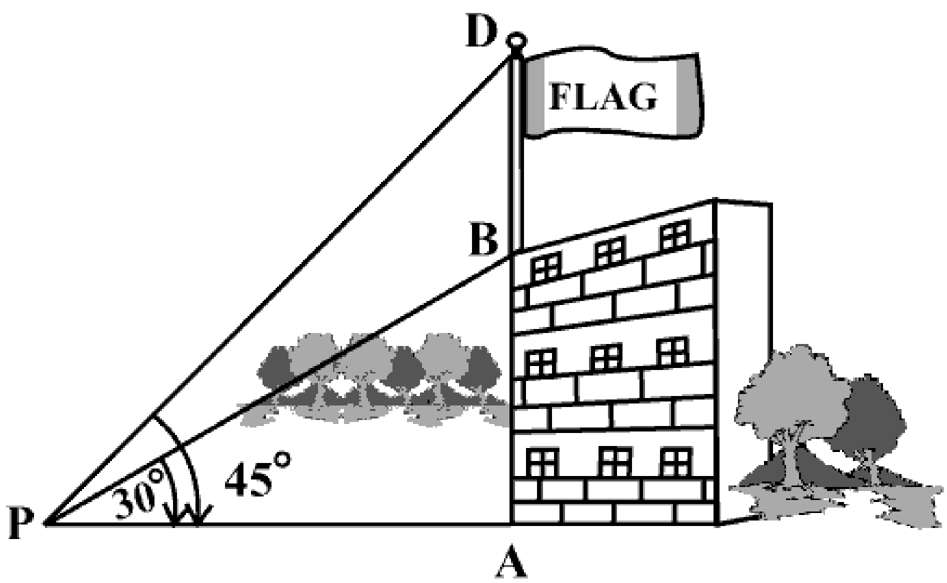
अतः अभीष्ट 31वाँ पद = 178.

18. भूमि के एक बिन्दु P से एक 10 मीटर ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। भवन के शिखर पर एक ध्वज को लहराया गया है और P से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। ध्वज – दंड की लम्बाई और बिन्दु P से भवन की दूरी ज्ञात कीजिए। (4)

(यहाँ आप $\sqrt{3}$ = 1.732 ले सकते हैं)

From a point P on the ground the angle of elevation of the top of a 10 meter tall building is 30°. A flag is hoisted at the top of the building and the angle of elevation of the top of the flagstaff from P is 45°. Find the length of the flagstaff and the distance of the building from the point P. (You may take $\sqrt{3}$ = 1.732)

हल : आकृति 18 में, AB भवन की ऊँचाई प्रकट करता है , BD ध्वजदंड प्रकट करता है और P दिया हुआ बिंदु प्रकट करता है। ध्यान दीजिए कि यहाँ दो समकोण त्रिभुज PAB और PAD हैं। हमें ध्वजदंड की लंबाई अर्थात् DB और बिंदु P से भवन की दूरी अर्थात् PA ज्ञात करना है।



आकृति 18

क्योंकि हमें भवन की ऊँचाईAB ज्ञात है इसलिए पहले हम समकोण ΔPAB लेंगे।

यहाँ $\tan 30^o = \frac{AB}{AP}$

अर्थात् $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AP}$

इसलिए $AP = 10\sqrt{3}$

अर्थात् P से भवन की दूरी $10\sqrt{3}m = 17.32m$

आइए अब हम यह मान लें कि DB = x m है तब AD = (10 + x) m

अब समकोण Δ PAD में $\tan 45^o = \frac{AD}{AP} = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$

इसलिए $1 = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$

अर्थात् $x = 10(\sqrt{3}-1) = 7.32$

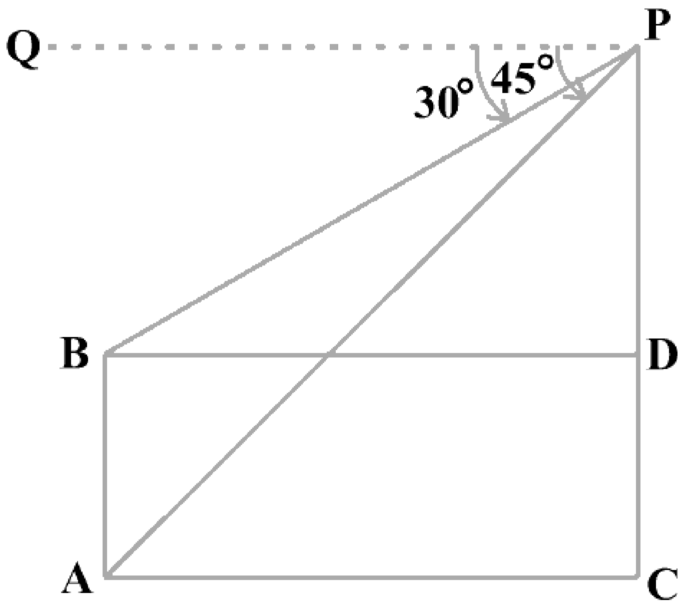
अतः ध्वजदंड की लंबाई 7.32 m है।

अथवा / OR

एक बहुमंजिल भवन के शिखर से देखने पर एक 8 m ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। बहुमंजिल भवन की ऊँचाई और दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

The angle of depression of the top and the bottom of an 8 m. tall building from the top of a multi - storeyed building are 30°and 45° respectively. Find the height of the multi- storeyed building and distance between the two buildings.

हल : आकृति 18.1 में PC बहुमंजिल भवन को और AB, 8 m ऊँचे भवन को प्रकट करता है। हम बहुमंजिल भवन की ऊँचाई, अर्थात् PC और दो भवनों के बीच की दूरी अर्थात AC ज्ञात करना चाहते हैं।



आकृति 18.1

आकृति 18.1 को अच्छी तरह देखिए। आप यहाँ देखेंगे कि PB समांतर रेखाओं PO और BD की एक तिर्यक-छेदी रेखा है। अतः ∠OPB और ∠PBD एकांतर कोण हैं और इसलिए बराबर हैं।

अतः ∠PBD = 30°, इसी प्रकार, ∠PAC = 45°

समकोण Δ PBD में

$$\frac{PD}{BD} = \tan 30^o = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ या } \quad BD = PD\sqrt{3}$$

समकोण Δ PAC में हम पाते हैं।

$$\frac{PC}{AC} = \tan 45^o = 1$$

अर्थात् $PC = AC$

और PC = PD + DC इसलिए PD + DC = AC

क्योंकि AC = BD और DC = AB = 8 m, इसलिए PD + 8 = BD = PD√3 (क्यों?)

इससे यह प्राप्त होता है: $PD = \frac{8}{\sqrt{3}-1} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = 4(\sqrt{3}+1)m$

अतः बहुमंजिल भवन की ऊँचाई (4(3+1) + 8}m = 4(3+ 5)m है और दो भवनों के बीच की दूरी भी 4(3+3) है।

19. विलोपन विधि का प्रयोग करके निम्न रैखिक समीकरण युग्म को हल कीजिए: (4)

2x + 3y = 8

4x + 6y = 7

Use Elimination method to find all possible solutions of the following pair of linear equations :

2x + 3y = 8

4x + 6y = 7

हल : चरण 1: समीकरण (1) को 2 से तथा समीकरण (2) को 1 से, x के गणांकों को समान करने के लिए, गुणा करिए। तब हम निम्न समीकरण पाते हैं।

4x +6y= 16 (3)

4x + 6y=7 (4)

चरण 2: समीकरण (4) को समीकरण (3) में से घटाने पर,

(4x - 4x) + (6y – 6y) = 16 - 7

अर्थात् 0 = 9, जो एक असत्य कथन है।

अतः, समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है।

मान लें कि एक संतरे का मूल्य Rs. x और एक सेब का मूल्य Rs. y है। तब, समीकरण बनती हैं:

5x +3y= 35, अर्थात् 5x +3y-35 = 0 (1)

और 2x +4y= 28, अर्थात् 2x +4y-28 = 0 (2)

आइए विलोपन विधि से इन समीकरणों को हल करें।

समीकरण (1) को 4 तथा समीकरण (2) को 3 से गुणा करने पर, हम पाते हैं।

(4)(5)x + (4)(3)y + (4)(-35) = 0 (3)

(3)(2)x + (3)(4)y + (3)(-28) = 0 (4)

समीकरण (4) को समीकरण (3) में से घटाने पर, हम पाते हैं:

[(5)(4) - (3)(2)]x + [(4)(3) - (3)(4)]y + [4(-35) - (3) (-28)] = 0

इसलिए $$x = \frac{-[(4)(-35)-(3)(-28)]}{(5)(4)-(3)(2)}$$

अर्थात् $$x = \frac{(3)(-28)-(4)(-35)}{(5)(4)-(2)(3)} \qquad (5)$$

यदि समीकरणों (1) और (2) को $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ के रूप में लिखा जाए, तो हम पाते हैं:

$$a_1 = 5, b_1 = 3, c_1 = -35, a_2 = 2, b_2 = 4, c_2 = -28$$

तब समीकरण (5) को इस रूप में लिख सकते हैं: $x=\frac{b_1c_2-b_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

इसी प्रकार, आप प्राप्त कर सकते हैं: $y=\frac{a_1a_2-c_2a_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

समीकरण (5) को सरल करने पर, हम पाते हैं:

$$x=\frac{-84+140}{20-6}=4$$

इसी प्रकार $$y=\frac{(-35)(2)-(5)(-28)}{20-6}=\frac{-70+140}{14}=5$$

अतः, x =4, y = 5 दिए गए समीकरणों के युग्म का हल है।

तब, एक संतरे का मूल्य Rs. 4 और एक सेब का मूल्य Rs. 5 है।

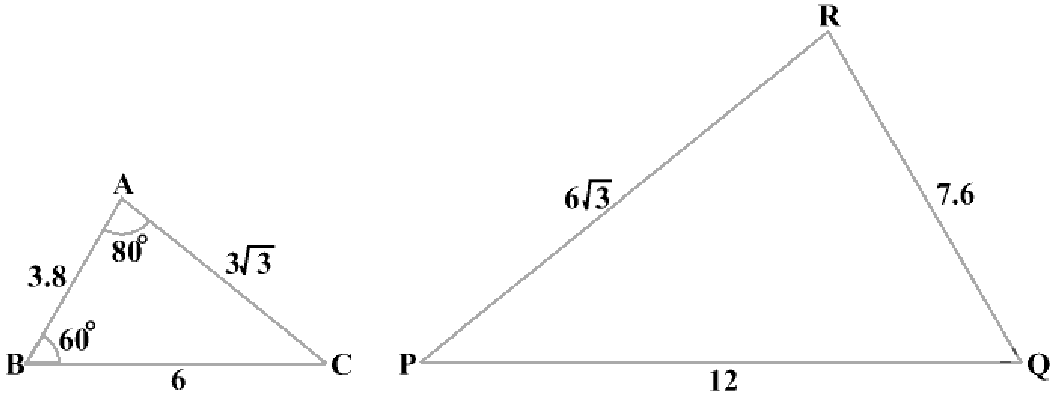
अथवा /OR

5 संतरे और 3 सेबों का मूल्य रु. 35 है तथा 2 संतरे और 4 सेबों का मूल्य रु. 28 है। तब 1 संतरा तथा 1 सेब का मूल्य ज्ञात कीजिए।

The cost of 5 oranges and 3 apples is Rs. 35 and the cost of 2 oranges and 4 apples is Rs. 28. Let us find the cost of an orange and an apple.
http://www.mpboardonline.com

20. आकृति में ∠P ज्ञात कीजिए। (4)

Observe in fig. find ∠P.



हल : Δ ABC और Δ PQR में,

$$\frac{AB}{RQ}=\frac{3.8}{7.6}=\frac{1}{2},\ \frac{BC}{QP}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2} \text{ और } \frac{CA}{PR}=\frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$$

अर्थात् : $\frac{AB}{RQ}=\frac{BC}{QP}=\frac{CA}{PR}$

इसलिए $\Delta ABC \sim \Delta RQP$ (SSS समरूपता)

इसलिए ∠C = ∠P

(समरूप त्रिभुजों के संगत कोण)

परंतु $\angle C = 180° - \angle A - \angle B$ (त्रिभुज का कोण योग गुणधर्म)

$= 180° - 80° - 60° = 40°$

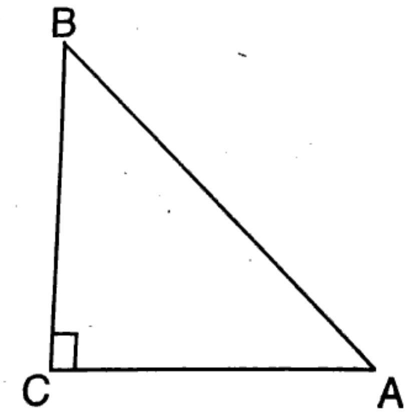
अतः $\angle P = 40°$

अथवा / OR

ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसका कोण C समकोण है । सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$ है।

ABC is an Isosceles triangle right angled at C. Prove that $AB^2 = 2AC^2$.

हल : त्रिभुज एक दिया हुआ समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है जहाँ $\angle C$ समकोण है, तथा



आकृति : 20.1

$BC = AC$ ..... (1)

$\because$ $AB^2 = BC^2 + AC^2$ .... (2)

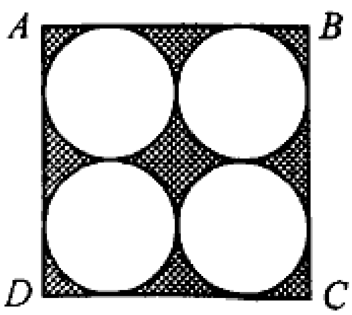
[पाइथागोरस प्रमेय से]

$\Rightarrow$ $AB^2 = AC^2 + AC^2$

$= 2AC^2$ [समीकरण (1) एवं (2) से] इति सिद्धम्

21. दी गई आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है । (4)

Find the area of the shaded region in given fig where ABCD is a square of side 14cm.



हल : वर्ग ABCD का क्षेत्रफल = 14 x 14 cm^2 = 196 cm^2

प्रत्येक वृत्त का व्यास $= \frac{14}{2} cm$ = 7 cm

इसलिए प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या $= \frac{7}{2}$ cm

अतः एक वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} cm^2$

$= \frac{154}{4} cm = \frac{77}{2} cm^2$

इसलिए चारों वृत्तों का क्षेत्रफल $= 4 \times \frac{77}{2} cm^2 = 154 cm^2$

अतः छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल = (196 - 154) cm^2 = 42 cm^2

अथवा /OR

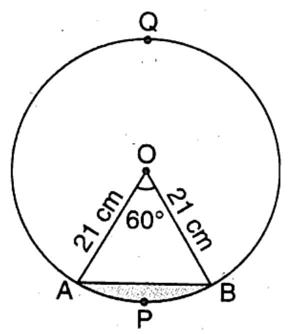
त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केन्द्र पर 60° का कोण अंतरित करता है।

(i) चाप, की लम्बाई (ii) त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

In a circle of radius 21 cm an arc subtends an angle of 60° at the centre find;

(i) the length of the arc (ii) area of the sector.

हल : (i) चूँकि चाप की लम्बाई = $\frac{\theta^o}{360^o} \times 2\pi r$



आकृति 21

$\Rightarrow$ चाप की लम्बाई = $\frac{60^o}{360^o} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$

चाप (APB) = $\frac{1}{6} \times 22 \times 6$

अतः चाप की अभीष्ट लम्बाई = 22 cm उत्तर

(ii) चूँकि त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360^o} \pi r^2$

$\Rightarrow$ $ar(OAPB) = \frac{60^o}{360^o} \times \frac{22}{7} \times (21)^2$

$= \frac{1}{6} \times 22 \times 3 \times 21 = 231 cm^2$

उत्तर

22. निम्न समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए : (5)

$x+\frac{1}{x}=3,\ x\neq 0$

Find the roots of the following equation :

$x+\frac{1}{x}=3,\ x\neq 0$

हल : $x+\frac{1}{x}=3$ के लिए: सभी पदों को $x\neq 0$ से गुणा करने पर, हम पाते हैं:

$$x^2+1=3x$$

अर्थात् $x^2-3x+1=0$, जो एक द्विघात समीकरण है।

यहाँ a = 1, b = -3 , c = 1 है।

अत: $b^2-4ac=9-4=5>0$

अतः $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (क्यों?)

इसलिए मूल $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ और $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ हैं।

अथवा / OR

दो ऐसे क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 290 हो।

Find two consecutive odd positive integers, sum of whose squares is 290.

हल : माना दोनों क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांकों में छोटा पूर्णांक x है। तब, दूसरा पूर्णांक x + 2 होगा। प्रश्न के अनुसार,

$$x^2+(x+2)^2=290$$

अर्थात् $x^2+x^2+4x+4=290$

अर्थात् $2x^2+4x-286=0$

अर्थात् $x^2+2x-143=0$,

जो x में एक द्विघात समीकरण है।

द्विघाती सूत्र का प्रयोग करके, हम पाते हैं:

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+572}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{576}}{2}=\frac{-2\pm 24}{2}$$

अर्थात् x = 11 या x = - 13

परन्तु x एक धनात्मक विक्षम पूर्णांक दिया है। अतः, x = 11 होगा, क्योंकि $x\neq -13$ है।

अतः, दोनों क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांक 11 और 13 हैं।

जाँच : $11^2+13^2=121+169=290$ है।

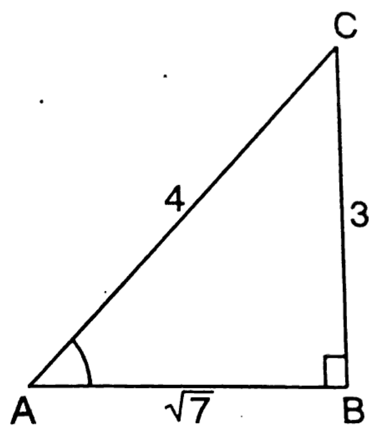
23. यदि $\sin A = \frac{3}{4}$, तो cos A और tan A का मान परिकलित कीजिए। (5)

If $\sin A = \frac{3}{4}$, calculate cos A and tan A.

हल : मान लो ΔABC एक समकोण Δ है जिसमें ∠B समकोण है।

$$\because \quad \sin A = \frac{3}{4} = \frac{BC\ (\text{सम्मुख भुजा})}{AC\ (\text{कर्ण})}$$

$\Rightarrow BC = 3$ एवं $AC = 4$



तो पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AB = \sqrt{(AC)^2 - (BC)^2}$$

$$\Rightarrow \quad AB = \sqrt{(4)^2 - (3)^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$$

अब $\cos A = \frac{AB\ (\text{संलग्न भुजा})}{AC\ (\text{कर्ण})} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

एवं $\tan A = \frac{BC\ (\text{सम्मुख भुजा})}{AB\ (\text{संलग्न भुजा})} = \frac{3}{\sqrt{7}}$

अथवा / OR

निम्नलिखित का मान निकालिए : $2\tan^2 - 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$

Evaluate the following: $2\tan^2 - 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$

हल : $2\tan^2 - 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$

$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$= 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 2$

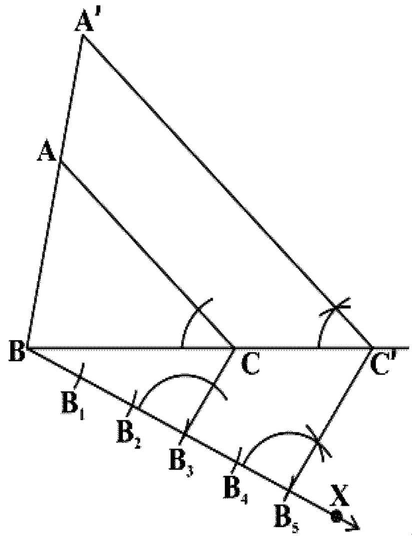
24. एक त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ हो। (5)

Construct a triangle similar to a given triangle ABC with its side equal to $\frac{5}{3}$ of the corresponding sides of the triangle ABC.

हल : एक त्रिभुज ABC दिया गया है। हमें एक त्रिभुज की रचना करनी है, जिसकी भुजाए ΔABC की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ हों।

रचना के चरण:

1. BC से शीर्ष A के दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींचिए।
2. 5 ($\frac{5}{3}$ में 5 और 3 में से बड़ी संख्या) बिंदु B_1, B_2, B_3, B_4 और B_5, BX पर इस प्रकार अंकित कीजिए कि $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ हो।
3. B_3 (तीसरा बिंदु, $\frac{5}{3}$ में 5 और 3 में से छोटी संख्या) को C से मिलाइए और B_5 से होकर जाने वाली B_3C के समांतर एक रेखा, बढ़ाए गए रेखाखंड BC को C' पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए।
4. C' से होकर जाने वाली CA के समांतर एक रेखा, बढ़ाने पर रेखाखंड BA को A' पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए (देखिए आकृति)।



तब, $A'BC'$ अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना के औचित्य सिद्ध करने के लिए, ध्यान दीजिए $\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$ (क्यों?)

इसलिए $\frac{AB}{A'B} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{BC'}$ है।

परंतु $\frac{BC}{BC'} = \frac{BB_3}{BB_5} = \frac{3}{5}$ है।

इसलिए $\frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3}$ है और इसीलिए $\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3}$ है।

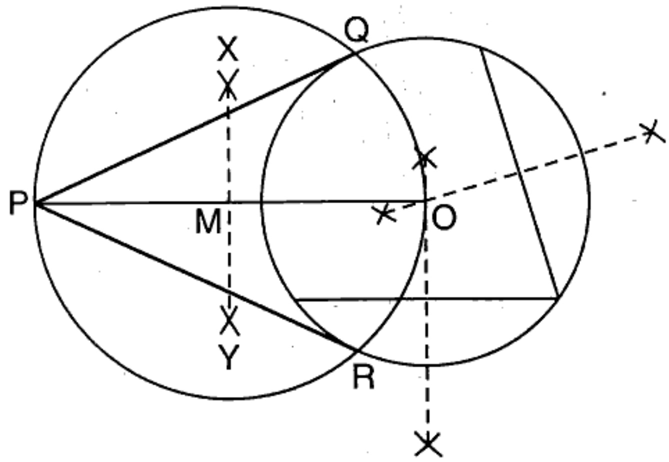
टिप्पणी : उदाहरण 1 और 2 में आप AB अथवा AC से न्यूनकोण बनाती हुई किरण भी ले सकते थे और उसी प्रकार आगे बढ़ सकते थे।

अथवा / OR

किसी चूड़ी की सहायता से वृत्त खींचिए । वृत्त के बाहर एक बिंदु से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए ।

Draw a circle with the help of bangle. Take a point outside the circle. Construct the pair of tangents from this point to the circle.

हल : रचना के पद : (1) चूड़ी की सहायता से एक वृत्त खींचा।



(2) वृत्त का केन्द्र O उचित विधि से ज्ञात किया।

(3) वृत्त के बाहर कोई बिन्दु P लिया और OP को मिलाया।

(4) OP का लम्ब-अर्द्धक XY खींचा जो OP को बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करता है।

(5) M को केन्द्र लेकर MP = MO की त्रिज्या से एक वृत्त खींचा जो दिए हुए वृत्त को क्रमशः 2 और R बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है।

(6) PO और PR को मिलाइए।

अतः PO एवं PR अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं। उत्तर

रचना का औचित्य : PO और PR क्रमशः OQ एवं OR त्रिज्याओं के साथ समकोण बनाती हैं क्योंकि अर्द्धवृत्त के कोण हैं।

25. एक शंकु के छिन्नक जो 45 cm ऊँचा है, के सिरों की त्रिज्याएँ क्रमशः 28 cm और 7 cm हैं। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। (5)

The radii of the ends of a frustum of a cone 45 cm high are 28 cm and 7 cm respectively, find the volume.

हल : छिन्नक का आयतन $= \frac{1}{3}\pi h\left(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2\right)$

$= \frac{1}{3}.\frac{22}{7}.45.\left[(28)^2 + (7)^2 - (28)(7)\right]cm^3$

= 485 10cm^3

अथवा/OR

पानी से पूरी भरी हुई एक अर्धगोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा $3\frac{4}{7}$ लिटर प्रति सेकण्ड की दर से खाली किया जाता है। यदि टंकी का व्यास 3 मीटर है तो वह कितने समय में आधी खाली हो जाएगी? ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

A herispherical tank full of water is emptied by a pipe at the rate of $3\frac{4}{7}$ liters per second. How much time will it take to empty half the tank, if it is 3 m in diameter ? (Take $\pi = \frac{22}{7}$)

हल : अर्धगोलाकार टंकी की त्रिज्या = $\frac{3}{2}m$

अतः, टंकी का आयतन = $\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 m^3 = \frac{99}{14} m^3$

उस पानी का आयतन, जिसे खाली किया जाना है।

$$= \frac{1}{2} \times \frac{99}{14} m^3$$

$$= \frac{99}{28} \times 1000 = \frac{99000}{28} \text{ लीटर}$$

अब, $\frac{25}{7}$ लीटर पानी खाली होता है 1 सेकंड में, इसलिए $\frac{99000}{28}$ लीटर पानी खाली होगा $\frac{99000}{28} \times \frac{7}{25}$ सेकंड में, अर्थात् 16.5 मिनट में।

26. विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा मोहल्ले के 20 परिवारों पर किये गये सर्वेक्षण के परिणामस्वरूप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुये – (5)

परिवार माप	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
परिवारों की संख्या	7	8	2	2	1

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

A survey conduct on 20 households in a locality by a group of students resulted in the following frequency table for the number of family member in a household :

Family size	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
Number of families	7	8	2	2	1

Find the Mode of this data.

हल : यहाँ, अधिकतम वर्ग बारंबारता 8 है तथा इस बारंबारता का संगत वर्ग 3-5 है। अतः, बहुलक वर्ग 3-5 है।

अब,

बहुलक वर्ग = 3 -5, बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (l) = 3 तथा वर्ग माप (h) = 2 है। :

बहुलक वर्ग की बारंबारता (f_1) = 8

बहुलक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता (f_0) = 7 तथा

बहुलक वर्ग के ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता (f_2) = 2 है।

आइए इन मानों को सूत्र में प्रतिस्थापित करें। हमें प्राप्त होता है :

$$\text{बहुलक} = l+\left(\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right)\times h$$

अतः, उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक 3:286 है।

अथवा / OR

दिये गये आँकड़ों में,

वर्ग अंतराल	विद्यार्थियों की संख्या
10 – 25	2
25 – 40	3
40 – 55	7
55 – 70	6
70 – 85	6
85 – 100	6

समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए ।

हल : दिये गये आँकड़ों में,

वर्ग अंतराल	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	वर्ग चिन्ह (x_i)	$f_i x_i$
10 – 25	2	17.5	35.0
25 – 40	3	32.5	97.5
40 – 55	7	47.5	332.5
55 – 70	6	62.5	375.0
70 – 85	6	77.5	465.0
85 – 100	6	92.5	555.0
योग	$\Sigma f_i = 30$		$\Sigma f_i x_i = 186.0$

अंतिम स्तंभ में दिए मानों के योग से हमें $\sum f_i x_i$ प्राप्त होता है। अतः, दिए हुए आँकड़ों का माध्य $\bar{x}$, नीचे दर्शाए अनुसार प्राप्त होता है।

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} - \frac{1860.0}{30} = 62$$

In given data,

Class Interval	Number of students
10 – 25	2
25 – 40	3
40 – 55	7
55 – 70	6
70 – 85	6
85 – 100	6

Find the Mean.

******