પ્રકરણ 7

ત્રિકોણ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- ત્રિકોણ અને તેનાં અંગો, ત્રિકોણની એકરૂપતા, શિરોબિંદુઓની સંગતતા, ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરતો :

  (i) બાખૂબા (ii) ખૂબાખૂ (iii) બાબાબા (iv) કાકબા
- ખૂબાખૂ શરતની એક વિશિષ્ટ પરિસ્થિતિમાં ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની ખૂખૂબા શરત.
- ત્રિકોણની સમાન બાજુઓની સામેના ખૂણાઓ સમાન હોય છે.
- ત્રિકોણના સમાન ખૂણાઓની સામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.
- બે ભિન્ન બિંદુઓથી સમાન અંતરે આવેલ કોઈ પણ બિંદુ આપેલ બે બિંદુઓને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજક પર આવેલું હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
- બે પરસ્પર છેદતી રેખાઓથી સમાન અંતરે આવેલ કોઈ પણ બિંદુ તે રેખાઓ દ્વારા બનતા ખૂણાના દ્વિભાજક પર આવેલું હોય છે અને તેનું પ્રતીપ.
- ત્રિકોણમાં,

  (i) મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય છે.

  (ii) મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો હોય છે.

  (iii) કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો તેની ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે હોય.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

ઉદાહરણ 1 : જો Δ ABC $\cong$ Δ PQR અને Δ ABC અને Δ RPQ એકરૂપ ના હોય તો નીચે આપેલ વિકલ્પોમાંથી કયો વિકલ્પ સત્ય નથી ?

(A) BC = PQ (B) AC = PR (C) QR = BC (D) AB = PQ

ઉકેલ : સંગતતા ABC $\leftrightarrow$ Δ PQR એકરૂપતા લેતાં,

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

$\therefore BC \neq PQ$ (આથી BC = PQ શક્ય નથી.)

ઉત્તર : (A)

સ્વાધ્યાય 7.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 11 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

1. આપેલ શરતો પૈકી કઈ શરત ત્રિકોણની એકરૂપતા માટેની શરત નથી ?

(A) બાખૂબા (B) ખૂબાખૂ (C) બાબાખૂ (D) બાબાબા

2. જો AB = QR, BC = PR અને CA = PQ, તો ....

(A) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ (B) $\Delta CBA \cong \Delta PRQ$ (C) $\Delta BAC \cong \Delta RPQ$ (D) $\Delta PQR \cong \Delta BCA$

3. જો ΔABC માં, AB = AC અને $\angle B = 50°$ હોય, તો $\angle C =$ ....

(A) 40° (B) 50° (C) 80° (D) 130°

4. જો ΔABC માં, BC = AB અને $\angle B = 80°$ હોય, તો $\angle A =$ ....

(A) 80° (B) 40° (C) 50° (D) 100°

5. જો ΔPQR માં, $\angle R = \angle P$, QR = 4 સેમી અને PR = 5 સેમી હોય, તો PQ ની લંબાઈ .... છે.

(A) 4 સેમી (B) 5 સેમી (C) 2 સેમી (D) 2.5 સેમી

6. જો ΔABC માં બાજુ BC પર બિંદુ D આવેલ છે અને AD એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક હોય, તો ....

(A) BD = CD (B) BA > BD (C) BD > BA (D) CD > CA

7. જો $\Delta ABC \cong \Delta FDE$ તથા AB = 5 સેમી, $\angle B = 40°$ અને $\angle A = 80°$ આપેલ હોય, તો નીચેનામાંથી .... વિકલ્પ સાચો છે.

(A) DF = 5 સેમી, $\angle F = 60°$ (B) DF = 5 સેમી, $\angle E = 60°$

(C) DE = 5 સેમી, $\angle E = 60°$ (D) DE = 5 સેમી, $\angle D = 40°$

8. ત્રિકોણની બે બાજુઓનાં માપ અનુક્રમે 5 સેમી અને 1.5 સેમી છે. તો ત્રીજી બાજુનું માપ .... શક્ય નથી.

(A) 3.6 સેમી (B) 4.1 સેમી (C) 3.8 સેમી (D) 3.4 સેમી

9. ΔPQR માં જો $\angle R > \angle Q$ હોય, તો ....

(A) QR > PR (B) PQ > PR (C) PQ < PR (D) QR < PR

10. ત્રિકોણ ABC અને ત્રિકોણ PQR માં, AB = AC, $\angle C = \angle P$ અને $\angle B = \angle Q$ હોય, તો આ બંને ત્રિકોણ ....

(A) સમદ્વિબાજુ છે, પરંતુ એકરૂપ નથી. (B) સમદ્વિબાજુ અને એકરૂપ છે.

(C) એકરૂપ છે, પરંતુ સમદ્વિબાજુ નથી. (D) સમદ્વિબાજુ પણ નથી અને એકરૂપ પણ નથી.

11. ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, AB = FD અને $\angle A = \angle D$ છે. જો .... હોય, તો આપેલ બંને ત્રિકોણો બાખૂબા પૂર્વધારણા પ્રમાણે એકરૂપ હશે.

(A) BC = EF (B) AC = DE (C) AC = EF (D) BC = DE

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, AB = DE અને AC = EF છે. આપેલ બંને ત્રિકોણના કયા બે ખૂણા સમાન થાય તો આ ત્રિકોણો એકરૂપ થાય. કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ઉકેલ : જરૂરી બે ખૂણાઓ, $\angle A$ અને $\angle E$ સમાન હોય આવશ્યક છે. જો $\angle A = \angle E$ થાય તો બાખૂબા શરત પ્રમાણે $\Delta ABC \cong \Delta EDF$.

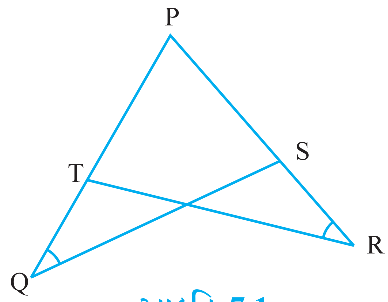
ઉદાહરણ 2 : ત્રિકોણ ABC અને DEF માં, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ અને AB = EF તો આ બે ત્રિકોણોને એકરૂપ કહી શકાય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ઉકેલ : આ બે ત્રિકોણો એકરૂપ હોય તે જરૂરી નથી, કારણ કે આપેલ ત્રિકોણોમાં AB અને EF અનુરૂપ બાજુઓ નથી.

સ્વાધ્યાય 7.2

1. Δ ABC અને Δ PQR માં, $\angle A = \angle Q$ અને $\angle B = \angle R$ છે. Δ PQR ની કઈ બાજુ Δ ABC ની બાજુ AB ને સમાન હોય તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
2. ત્રિકોણ ABC અને PQR માં, $\angle A = \angle Q$ અને $\angle B = \angle R$ છે. Δ PQR ની કઈ બાજુ Δ ABC ની બાજુ BC ને સમાન હોય તો આપેલ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ થાય? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
3. "જો કોઈ એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણો, બીજા ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને કોઈ એક ખૂણાને સમાન હોય તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય." આ વિધાન સત્ય છે ? શા માટે ?
4. "જો કોઈ એક ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુ બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણાઓ અને કોઈ એક બાજુને સમાન હોય તો આ બંને ત્રિકોણો એકરૂપ જ હોય" આ વિધાન સત્ય છે ? શા માટે ?
5. બાજુઓની લંબાઈ 4 સેમી, 3 સેમી અને 7 સેમી લઈ કોઈ ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
6. $\Delta ABC \cong \Delta RPQ$ આપેલ છે. તો BC = QR કહેવું સત્ય છે ? શા માટે ?
7. જો $\Delta PQR \cong \Delta EDF$ હોય, તો PR = EF છે તેવું કહી શકાય ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.
8. Δ PQR માં, $\angle P = 70°$ અને $\angle R = 30°$ છે. આ ત્રિકોણની કઈ બાજુ સૌથી લાંબી છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
9. Δ ABC માં, AD મધ્યગા છે. તો $AB + BC + CA > 2AD$ સત્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
10. Δ ABC ની બાજુ BC પર બિંદુ M આવેલ છે જેથી AM એ $\angle BAC$નો દ્વિભાજક થાય. એ કહેવું સત્ય છે કે ત્રિકોણ ABC ની પરિમિતિ 2AM થી મોટી છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
11. જેની બાજુઓની લંબાઈ 9 સેમી, 7 સેમી અને 17 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.
12. જેની બાજુઓની લંબાઈ 8 સેમી, 7 સેમી અને 4 સેમી હોય તેવા ત્રિકોણની રચના શક્ય છે ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો



આકૃતિ 7.1

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 7.1 માં, PQ = PR અને $\angle Q = \angle R$ છે. સાબિત કરો કે $\Delta PQS \cong \Delta PRT$.

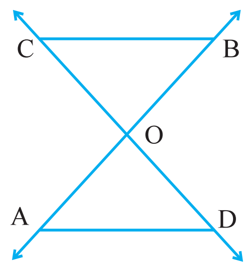
ઉકેલ : Δ PQS અને Δ PRT માં,

PQ = PR (આપેલ છે.)

$\angle Q = \angle R$ (આપેલ છે.)

અને $\angle QPS = \angle RPT$ (સામાન્ય ખૂણો)

માટે, $\Delta PQS \cong \Delta PRT$. (ખૂબાખૂ)



આકૃતિ 7.2

ઉદાહરણ 2 : આકૃતિ 7.2 માં, બે રેખાઓ AB અને CD પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. BC $\parallel$ DA અને BC = DA. સાબિત કરો કે AB અને CD નું મધ્યબિંદુ O છે.

ઉકેલ : BC $\parallel$ AD (આપેલ છે.)

માટે, $\angle CBO = \angle DAO$ (અંતઃયુગ્મ કોણ)

અને $\angle BCO = \angle ADO$ (અંતઃયુગ્મ કોણ)

હવે, BC = DA (આપેલ છે.)

તેથી, $\Delta BOC \cong \Delta AOD$ (ખૂબાખૂ)

માટે, OB = OA અને OC = OD

એટલે કે બિંદુ O, AB અને CD નું મધ્યબિંદુ છે.

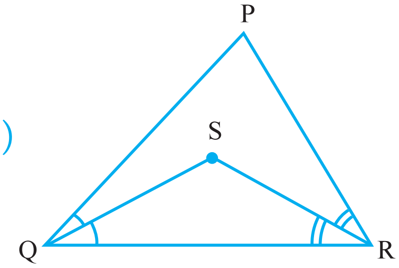
ઉદાહરણ 3 : આકૃતિ 7.3 માં, PQ > PR તથા QS અને RS અનુક્રમે $\angle Q$ અને $\angle R$ ના દ્વિભાજકો છે. સાબિત કરો કે SQ > SR

ઉકેલ : PQ > PR (આપેલ છે.)

માટે, $\angle R > \angle Q$ (મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો મોટો હોય છે.)

તેથી, $\angle SRQ > \angle SQR$ (પ્રત્યેક ખૂણાના અડધા)

માટે, SQ > SR (મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ મોટી હોય.)

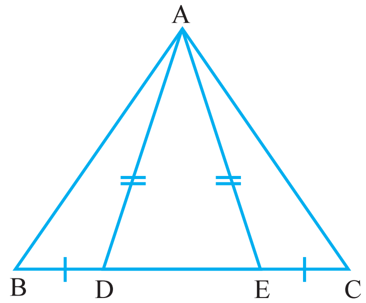


આકૃતિ 7.3

સ્વાધ્યાય 7.3

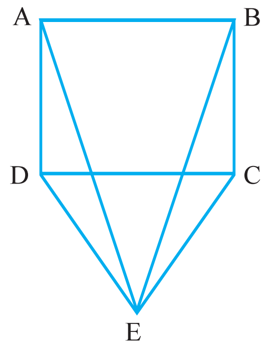
1. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC માં, AB = AC છે તથા BD અને CE તેની બે મધ્યગાઓ છે. સાબિત કરો કે BD = CE.

2. આકૃતિ 7.4 માં, Δ ABC ની બાજુ BC પર BD = CE અને AD = AE થાય તેવાં બે બિંદુઓ D અને E છે. સાબિત કરો કે $\Delta ABD \cong \Delta ACE$.



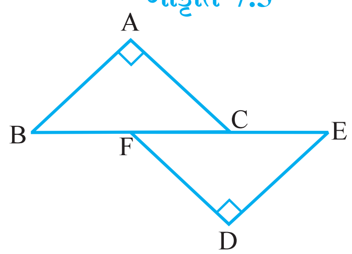
આકૃતિ 7.4

3. Δ CDE એ ચોરસ ABCD ની બાજુ CD પર બનતો સમબાજુ ત્રિકોણ છે. (આકૃતિ 7.5) સાબિત કરો કે $\Delta ADE \cong \Delta BCE$.



આકૃતિ 7.5

4. આકૃતિ 7.6 માં, BA ⊥ AC અને DE ⊥ DF આપેલ છે, તથા BA = DE અને BF = EC. સાબિત કરો કે $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.



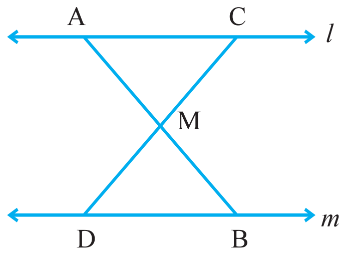
આકૃતિ 7.6

5. Δ PSR ની બાજુ SR પર PQ = PR થાય તેવું બિંદુ Q છે. સાબિત કરો કે PS > PQ.

6. Δ PQRની બાજુ QR પર બિંદુ S આવેલ છે. સાબિત કરો કે PQ + QR + RP > 2PS.

7. Δ ABCની બાજુ AC પર AB = AC થાય તેવું બિંદુ D છે. સાબિત કરો કે CD < BD.

8. આકૃતિ 7.7 માં, $l \parallel m$ અને રેખાખંડ AB નું મધ્યબિંદુ M છે. સાબિત કરો કે બિંદુ M એ જેના અંત્યબિંદુઓ અનુક્રમે રેખા l અને m પર આવેલ હોય એવા કોઈ પણ રેખાખંડ CD નું મધ્યબિંદુ હોય.

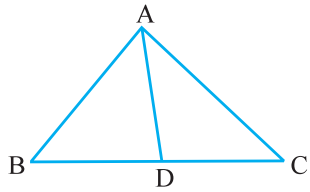


આકૃતિ 7.7

9. AB = AC હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા B અને C ના દ્વિભાજકો પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. BO ને બિંદુ M સુધી લંબાવેલ છે. સાબિત કરો કે $\angle MOC = \angle ABC$.

10. AB = AC હોય તેવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC ના ખૂણા B અને C ના દ્વિભાજકો પરસ્પર બિંદુ O માં છેદે છે. સાબિત કરો કે $\angle ABC$ ને આસન્ન હોય તેવો બહિષ્કોણ $\angle BOC$ ને સમાન હશે.

11. આકૃતિ 7.8 માં, AD એ $\angle BAC$ નો દ્વિભાજક છે. સાબિત કરો કે AB > BD.

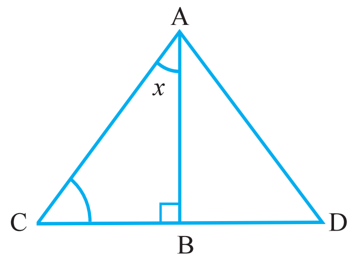


આકૃતિ 7.8

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : આકૃતિ 7.9 માં, $\angle B$ કાટખૂણો હોય તેવો કાટકોણ ત્રિકોણ ABC છે વળી, $\angle BCA = 2\angle BAC$. સાબિત કરો કે કર્ણ AC = 2BC.

ઉકેલ : CB ને બિંદુ D સુધી લંબાવો જેથી BC = BD થાય. AD જોડો.



આકૃતિ 7.9

Δ ABC અને Δ ABD માં,

BC = BD (રચના દ્વારા)

AB = AB (સામાન્ય બાજુ)

$\angle ABC = \angle ABD$ (પ્રત્યેક 90° છે.)

માટે, $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (બાખૂબા)

તેથી, $\angle CAB = \angle DAB$ (CPCT, એકરૂપ ત્રિકોણની અનુરૂપ બાજુઓ) (1)

અને AC = AD (2)

આમ, $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = x + x = 2x$ [(1) પરથી] (3)

અને $\angle ACD = \angle ADB = 2x$ ((2) પરથી, AC = AD) (4)

અર્થાત્, Δ ACD સમબાજુ છે. ((3) અને (4) પરથી)

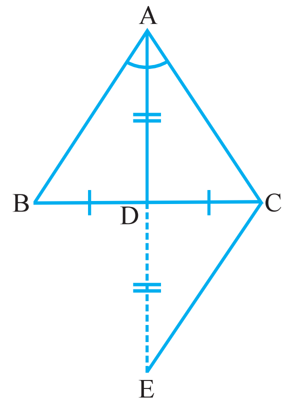
અથવા AC = CD

એટલે કે, AC = 2BC (BC = BD હોવાથી) (1)

ઉદાહરણ 2 : સાબિત કરો કે જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના બે ખૂણા અને અંતર્ગત બાજુને સમાન હોય તો આ બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

ઉકેલ : ધોરણ IX ના ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાં પ્રમેય 7.1 ની સાબિતી જુઓ.

ઉદાહરણ 3 : ત્રિકોણના કોઈ એક ખૂણાનો દ્વિભાજક જો આ ખૂણાની સામેની બાજુને પણ દુભાગે તો સાબિત કરો કે આપેલ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



આકૃતિ 7.10

ઉકેલ : આપણને Δ ABC ની બાજુ BC પર બિંદુ D આપેલ છે. જેથી ∠BAD = ∠CAD અને BD = CD થાય. (જુઓ આકૃતિ 7.10)

આપણે AB = AC સાબિત કરવાનું છે.

AD ને બિંદુ E સુધી લંબાવો જેથી AD = DE થાય. CE જોડો.

હવે Δ ABD અને Δ ECD માં, આપણને

BD = CD (આપેલ છે.)

AD = ED (રચના દ્વારા)

અને ∠ADB = ∠EDC (અભિકોણ)

માટે, Δ ABD ≅ Δ ECD (બાખૂબા)

તેથી, AB = EC (CPCT, એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો) (1)

અને ∠BAD = ∠CED (2)

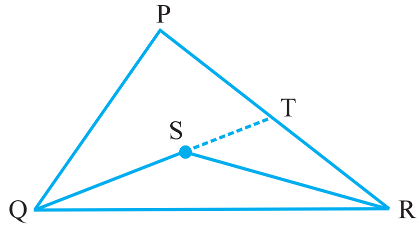
વળી, ∠BAD = ∠CAD (આપેલ છે.)

માટે, ∠CAD = ∠CED [(2) પરથી]

તેથી, AC = EC (સમાન ખૂણાની સામેની બાજુઓ) (3)

માટે, AB = AC [(1) અને (3) પરથી]

ઉદાહરણ 4 : બિંદુ S એ Δ PQR ની અંદરના ભાગમાં છે. સાબિત કરો કે SQ + SR < PQ + PR



આકૃતિ 7.11

ઉકેલ : QS ને લંબાવો જેથી તે PR ને બિંદુ T માં છેદે (જુઓ આકૃતિ 7.11)

Δ PQT પરથી, આપણને PQ + PT > QT મળશે. (કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં વધારે હોય છે.)

એટલે કે, PQ + PT > SQ + ST (1)

Δ TSR પરથી, આપણને ST + TR > SR મળશે. (2)

પરિણામ (1) અને (2)નો સરવાળો કરતાં,

PQ + PT + ST + TR > SQ + ST + SR મળશે.

એટલે કે, PQ + PT + TR > SQ + SR

એટલે કે, PQ + PR > SQ + SR

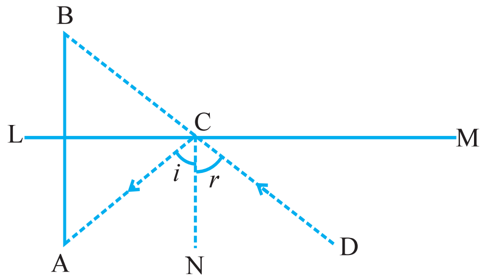
અથવા, SQ + SR < PQ + PR

સ્વાધ્યાય 7.4

1. સમબાજુ ત્રિકોણના બધા જ ખૂણાઓનાં માપ શોધો.

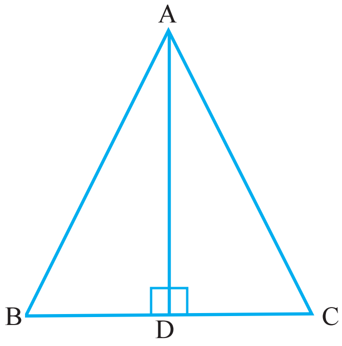
2. આકૃતિ 7.12 માં બતાવ્યા પ્રમાણે બિંદુ D પર રહેલા નિરીક્ષકને સમતલ અરીસા LM ની સામે કોઈ એક બિંદુ A પર રાખેલ વસ્તુનું પ્રતિબિંબ બિંદુ B પર જોવા મળે છે. સાબિત કરો કે આ પ્રતિબિંબ અરીસાની પાછળ એટલા જ અંતરે મળશે જેટલા અંતરે અરીસાની સામે વસ્તુ રાખેલ હશે.

(**સૂચન :** CN એ અરીસાને દોરેલ લંબ છે. તેમજ, આપાતકોણ = પરાવર્તન કોણ)



આકૃતિ 7.12

3. AB = AC હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC છે અને AD ⊥ BC થાય તેવું બિંદુ D બાજુ AC પર આપેલ છે. (જુઓ આકૃતિ 7.13). ∠BAD = ∠CAD સાબિત કરવા માટે વિદ્યાર્થી નીચે પ્રમાણે શરૂઆત કરે છે :



આકૃતિ 7.13

Δ ABD અને Δ ACD માં,

AB = AC (આપેલ છે.)

$\angle B = \angle C$ (AB = AC હોવાથી)

અને $\angle ADB = \angle ADC$

માટે, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (ખૂખૂબા)

તેથી, $\angle BAD = \angle CAD$ (એકરૂપ ત્રિકોણનાં અનુરૂપ અંગો)

ઉપર આપેલ તર્કમાં શું ભૂલ છે ?

(**સૂચન :** યાદ કરો કે જ્યારે AB = AC આપેલ હોય ત્યારે $\angle B = \angle C$ કેવી રીતે સાબિત કરી શકાય.)

4. P એ $\angle ABC$ ના દ્વિભાજક પર આવેલ બિંદુ છે. P માંથી પસાર થતી અને બાજુ BA ને સમાંતર રેખા બાજુ BC ને Q માં છેદે, તો સાબિત કરો કે ત્રિકોણ BPQ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

5. ચતુષ્કોણ ABCD માં AB = BC અને AD = CD છે. સાબિત કરો કે BD બંને ખૂણા $\angle ABC$ અને $\angle ADC$ નો દ્વિભાજક છે.

6. કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં AB = AC છે. $\angle A$ નો દ્વિભાજક BC ને D માં છેદે છે. સાબિત કરો કે BC = 2AD.

7. OAB એક સમબાજુ ત્રિકોણ બને તે રીતે ચોરસ ABCD ના અંદરના ભાગમાં બિંદુ O આવેલ છે. સાબિત કરો કે Δ OCD સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે.

8. ABC અને DBC એ સમાન પાયા BC પર આવેલા બે ત્રિકોણ છે. A અને D પાયા BC ની વિરુદ્ધ દિશામાં છે. AB = AC અને DB = DC છે. સાબિત કરો કે AD એ રેખાખંડ BC નો લંબદ્વિભાજક છે.

9. જેમાં AC = BC હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ ABC છે. AD અને BE અનુક્રમે બાજુ BC અને AC પરના વેધ છે. સાબિત કરો કે AE = BD.

10. સાબિત કરો કે ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો તેની ત્રીજી બાજુને સંગત મધ્યગાના બમણાથી વધારે હોય છે.

11. સાબિત કરો કે ચતુષ્કોણ ABCD માં, $AB + BC + CD + DA < 2 (BD + AC)$.

12. સાબિત કરો કે ચતુષ્કોણ ABCD માં, $AB + BC + CD + DA > AC + BD$.

13. કોઈ એક ત્રિકોણ ABC માં, D એ બાજુ AC નું મધ્યબિંદુ છે જેથી $BD = \frac{1}{2}AC$ થાય. સાબિત કરો કે $\angle ABC$ કાટકોણ છે.

14. સાબિત કરો કે કાટકોણ ત્રિકોણમાં, કર્ણના મધ્યબિંદુને અને તેની સામેના શિરોબિંદુને જોડતા રેખાખંડનું માપ કર્ણના માપ કરતાં અડધું હોય છે.

15. પરસ્પર O બિંદુએ છેદતી બે રેખાઓ l અને m થી સમાન અંતરે આવેલું બિંદુ P, બિંદુ O માંથી પસાર થતી કોઈ એક રેખા n પર આવેલ છે. સાબિત કરો કે રેખા n, રેખા l અને m થી બનતા ખૂણાને દુભાગે છે.

16. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD ની સમાંતર બાજુઓ AB અને DC નાં મધ્યબિંદુઓ અનુક્રમે M અને N ને જોડતો રેખાખંડ બંને સમાંતર બાજુઓ AB અને DC ને લંબ છે. સાબિત કરો કે AD = BC.

17. ચતુષ્કોણ ABCD માં વિકર્ણ AC, $\angle A$ અને $\angle C$ ને દુભાગે છે તો સાબિત કરો કે AB = AD અને CB = CD.

18. કાટકોણ ત્રિકોણ ABC માં AB = AC છે તથા $\angle C$ નો દ્વિભાજક બાજુ AB ને D માં છેદે છે. સાબિત કરો કે AC + AD = BC.

19. AB અને CD એ ચતુષ્કોણ ABCD ની અનુક્રમે સૌથી નાની અને સૌથી મોટી બાજુઓ છે. $\angle B$ અને $\angle D$ માં કયો ખૂણો મોટો હશે તે નક્કી કરો.

20. સાબિત કરો કે સમબાજુ ન હોય તેવા કોઈ પણ ત્રિકોણમાં સૌથી મોટી બાજુની સામેના ખૂણાનું માપ કાટખૂણાના $\frac{2}{3}$ ભાગ કરતાં મોટું હોય છે.

21. જેમાં AB = AD અને CB = CD હોય તેવો ચતુષ્કોણ ABCD છે. સાબિત કરો કે AC એ BD નો લંબદ્વિભાજક છે.

■