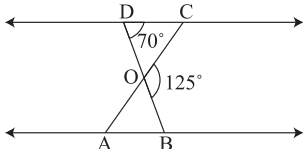


(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इनमें से सही विकल्प का चयन कीजिए:

- सभी..... त्रिभुज समरूप होते हैं:
 - समद्विबाहु
 - समकोण
 - विषमबाहु
 - समबाहु
- यदि एक त्रिभुज के सभी कोण एक अन्य त्रिभुज के संगत कोणों के क्रमशः बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं। समरूपता की इस कसौटी को किस नाम से जाना जाता है?
 - ASA
 - SAS
 - AAA
 - SSS
- समरूप त्रिभुज की संगत भुजाएँ होती है।
 - बराबर
 - समानुपाती
 - समांतर
 - लम्बवत
- दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4:9 के अनुपात में है। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात है:
 - 2:3
 - 4:9
 - 81:16
 - 16:81
- $\Delta ODC \sim \Delta OBA$, $\angle BOC = 125^\circ$ और $\angle CDO = 70^\circ$ है। $\angle DCO$ का मान कितना होगा?
 
 - 70°
 - 65°
 - 60°
 - 55°
- त्रिभुज ABC में, $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm तथा कोण $B = 90^\circ$ है तो $AC = ?$
 - 5 cm
 - $3\sqrt{2}$ cm
 - $4\sqrt{2}$ cm
 - $5\sqrt{2}$ cm
- सभी वृत्त होते हैं।
 - समरूप
 - सर्वांगसम
 - दोनों
 - इनमें से कोई नहीं
- दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 64 : 121 है। इन त्रिभुजों के संगत शीर्षलंबों का अनुपात होगा:
 - 32:100
 - 8:10
 - 8:11
 - 7:11
- ABC और BDE दो समबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं कि D भुजा BC का मध्य-बिंदु है। त्रिभुजों ABC और BDE के क्षेत्रफलों का अनुपात है:
 - 2:1
 - 1:2
 - 4:1
 - 1:4
- एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकार टिकी हुई है कि इसका

निचला सिरा दीवार से 2.5 m की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 m की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुँचता है। सीढ़ी की लंबाई कितनी है?

- 8.5 m
- 6.5 m
- 7.5 m.
- 6.5m

- ΔABC में, $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AC = 12$ cm और $BC = 6$ cm हो, तो कोण B है:
 - 120°
 - 60°
 - 90°
 - 45°

- समरूप त्रिभुज के संगत कोण होते हैं।
 - बराबर
 - समानुपाती
 - समांतर
 - असमान

हल (Solution)

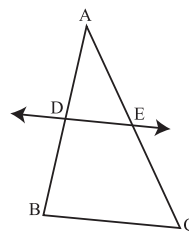
- | | | |
|-------|--------|--------|
| 1. d. | 6. a. | 11. c. |
| 2. c. | 7. a. | 12. a. |
| 3. b. | 8. c. | 13. b. |
| 4. d. | 9. c. | |
| 5. d. | 10. b. | |

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

- भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं यदि उनकी संगत भुजाएँ.....हों।

Ans:- समानुपाती

- ΔABC में यदि $DE \parallel BC$ हो, तथा $BD = 7.2$ cm, $AE = 1.8$ cm और $EC = 5.4$ cm हो तो AD का मान क्या होगा?



Ans:- दिया गया है $BD = 7.2$ cm, $AE = 1.8$ cm, $EC = 5.4$ cm

$\therefore DE \parallel BC$

$\therefore$ थेल्स प्रमेय से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

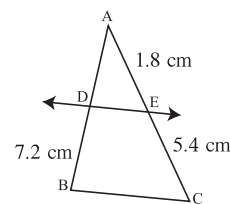
$$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1}{3}$$

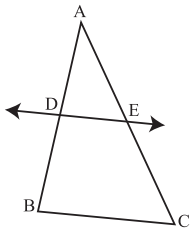
$$\Rightarrow 3 \times AD = 7.2$$

$$\Rightarrow AD = \frac{7.2}{3} = 2.4$$

$\therefore AD = 2.4$ cm Ans.



15. $\triangle ABC$ में यदि $DE \parallel BC$ हो तथा $AD/BD = 3/5$ और $AC = 4.8$ cm हो तो AE ज्ञात कीजिए।



Ans:- दिया गया है $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$ और $AC = 4.8$ cm

$\therefore DE \parallel BC$

$\therefore$ थेल्स प्रमेय से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{4.8-x}$$

$$\Rightarrow 5x = 3(4.8-x)$$

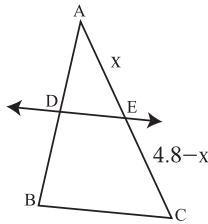
$$\Rightarrow 5x = 3 \times 4.8 - 3x$$

$$\Rightarrow 5x + 3x = 14.4$$

$$\Rightarrow 8x = 14.4$$

$$\Rightarrow x = \frac{14.4}{8} = 1.8$$

$$\therefore x = 1.8 \text{ cm Ans.}$$



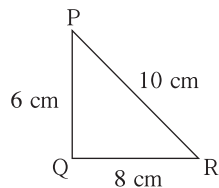
16. $\triangle PQR$ में $PQ = 6$ cm, $QR = 8$ cm तथा $PR = 10$ cm है तो $\angle Q$ का मान ज्ञात कीजिए।

Ans:- $PQ^2 + QR^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

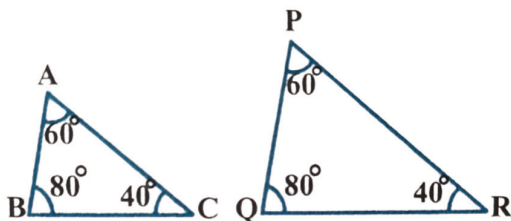
$$PR^2 = 10^2 = 100$$

$$\therefore PQ^2 + QR^2 = PR^2$$

पाइथागोरस प्रमेय के विलोम से,
 $\angle PQR = 90^\circ$ Ans.



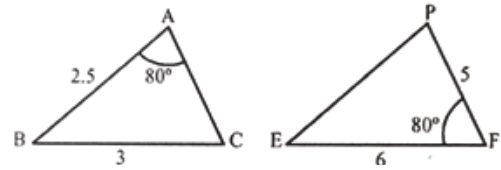
17. बताइए कि नीचे दिए गए आकृति में त्रिभुजों के युग्म समरूप है या नहीं, यदि त्रिभुज समरूप है तो समरूपता की कसौटी को लिखिए तथा समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त करें।



Ans:- हाँ, AAA समरूपता गुणधर्म से,
 $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

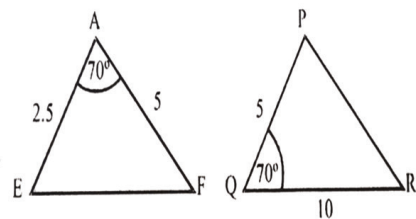
18.

बताइए कि नीचे दिए गए आकृति में त्रिभुजों के युग्म समरूप है या नहीं, यदि त्रिभुज समरूप है तो समरूपता की कसौटी को लिखिए तथा समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त करें।



Ans:- नहीं

19. बताइए कि नीचे दिए गए आकृति में त्रिभुजों के युग्म समरूप है या नहीं, यदि त्रिभुज समरूप है तो समरूपता की कसौटी को लिखिए तथा समरूप त्रिभुजों को सांकेतिक रूप में व्यक्त करें।



Ans:- हाँ, SAS समरूपता गुणधर्म से,
 $\triangle AEF \sim \triangle PQR$

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

20. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं कि $AO/CO = BO/DO$ है। सिद्ध कीजिए कि ABCD एक समलम्ब है।

Ans:- दिया गया है कि,

ABCD एक चतुर्भुज है जिसमें विकर्ण AC और BD एक दूसरे को बिन्दु 'O' पर प्रतिच्छेद करते हैं कि

$$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO} \quad \text{--- ①}$$

सिद्ध करना है:- ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है अर्थात् $AB \parallel DC$

रचना :- POQ $\parallel$ DC खींचा

प्रमाण :-

$\triangle BDC$ में

$\therefore OQ \parallel DC$

$$\frac{BQ}{QC} = \frac{BO}{OD} \quad (\text{थेल्स प्रमेय से})$$

$$\Rightarrow \frac{BQ}{QC} = \frac{AO}{CO} \quad [\text{समी. ① से}]$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{AO} = \frac{QC}{BQ} \Rightarrow \frac{CO}{OA} = \frac{CQ}{QB}$$

थेल्स प्रमेय के विलोम से,

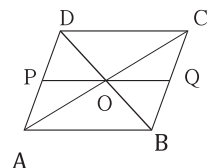
$OQ \parallel AB$

$$\Rightarrow POQ \parallel AB \Rightarrow POQ \parallel AB \parallel DC$$

$$\Rightarrow AB \parallel DC$$

$\therefore$ ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है।

Proved



21. यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ है और इनके क्षेत्रफल क्रमशः 64 cm^2 और 121 cm^2 है। यदि $EF = 15.4 \text{ cm}$ हो, तो BC ज्ञात कीजिए।

Ans:- दिया गया है $Ar(\Delta ABC) = 64 \text{ cm}^2$ और $Ar(\Delta DEF) = 121 \text{ cm}^2$
 $EF = 15.4 \text{ cm}$, $BC = ?$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\Rightarrow \frac{Ar(\Delta ABC)}{Ar(\Delta DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{64}{121} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{BC}{15.4}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$$

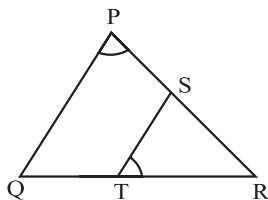
$$\Rightarrow BC \times 11 = 8 \times 15.4$$

$$\Rightarrow BC = \frac{8 \times 15.4}{11} = 11.2 \text{ cm}$$

$\therefore BC = 11.2 \text{ cm}$ Ans.

22. ΔPQR की भुजाओं PR और QR पर क्रमशः बिंदु S और T इस प्रकार स्थित हैं कि $\angle P = \angle RTS$ है। दर्शाइए कि $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$ है।

Ans:-



दिया गया है $\therefore \angle RTS = \angle P$

सिद्ध करना है $\therefore \Delta RPQ \sim \Delta RTS$

प्रमाण $\therefore \Delta RPQ \sim \Delta RTS$ में,

$\angle R = \angle R$ (उभयनिष्ठ कोण)

$\angle P = \angle RTS$ (दिया है)

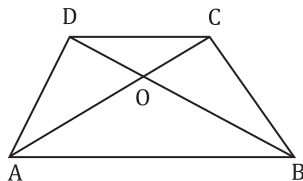
AA समरूपता गुणधर्म से

$\Delta RPQ \sim \Delta RTS$

Hence Proved

23. एक समलंब $ABCD$ जिसमें $AB \parallel DC$ है, के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $AB = 2 \text{ CD}$ हो, तो त्रिभुजों ΔAOB और ΔCOD का अनुपात ज्ञात कीजिये।

Ans:-



दिया गया है कि,

$$AB \parallel DC$$

$$\text{और } AB = 2 \text{ CD}$$

ΔAOB और ΔCOD में,

$\angle AOB = \angle COD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle OAB = \angle OCD$ (एकान्तर अन्तः कोण)

$\therefore$ AA समरूपता गुणधर्म से

$\Delta AOB \sim \Delta COD$

अब,

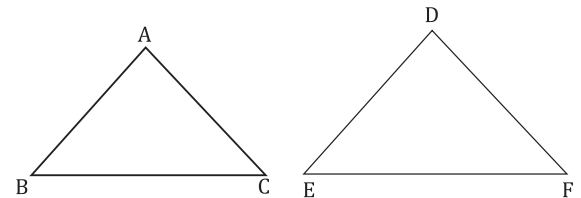
$$\therefore \frac{Ar(\Delta AOB)}{Ar(\Delta COD)} = \left(\frac{AO}{CO}\right)^2 = \left(\frac{OB}{OD}\right)^2 = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{Ar(\Delta AOB)}{Ar(\Delta COD)} = \left(\frac{2 \text{ CD}}{\text{CD}}\right)^2 = \frac{4}{1} [\because AB = 2 \text{ CD}]$$

अतः अभीष्ट अनुपात 4:1 है।

24. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हों तो सिद्ध कीजिए कि वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

Ans:-



दिया गया है कि,

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \text{ और } Ar(\Delta ABC) = Ar(\Delta DEF)$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

$$\Rightarrow \frac{Ar(\Delta ABC)}{Ar(\Delta DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{Ar(\Delta ABC)}{Ar(\Delta DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = 1, \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = 1 \text{ और } \left(\frac{AC}{DF}\right)^2 = 1$$

$$\frac{AB}{DE} = 1, \frac{BC}{EF} = 1 \text{ और } \frac{AC}{DF} = 1$$

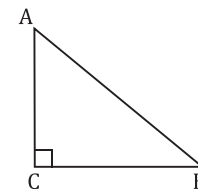
$$\Rightarrow AB = DE, BC = EF \text{ और } AC = DF$$

SSS से सर्वांगसमता के नियम से,

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF \text{ Hence Proved}$$

25. ΔABC में यदि कोण C समकोण है तथा $AC = BC$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$ है।

Ans:-



दिया गया है $\therefore \Delta ABC$ एक समकोण त्रिभुज है जिसमें

$$\angle C = 90^\circ \text{ तथा } AC = BC.$$

सिद्ध करना है $\therefore AB^2 = 2AC^2$

प्रमाण:-

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ में, } BC^2 \text{ (पाइथागोरस प्रमेय से)}$$

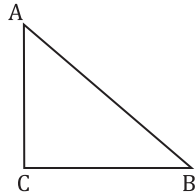
$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + AC^2 [\because AC = BC]$$

$$\therefore AB^2 = 2AC^2 \text{ Hence Proved}$$

26. ΔABC यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AC = BC$ है। यदि

$AB^2 = 2AC^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि ABC एक समकोण त्रिभुज है।

Ans:-



दिया गया है:- ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है

जिसमें $AC = BC$ और $AB^2 = 2AC^2$

सिद्ध करना है:- ABC एक समकोण त्रिभुज है।

प्रमाण:-

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= 2AC^2 \\ \Rightarrow AB^2 &= AC^2 + AC^2 \\ \Rightarrow AB^2 &= AC^2 + BC^2 \quad [\because AC = BC] \end{aligned}$$

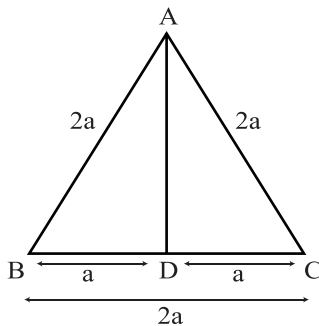
पाइथागोरस प्रमेय के विलोम से

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\therefore$ ABC एक समकोण त्रिभुज है।

27. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा $2a$ है। इसके प्रत्येक शीर्षलंब की लंबाई ज्ञात करें।

Ans:-



दिया गया है:- ABC एक समबाहु त्रिभुज है,

जिसमें $AB = BC = AC = 2a$

$AD \perp BC$ खींचा

$\triangle ADB$ और $\triangle ADC$ में

$AD = AD$ (उभयनिष्ठ)

$AB = AC$

$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

RHS सर्वांगसमता की कसौटी से

$\triangle ADB \cong \triangle ADC$

$BD = DC$ (CPCT से)

$\therefore BD = DC = a$

$\triangle ADB$ में

पाइथागोरस प्रमेय से,

$$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow AD^2 + a^2 = (2a)^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

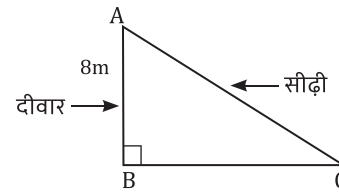
$$\Rightarrow AD = \sqrt{3} a \text{ मात्रक}$$

समबाहु $\triangle$ के प्रत्येक शीर्ष लंब की लंबाई $= \sqrt{3} a$ मात्रक

28.

10m लंबी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8m की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।

Ans:-



$$AB = 8m$$

$$AC = 10m$$

$$BC = ?$$

$\therefore$ ABC एक समकोण त्रिभुज है

$\therefore$ पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow (8)^2 + BC^2 = (10)^2$$

$$\Rightarrow 64 + BC^2 = 100$$

$$\Rightarrow BC^2 = 100 - 64 = 36$$

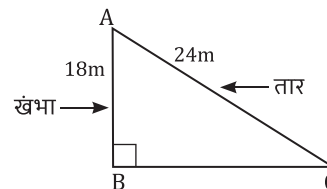
$$\Rightarrow BC = \sqrt{36} = 6m \text{ Ans.}$$

दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी 6 m है।

29.

18 m ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खंभे के ऊपरी सिरे से एक तार का एक सिरा जुड़ा हुआ है तथा तार का दूसरा सिरा एक खूँटे से जुड़ा हुआ है। खंभे के आधार से खूँटे को कितनी दूरी पर गाड़ा जाए कि तार तना रहे जबकि तार की लंबाई 24 m है।

Ans:-



$$AB = 18m$$

$$AC = 24m$$

$$BC = ?$$

$\therefore$ ABC एक समकोण त्रिभुज है।

$\therefore$ पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow (18)^2 + BC^2 = (24)^2$$

$$\Rightarrow 324 + BC^2 = 576$$

$$\Rightarrow BC^2 = 576 - 324$$

$$\Rightarrow BC^2 = 252$$

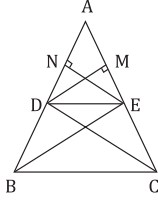
$$\Rightarrow BC = \sqrt{252} m = 6\sqrt{7} m$$

खंभे के आधार से खूँटे की दूरी $6\sqrt{7} m$ है।

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

30. सिद्ध कीजिए कि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा उन्हें समान अनुपात में विभाजित करती है।

Ans:-



दिया गया है:- ABC एक त्रिभुज है जिसमें DE , भुजा BC के समांतर है जो AB और AC के बिन्दु D और E पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है:- $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

रचना:- $DM \perp AC$ और $EN \perp AB$ खींचा तथा बिंदु B से बिंदु E और बिंदु C से बिंदु D को मिलाया।

प्रमाण:-

$$\begin{aligned} \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle BDE)} &= \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \\ \Rightarrow \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle BDE)} &= \frac{AD}{DB} \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

पुनः

$$\begin{aligned} \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle DEC)} &= \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \\ \Rightarrow \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle DEC)} &= \frac{AE}{EC} \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

$\therefore \triangle BDE$ और $\triangle DEC$ एक ही आधार DE और समान समांतर रेखाओं DE और BC के बीच बने त्रिभुज है।

$$\therefore Ar(\triangle BDE) = Ar(\triangle DEC)$$

$$\therefore \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle BDE)} = \frac{Ar(\triangle ADE)}{Ar(\triangle DEC)}$$

समीकरण (1) और समीकरण (2) से

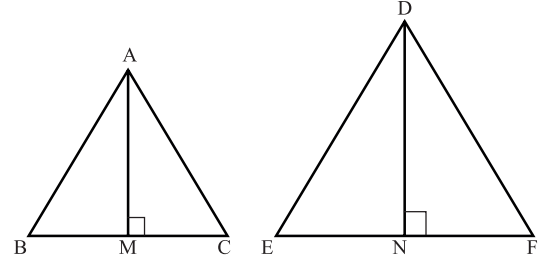
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Hence Proved.

31.

सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।

Ans:-



दिया गया है:- दो त्रिभुज ABC और DEF इस प्रकार है कि $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

सिद्ध करना है:- $\frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$

रचना:- $AM \perp BC$ और $DN \perp EF$ खींचा।

प्रमाण:-

$$\begin{aligned} \frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} &= \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times EF \times DN} \\ \Rightarrow \frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} &= \left(\frac{BC}{EF}\right) \times \left(\frac{AM}{DN}\right) \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

$\triangle ABM$ और $\triangle DEN$ में

$$\angle AMB = \angle DNE = 90^\circ$$

$$\angle B = \angle E \quad [\because \triangle ABC \sim \triangle DEF]$$

$\therefore AA$ समरूपता गुणधर्म से

$\triangle ABM \sim \triangle DEN$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN} = \frac{BM}{EN} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ (दिया है)

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \quad \dots\dots\dots(3)$$

समीकरण (2) और समीकरण (3) से

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AM}{DN} \quad \dots\dots\dots(4)$$

समीकरण (4) से $\frac{AM}{DN}$ का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$\therefore \frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} = \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$$

इसी तरह हम प्राप्त कर सकते हैं,

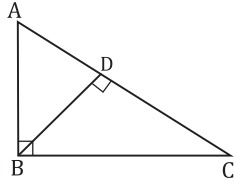
$$\frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

$$\therefore \frac{Ar(\triangle ABC)}{Ar(\triangle DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$$

Hence Proved.

32. सिद्ध कीजिए कि किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

Ans:-



दिया गया है:- ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC = 90^\circ$

सिद्ध करना है:- $AC^2 = AB^2 + BC^2$

रचना:- $BD \perp AC$ खींचा।

प्रमाण:-

$\triangle ADB$ और $\triangle ABC$ में

$$\angle A = \angle A \quad (\text{उभयनिष्ठ कोण})$$

$$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$$

$\therefore$ AA समरूपता की कसौटी से,

$$\triangle ADB \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DB}{BC} = \frac{AB}{AC} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} \quad [\text{पहला और अंतिम पद को लेने पर}]$$

$$\therefore AB^2 = AD \times AC \quad \dots\dots\dots(1)$$

पुनः

$\triangle BDC$ और $\triangle ABC$ में

$$\angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle C = \angle C \quad (\text{उभयनिष्ठ कोण})$$

AA समरूपता की कसौटी से

$$\triangle BDC \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad (\text{समरूप त्रिभुज के संगत भुजा})$$

$$\Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} \quad [\text{दूसरा और अंतिम पद लेने पर}]$$

$$\therefore BC^2 = DC \times AC \quad \dots\dots\dots(2)$$

समीकरण (1) तथा समीकरण (2) को जोड़ने पर

$$AB^2 + BC^2 = AD \times AC + DC \times AC$$

$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 = (AD + DC) \times AC$$

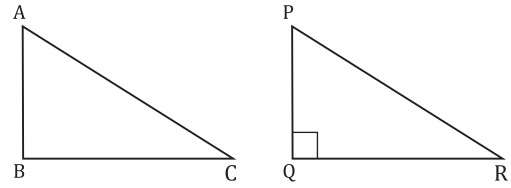
$$\Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC \times AC$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Hence Proved.

33. यदि किसी त्रिभुज में एक भुजा का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हों तो सिद्ध कीजिए कि पहली भुजा के सामने का कोण समकोण होता है।

Ans:-



दिया गया है:- ABC एक त्रिभुज है जिसमें $AC^2 = AB^2 + BC^2$

सिद्ध करना है:- $\angle ABC = 90^\circ$

रचना:- $\triangle PQR$ की रचना करते हैं जिसमें $\angle PQR = 90^\circ$ तथा

$AB = PQ$ और $BC = QR$ है।

प्रमाण:-

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots\dots\dots(1) \quad (\text{दिया गया है})$$

$\triangle PQR$ में

$$\therefore \angle PQR = 90^\circ$$

$\therefore$ पाइथागोरस प्रमेय से

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$\therefore PR^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots\dots\dots(2) \quad [\text{रचना से } PQ=AB, QR=BC]$$

समीकरण (1) और समीकरण (2) से

$$AC^2 = PR^2$$

$$\therefore AC = PR \quad \dots\dots\dots(3)$$

$\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ में

$$AC = PR \quad (\text{समीकरण 3 से})$$

$$AB = PQ \quad (\text{रचना से})$$

$$BC = QR \quad (\text{रचना से})$$

SSS सर्वांगसमता गुणधर्म से,

$$\triangle ABC \cong \triangle PQR$$

$$\angle ABC = \angle PQR \quad (\text{CPCT से})$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ \quad [\text{रचना से } \angle PQR = 90^\circ]$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

Hence Proved.