झारखण्ड (JAC) 2013 (A) बोर्ड परीक्षा में पूछे गये प्रश्न एवं उनके आदर्श उत्तर

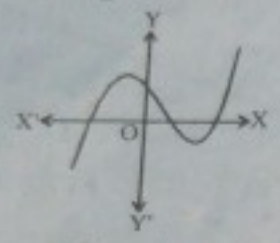
Time : 3 Hours] [Full Marks : 80

निर्देश के लिए देखें 2016(A) प्रश्नोत्तर

SECTION–A (खण्ड-'अ')

(प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक 1 अंक का है)

1. बताइए कि $\frac{17}{8}$ परिमेय संख्या के दशमलव सांत है या असांत आवर्ती हैं।
2. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए $y = p(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया गया है। बहुपद $p(x)$ के शून्यक की संख्या लिखिए।



3. जाँच कीजिए कि द्विघात समीकरण है या नहीं : $(x+1)^2 = 2(x-3)$
4. मान निकालिए : $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$
5. A.P. 3, 1, –1, 3..... के लिए प्रथम पद तथा सार्व अंतर लिखए।
6. यदि एक वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।
7. कोष्ठकों में दिए शब्दों में से सही शब्दों का प्रयोग करते हुए रिक्त स्थानों को भरिए :
   सभी वृत्त ..... होते हैं। (सवीगसम, समरूप)
8. एक वृत्त की कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं ?
9. एक चित्त प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है।
10. वर्ग अंतराल एवं संचयी बारंबारता के बीच खींचे गये आलेख को क्या कहते हैं ?

SECTION–B (खण्ड-'ब')

(प्रश्न संख्या 11 से 15 तक प्रत्येक 2 अंक का है)

11. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः 0 और $\sqrt{5}$ हैं।
12. यदि $\sin A = \frac{3}{4}$, तो $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए।
13. बिन्दुओं A(2, 3) और B(4, 1) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।
14. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$ है।
15. एक थैले में एक लाल गेंद, एक नीली गेंद और एक पीली गेंद हैं तथा सभी गेंदें एक ही साइज की हैं। निशा बिना थैले के अंदर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है। इसकी प्रायिकता है कि वह गेंद (i) पीली होगी ? (ii) नीली होगी ?

अथवा,

अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता (i) एक इक्का होगा, (ii) एक इक्का नहीं होगा।

SECTION–C (खण्ड-'स')

(प्रश्न संख्या 16 से 25 तक प्रत्येक 3 अंक का है)

16. युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके 4052 और 12576 का H.C.F. ज्ञात कीजिए।

अथवा, सिद्ध कीजिए कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

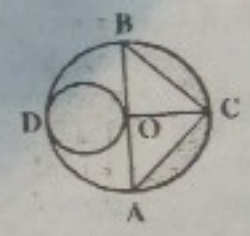
17. हल कीजिए : $\frac{3}{2}x - \frac{5}{3}y = -2$; $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$
18. ग्राफीय विधि से हल कीजिए : $x - 2y = 0$, $3x + 4y = 20$
19. एक A.P. में $a = 5$, $d = 3$ और $a_n = 50$ दिया है, n और S_n ज्ञात कीजिए।
20. सिद्ध कीजिए कि $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A) = \cos A$.
21. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं A(–1, 7) और B(4, –3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।
22. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिंदुएँ A(2, 3) B(4, k) और C(6, –3) संरेखी हैं।
23. 7.6 सेमी लम्बा एक रेखाखंड खींचिए और इसे 5.8 के अनुपात में विभाजित कीजिए।

अथवा, 6 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। केन्द्र से 10 सेमी दूर स्थित एक बिंदु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए।

24. सिद्ध कीजिए कीजिए कि बाह्य बिंदु से वृत्त खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।
25. 6 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है।

अथवा,

आकृति में AB और CD केन्द्र O वाले एक वृत्त के दो परस्पर लम्ब व्यास हैं तथ OD छोटे वृत्त का व्यास है। यदि OA = 7 सेमी हैं, तो छायांकित भाग क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



SECTION–D (खण्ड-'द')

(प्रश्न संख्या 26 से 30 तक प्रत्येक 6 अंक का है)

26. द्विघात समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और मूलों की प्रकृति लिखिए। यदि मूल वास्तविक हैं तो उन्हें द्विघात सूत्र का उपयोग करके ज्ञात कीजिए।

अथवा, दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो।

27. एक मीनार के पाद-बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिंदु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मीटर ऊँची हो तो भवन की ऊँचाई ज्ञात करें।

अथवा, भूमि के एक बिंदु p से एक 10 मी ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। भवन के शिखर और एक ध्वज को लहराया गया है और p से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। ध्वजदंड की लम्बाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$ लीजिए)

28. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।
29. एक शंकु के छिन्नक जो 45 सेमी ऊँचा, है, के सिरों की त्रिज्याएँ 28 सेमी और 7 सेमी हैं। इसका आयतन एवं वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)
30. निम्न आँकड़ों से माध्यक ज्ञात कीजिए :

वर्गअंतराल	65–85	85–105	105–125	125–145	145–165	165–185	185–205
बारंबारता	4	5	13	20	14	8	4

SECTION–A (खण्ड-'अ')

1. परिमेय संख्या $\frac{17}{8}$ का हर $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$\therefore \quad \frac{17}{8} = \frac{17}{2^3} = \frac{17}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3}$ अर्थात हर $2^n 5^m$ के रूप में है।

अतः परिमेय संख्या $\frac{17}{8}$ का दशमलव प्रसार सांत है।

2. चूँकि बहुपद $y = p(x)$ ग्राफ x अक्ष को तीन बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है। अतः बहुपद $p(x)$ के शून्यकों की संख्या 3 है।

3. दिया गया समीकरण $(x+1)^2 = 2(x-3)$

या, $x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$ या, $x^2 + 1 + 6 = 0$

या, $x^2 + 7 = 0$ या, $x^2 + x + 7 = 0$

चूँकि समीकरण के चर का घात दो है। अतः दिया गया समीकरण द्विघात समीकरण है।

4. $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ} = \frac{\sin 18^\circ}{\cos(90^\circ - 18^\circ)} = \frac{\sin 18^\circ}{\sin 18^\circ} = 1$

चूँकि $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$

5. A.P. 3, 1, −1, −3.....का प्रथम पद $a = 3$ और सार्व अन्तर $d = 1-3 = -1-1 = -3+1 = -2$ है।

6. हम जानते हैं कि r त्रिज्या वाले वृत्त की परिमाप $= 2\pi r$

और वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$ होता है।

अब प्रश्नानुसार, $2\pi r = \pi r^2$ या, $2 = r$

अतः वृत्त की त्रिज्या 2 इकाई है।

7. सभी वृत्त **समरूप** होते हैं।

8. एक वृत्त की अपरिमित रूप से **अनेक** स्पर्श रेखाएँ हो सकती है।

9. एक सिक्के को एक बार उछालने पर संभव परिणामों की संख्या दो हैं।

चित (H) और पट (T)

माना कि घटना E चित प्राप्त करना है। तब E के अनुकूल परिणामों की संख्या एक है।

$\therefore \quad P(E) = P(\text{चित}) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{2}$

10. वर्ग अन्तराल एवं संचयी बारंबारता के बीच खींचे गए आलेख को तोरण कहते हैं।

SECTION–B (खण्ड-'ब')

11. माना कि $ax^2 + bx + c$ एक द्विघात बहुपद है और इसके दो शून्यक α और β है। तब

शून्यकों का योग $= \alpha + \beta = 0 = -\frac{b}{a}$

$\Rightarrow \quad -6 = 0 \qquad \Rightarrow \quad b = 0$

और शून्यकों का गुणनफल $= \alpha\beta = \sqrt{5} = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \sqrt{5}a$

अब यदि $a = 1$ तब $c = \sqrt{5}$

अतः द्विघात बहुपद

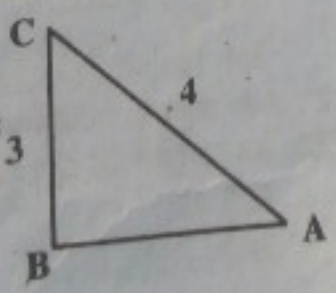
$= ax^2 + bx + c = 1.x^2 + 0.x + \sqrt{5} = x^2 + \sqrt{5}$

12. दिया है, $\sin A = \frac{3}{4} = \frac{BC}{AC} = \frac{p}{h}$

अर्थात $BC = 3 = p$ तथा $AC = 4 = h$

अब समकोण ΔABC में,

$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$



$= \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16-9} = \sqrt{7}$

$\therefore \quad \cos A = \frac{b}{h} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

13. माना A(2, 3) और B(4, 1) दिए गए दो बिंदु है।

यहाँ $x_1 = 2, y_1 = 3$ और $x_2 = 4, y_2 = 1$

$\therefore \quad AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

या, $AB = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

या, $AB = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

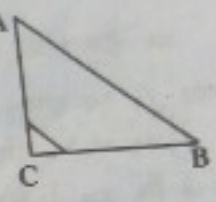
$\therefore \quad AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ मात्रक

अतः दिए गए बिन्दुओं के बीच की दूरी $2\sqrt{2}$ मात्रक है।

14. माना कि ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है

जिसमें भुजा

$AC =$ भुजा BC और $\angle C = 90^\circ$ है।



$\therefore \quad AB^2 = AC^2 + BC^2$

$\Rightarrow \quad AB^2 = AC^2 + AC^2$

[चूँकि $AC = BC$

$\Rightarrow \quad AB^2 = 2AC^2$

15. माना कि लाल, नीली और पीली गेंदें निकालने की घटना क्रमशः R, B और Y से सूचित होता है। तब सभी संभव परिणामों की संख्या = 3 है। चूँकि निशा थैले में बिना झाँके एक गेंद निकालती है इसलिए यह समप्रायिक घटना है। अब निकाली गई।

(i) पीली गेंद के अनुकूल परिणामों की संख्या 1 होगी।

$\therefore \quad P(Y) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{3}$

(ii) नीली गेंद के अनुकूल परिणामों की संख्या 1 होगी।

$\therefore \quad P(B) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{3}$

अथवा,

चूँकि 52 पत्तों की गड्डी में 4 इक्का होता है, इसलिए घटना के सभी संभव परिणामों की संख्या 52 और अनुकूल परिणामों की संख्या 4 होगी।

(i) $p(\text{एक इक्का}) = \frac{\text{परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की संख्या}}$

$\Rightarrow \quad p(\text{एक इक्का}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) p(एक इक्का नहीं होगा) = 1 − p (एक इक्का)

$= 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$

SECTION–C (खण्ड-'स')

16. दिए गए पूर्णांकों 4052 और 12576 में से बड़े पूर्णांक 12576 पर यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं :

$12576 = 4052 \times 3 + 420$

पुनः 4052 भाजक और 420 शेषफल लेकर यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं :

$4052 = 420 \times 9 + 272$

420 भाजक और 272 शेषफल लेकर यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं।

$420 = 272 \times 1 + 148$

इसी प्रकार, $272 = 148 \times 1 + 124$

$148 = 124 \times 1 + 24$

पुनः 124 भाजक और 24 शेषफल लेकर यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं।

$124 = 24 \times 5 + 4$

और अन्त में, 24 भाजक और 4 शेषफल पर यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करते हैं।

$24 = 4 \times 6 + 0$

चूँकि शेषफल 0 प्राप्त हो गया और इस चरण का भाजक 4 है। अतः 4052 और 12576 का H.C.F. 4 है।

अथवा,

यदि संभव है तो माना कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

तब हम ऐसी अपास्य संख्याएँ a और b $(b \neq 0)$ ज्ञात कर सकते हैं कि $5-\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ हो।

अर्थात $5-\sqrt{3}=\frac{a}{b} \Rightarrow 5-\frac{a}{b}=\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}=5-\frac{a}{b}$

अब चूँकि a और b पूर्णांक है, इसलिए $5-\frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है, अर्थात $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। जिससे इस तथ्य का विरोधाभास होता है कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। यह विरोधाभास गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। अतः उपर्युक्त विवेचनों से निष्कर्ष यह है कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

17. दिए गए दो चर वाले समीकरण युग्म

$\frac{3}{2}x-\frac{5}{3}y=-2$ ...(1) और $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{13}{6}$

समीकरण (2) से,

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{13}{6} \Rightarrow \frac{y}{2}=\frac{13}{6}-\frac{x}{3} \Rightarrow y=2\left(\frac{13}{6}-\frac{x}{3}\right)$

अब y का मान (1) में रखने पर,

$\Rightarrow \frac{3}{2}x-\frac{5}{3}\times 2\left(\frac{13}{6}-\frac{x}{3}\right)=-2$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x-\frac{10}{3}\left(\frac{13}{6}-\frac{x}{3}\right)=-2$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x-\frac{130}{18}+\frac{10}{9}x=-2 \Rightarrow \frac{3}{2}x-\frac{65}{9}+\frac{10}{9}x=-2$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x+\frac{10}{9}x=\frac{65}{9}-2 \Rightarrow \frac{27x+20x}{18}=\frac{65-18}{9}$

$\Rightarrow \frac{47}{18}x=\frac{47}{9} \Rightarrow x=\frac{47}{9}\times\frac{18}{47}=2$

x का मान समीकरण (3) में रखने पर,

$y=2\left(\frac{13}{6}-\frac{2}{3}\right)=2\left(\frac{13-4}{6}\right) \Rightarrow y=\frac{2\times 9}{6}=3$

अतः $x=2, y=3$ दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल है।

18. $x-2y=0$ $\quad 3x+4y=20$

$\Rightarrow 2y=x$ और $\Rightarrow 4y=20-3x$

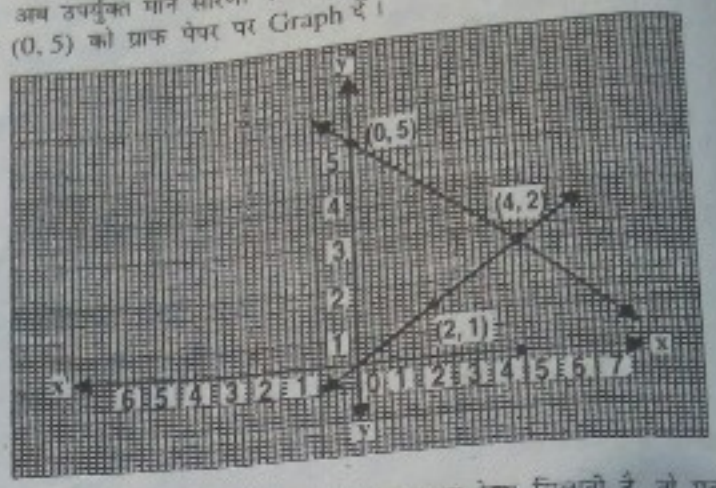
$\Rightarrow y=\frac{x}{2}$ $\quad \Rightarrow y=\frac{20-3x}{4}$

अब प्रत्येक समीकरण के लिए अलग-अलग निम्न मान सारणी लेते हैं।

x	2	4
$y=\frac{x}{2}$	1	2

x	0	4
$y=\frac{20-3x}{4}$	5	2

अब उपर्युक्त मान सारणी के बिन्दुओं (0, 0) तथा (2,1) और (4, 2) तथा (0, 5) को ग्राफ पेपर पर Graph में।



अंकित कर इन्हें मिलाने पर एक-एक सरल रेखा मिलती है, तो एक दूसरे को बिन्दु (4, 2) पर प्रतिच्छेद करती है। अतः दिए गए रैखिक समीकरण युग्म का हल $x=4, y=2$ है।

19. दिया है, $a=5, d=3, a_n=50, n=?$ और $s_n=?$

हम जानते हैं कि A. P. का n वाँ पद

$a_n=a+(n-1)d \Rightarrow 50=5+(n-1)\times 3$

$\Rightarrow 50-5=3n-3 \Rightarrow 45+3=3n$

$\Rightarrow 3n=48 \Rightarrow n=16$

और A. P. के n योगफल, $S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$\Rightarrow S_{16}=\frac{16}{2}[2\times 5+(16-1)\times 3]$

$\Rightarrow S_{16}=8[10+15\times 3]=8[10+45]$

$\Rightarrow S_{16}=8\times 55=440$

अतः A.P के nवाँ पद 16 और 16 पदों का योग 440 है।

20. L.H.S. $=(\sec A+\tan A)(1-\sin A)(1-\sin A)$

$=\left(\frac{1}{\cos A}+\frac{\sin A}{\cos A}\right)(1-\sin A)$

$=\frac{(3+\sin A)(1-\sin A)}{\cos A}$

$=\frac{1-\sin^2 A}{\cos A}=\frac{\cos^2 A}{\cos A}$

$=\frac{\cos A.\cos A}{\cos A}=\cos A=$ R.H.S.

21. यहाँ $x_1=-1, \quad y_1=7 \quad x_2=4, \quad y_2=-3,$
$m=2$ और $n=3$

$\therefore \quad x=\frac{mx_2+ny_1}{m+n}=\frac{2.4+3(-1)}{2+3}=\frac{8-3}{5}=\frac{5}{5}=1$

और $y=\frac{mx_2+ny_1}{m+n}=\frac{2(-3)+3.7}{2+3}=\frac{-6+21}{5}=\frac{15}{5}=3$

अतः बिन्दुओं A(–1, 7) और B(4, –3) को मिलाने वाली रेखाखंड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक (1,3) है।

22. हम जानते हैं कि तीन बिन्दुएँ सरेख होते हैं यदि इनसे बने Δ का क्षेत्रफल शून्य हो,

अर्थात् $12[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)=0]$

$\Rightarrow x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$

$\Rightarrow 2(k+3) + 4(-3-3) + 6(3-k) = 0$

$\Rightarrow 2k + 6 - 24 + 18 - 6k = 0$

$\Rightarrow -4k + 24 - 24 = 0 \quad \Rightarrow 4k = 0 \Rightarrow k = 0$

अतः $k = 0$ होने पर दिए गए तीन बिंदुएँ संरेखी होंगे।

23. **रचना के चरण :**

(i) सर्वप्रथम एक रेखाखण्ड AB = 7.6 cm का खींचा।

(ii) AB से न्यूनकोण बनाती हुई कोई किरण AX खींचा।

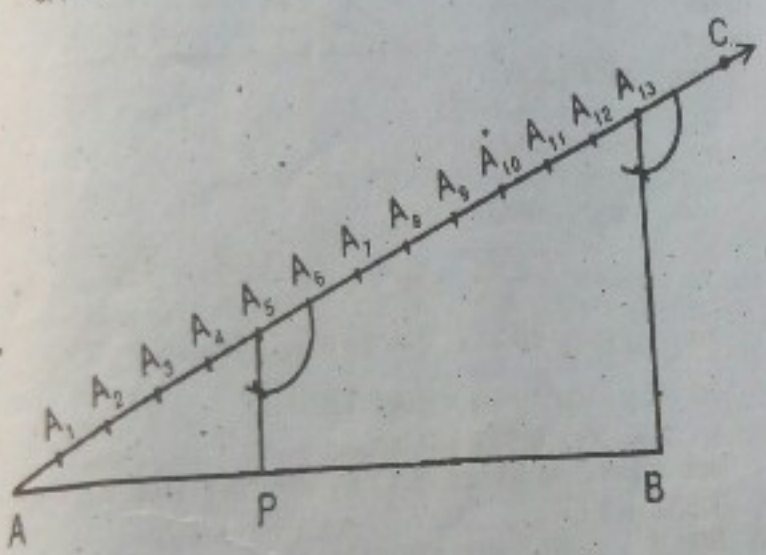
(iii) AX पर 13(5 + 8) बिन्दुएँ $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}$ और A_{13} इस प्रकार अंकित किया कि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7 = A_7A_8 = A_8A_9 = A_9A_{10} = A_{11}A_{12} = A_{12}A_{13}$ हो।

(iv) $A_{13}B$ मिलाया।

(v) अब बिन्दु A_5 से होकर जाने वाली $A_{13}B$ के समान्तर एक रेखा AB को एक बिन्दु C को प्रतिच्छेद करती हुई खींचा अर्थात् $A_5C \parallel A_{13}B$ खींचा।

इस प्रकार AC : CB = 5 : 8 है।

अंकन :



(vi) अन्त में दोनों भागों को मापने पर AC = 2.9 cm और CB = 4.7 cm पाया गया।

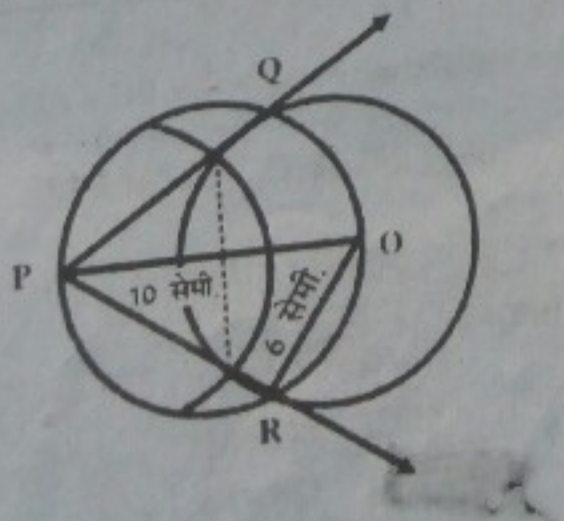
अथवा

रचना के चरण :

(i) सर्वप्रथम O को केन्द्र और 6 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा।

(ii) वृत्त के केन्द्र O से 10 cm दूरी पर एक बिन्दु P अंकित कर OP को मिला दिया।

(iii) OP को समद्विभाजित किया और माना OP का समद्विभाजक बिन्दु M है।

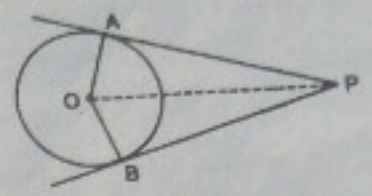


(iv) पुनः M को केन्द्र और MP या OM त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा जो पहले वृत्त को Q और R पर प्रतिच्छेद करती है।

(v) P को Q और R से मिला दिया। इस प्रकार PQ और PR अभीष्ट स्पर्श रेखा युग्म प्राप्त हुआ।

(vi) स्पर्श रेखा युग्म को मापने पर प्रत्येक स्पर्श रेखा की लम्बाई 4.8 पाया गया।

24. दिया है : वृत्त C(O,r) पर बाह्य बिन्दु P से PA तथा PB दो स्पर्श रेखाएँ खींची गई है, जिनके स्पर्श बिन्दु क्रमशः A तथा B है।



सिद्ध करना है : PA = PB

रचना : OA, OB तथा OP को मिलाया

प्रमाण : चूँकि OA तथा OB वृत्त की त्रिज्याएँ है और PA तथा PB वृत्त की स्पर्श रेखाएँ है,

$\therefore \quad \angle OAP = 90^\circ = \angle OBP$

अब ΔOAP और ΔOBP में, OA = OB = r (वृत्त की त्रिज्याएँ)

OP = OP (उभयनिष्ठ)

तथा $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$

$\therefore \quad \Delta OAP \cong \Delta OBP$ (R.H.S. सर्वांगसमता से)

अतः PA = PB.

25. यहाँ त्रिज्या r = 6 सेमी और $\theta = 60^\circ$ है। तब

त्रिज्या खंड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{60}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$ सेमी^{2}

$= \frac{132}{7}$ सेमी^{2}

$= 18.85714$ सेमी^{2}

अतः 6 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $\frac{132}{7}$ सेमी^{2} या 18.85714 सेमी^{2} है या 18.86 सेमी.^{2} है।

अथवा,

माना कि बड़े वृत्त की त्रिज्या OA = OC = 7 सेमी. = OB = OD = R

और छोटे वृत्त की त्रिज्या $= \frac{7}{2}$ सेमी = r

$\therefore$ त्रिज्याखंड OCPB का क्षेत्रफल

$= \frac{\theta}{360} \times \pi R^2 = \frac{90^\circ}{360} \times \frac{22}{7} \times 7^2 = \frac{77}{2}$ सेमी^{2}

और ΔOCB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 7 \times 7 = \frac{49}{2}$ सेमी^{2}

$\therefore$ वृत्तखंड BPC का क्षेत्रफल

= त्रिज्याखंड OCPB का क्षेत्रफल ΔOCB का क्षेत्रफल

$= \left(\frac{77}{2} - \frac{49}{2}\right)$ सेमी^{2} $= \frac{28}{2}$ सेमी^{2}

$= 14$ सेमी^{2}

इसी प्रकार वृत्तखंड AQC का क्षेत्रफल = 14 सेमी^{2}

फिर व्यास OD वाले वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$ सेमी^{2}

∴ छायांकित भाग का क्षेत्रफल
= वृत्तखंड BPC का क्षेत्रफल + वृत्तखंड AQC का क्षेत्रफल

$= \left(14+14+\frac{77}{2}\right)$ सेमी$^2 = \frac{133}{2}$ सेमी$^2 = 66.5$ सेमी.^{2}

अतः छायांकित भाग का क्षेत्रफल 66.5 सेमी^{2} है।

SECTION–D (खण्ड–'द')

26. दिया गया द्विघात समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ की तुलना व्यापक द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर, $a = 3, b = -5$ और $c = 2$

∴ विविक्तकर $D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.3.2 = 25 - 24$

$\Rightarrow D = 1 > 0$

अर्थात दिए गए द्विघात समीकरण का विविक्तकर 1 है। जो 0 से बड़ा है अर्थात $D > 0$ अतः द्विघात समीकरण के मूलों का आस्तित्व है और मूल वास्तविक और असमान हैं।

अब द्विघात सूत्र से, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.3} = \frac{5 \pm 1}{6}$

$\Rightarrow x = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$ और $\frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

अतः दिए गए द्विघात समीकरण का विविक्तकर 1 है, अर्थात $D > 0$ अर्थात मूल वास्तविक और असमान है और मूल 1 और $\frac{2}{3}$ है।

अथवा,

माना कि दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक x और $x + 1$ है। तब प्रश्नानुसार,

$x^2 + (x+1)^2 = 365$

$\Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$

$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$

$\Rightarrow x(x+14) - 13(x+14) = 0$

$\Rightarrow (x - 13)(x + 14) = 0$

$\Rightarrow x - 13 = 0$ या $x + 14 = 0 \Rightarrow x = 13$ या $x = -14$

चूँकि, पूर्णांक धनात्मक है, इसलिए $x = 13$ और

$x + 1 = 13 + 1 = 14$

अतः दो अभीष्ट धन पूर्णांक 13 और 14 है।

27. माना कि AB = 50 मी. का मीनार और CD = h मी का भवन है। प्रश्नानुसार $\angle CBD = 30°$ और $\angle ADB = 60°$ है।

अब समकोण ΔABD में,

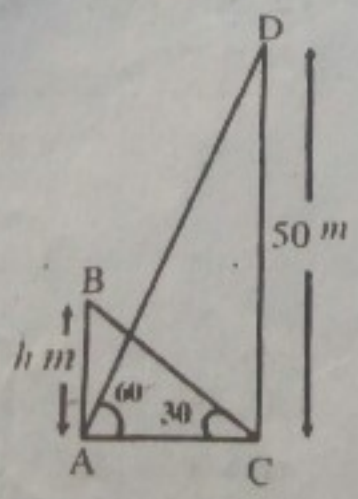
$\tan 60° = \frac{AB}{BD}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50}{BD}$

$\Rightarrow BA = \sqrt{3} = \frac{50}{\sqrt{3}}$ ...(1)

और समकोण ΔCDB में,

$\tan 30° = \frac{CD}{BD}$



$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BD} \Rightarrow BD = \sqrt{3}h$ ...(2)

(1) से, $\frac{50}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}h \Rightarrow h = \frac{50}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ मी

अतः भवन की ऊँचाई $16\frac{2}{3}$ मी

अथवा,

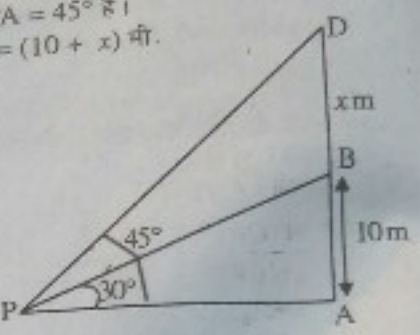
माना AB = 10 cm ऊँचाई का भवन और BD = x m का ध्वज है। बिन्दु P से भवन के शिखर का उन्नयन कोण $\angle BPA = 30°$ और ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण $\angle DPA = 45°$ है।

AD = AB + BD = $(10 + x)$ मी.

अब समकोण ΔPAB में,

$\tan 30° = \frac{AB}{AP}$

या, $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AP}$



या, $AP = 10\sqrt{3}$
$= 10 \times 1.732$
$= 17.32$ m

अर्थात् बिन्दु P से भवन की दूरी 17.32 m है।

और समकोण ΔPAD में,

$\tan 45° = \frac{AD}{AP}$ या, $1 = \frac{10 + x}{10\sqrt{3}}$

या, $10\sqrt{3} = 10 + x$ या, $x = 10\sqrt{3} - 10$

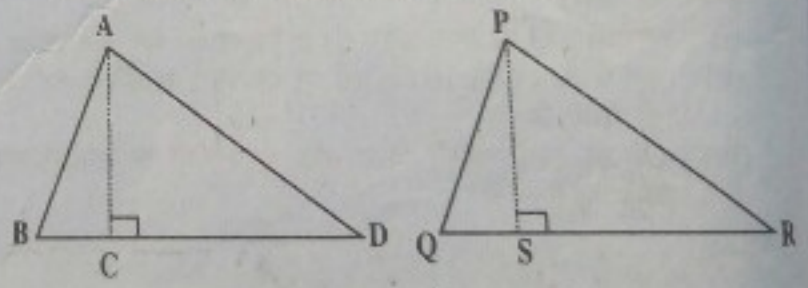
$\therefore x = 10(\sqrt{3} - 1) = 10(1.732 - 1)$
$= 10 \times 0.732 = 7.32$ m

अतः ध्वजदंड की लम्बाई 7.32 m और बिन्दु P से भवन की दूरी 17.32 m है।

28. **दिया है :** ΔABC और ΔPQR समरूप है।

सिद्ध करना है : $\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$

रचना : AD ⊥ BC और PS ⊥ QR खींचा।



प्रमाण : ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

और ΔPQR का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times QR \times PS$

$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AD}{\frac{1}{2} \times QR \times PS}$

$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{BC \times AD}{QR \times PS}$ ...(1)

अब, ΔADB और ΔPSQ में, $\angle B = \angle Q$

$\angle ADB = \angle PSQ = 90°$

AA समरूपता कसौटी से,

$$\Delta ADB \sim \Delta PSQ \quad \therefore \quad \frac{AD}{PS} = \frac{AB}{PQ}$$

परन्तु $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \quad \therefore \quad \frac{AD}{PS} = \frac{BC}{QR}$ ... (2)

(1) और (2) से,

$$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{BC \times BC}{QR \times QR} = \frac{BC^2}{QR^2} \quad ... (3)$$

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं कि

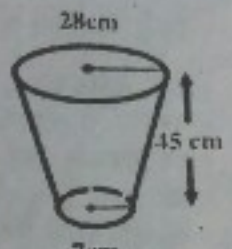
$$\frac{ar(DABC)}{ar(DPQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} \quad ... (4)$$

और, $$\frac{ar(\Delta ABC)}{ar(\Delta PQR)} = \frac{AC^2}{PR^2} \quad ... (5)$$

(3), (4) और (5) से,

अतः $$\frac{ar(DABC)}{ar(DPQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$

29. माना दो लम्ब वृत्तीय शंकुओं OAB और OCD के अन्तर एक छिन्नक है। माना शंकु OAB की ऊँचाई $OP = h_1$ सेमी.



तिर्यक ऊँचाई $OA = l_1 = OB$
और शंकु OCD की ऊँचाई $= h_2$ सेमी.
और तिर्यक ऊँचाई $OD = l_2$ सेमी. है।
शंकु OAB की त्रिज्या $r_1 = 28$ सेमी.,
शंकु OCD की त्रिज्या $r_2 = 7$ सेमी.
और छिन्नक की ऊँचाई $h = 45$ सेमी. है।
साथ ही $h_1 = 45 + h_2$ ... (1)
अब, ΔOPB और OQD समरूप हैं इसलिए

$$\frac{OP}{OQ} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{28}{7} = \frac{4}{1} \quad ... (2)$$

(1) और (2) से, $h_1 = 60$ सेमी. और $h_2 = 15$ सेमी.

∴ छिन्नक का आयतन = शंकु OAB का आयतन
– शंकु OCD का आयतन

$$= \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 - \frac{1}{3} r_2^2 h_2$$

$$= \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot (28)^2 \cdot 60 - \frac{1}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot (7)^2 \cdot 15\right] \text{सेमी.}^3$$

$= 48510$ सेमी.^{3}

अब शंकु OAB की तिर्यक ऊँचाई $l_1 = \sqrt{r_1^2 + h_1^2}$

$= \sqrt{(28)^2 + (60)^2} = 4 \times 16.55$ सेमी. $= 66.20$ सेमी.

और शंकु OCD की तिर्यक ऊँचाई l_2

$= \sqrt{r_2^2 + h_2^2}$

$= \sqrt{(7)^2 + (15)^2} = \sqrt{49 + 225} = 16.55$ सेमी.

∴ छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi r_1 l_1 - \pi r_2 l_2$

$= \frac{22}{7}(28)(66.20) - \frac{20}{7}(7)(16.55)$

$= 5461.5$ सेमी.^{2}

अतः छिन्नक आयतन 48510 सेमी.^{3}

और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 5461.5 सेमी.^{2} है।

30. दिए गए आँकड़े से माध्यक ज्ञात करने के लिए निम्न सारणी बनाते हैं :

वर्ग अन्तराल	वर्ग चिह्न x	बारंबारता f	संचयी बारंबारता f
65–85	75	4	4
85–105	95	5	9
105–125	115	13	22
125–145	135	20	42
145–165	155	14	56
165–185	175	8	64
185–205	195	4	68
		$n = \Sigma f = 68$	

उपर्युक्त संचयी बारंबारता सारणी से स्पष्ट है कि $\frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$ से ठीक बड़ी संचयी बारंबारता वाला वर्ग अन्तराल 125 – 145 है। इसलिए माध्यक वर्ग 125 – 145 है। स्पष्ट है कि माध्यक वर्ग की निम्न सीमा $l = 125$, f = माध्यक वर्ग की बारंबारता $= 20$, cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता $= 22$ और वर्ग अन्तराल की लम्बाई $i = 20$ है।

$$\therefore \text{ माध्यक } = l + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h$$

$$= 125 + \frac{34 - 22}{20} \times 20 = 125 + 12 = 137$$

अतः दिए गए आँकड़े का माध्यक 137 है।

झारखण्ड (JAC) 2012 (A) बोर्ड परीक्षा में पूछे गये प्रश्न एवं उनके आदर्श उत्तर

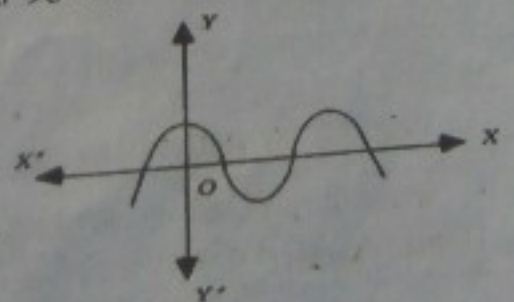
निर्देश के लिए देखें 2016(A) प्रश्नोत्तर

Time : 3 Hours] [Full Marks : 80

SECTION–A (खण्ड-'अ')

(प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक 1 अंक का है)

1. अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा 96 और 404 का ल० स० ज्ञात कीजिए।
2. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए $y = p(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया गया है। बहुपद $p(x)$ के शून्यक की संख्या लिखिए।



3. जाँच कीजिए कि निम्न समीकरण द्विघात है या नहीं :
$$(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$$
4. मान निकालिए : $\sin 23° - \cos 67°$
5. समांतर श्रेणी $-5, -1, 3, 7, \ldots\ldots$ के लिए प्रथम पद तथा सार्व अंतर लिखिए।
6. 14 सेमी त्रिज्या वाले अर्धवृत्त का क्षेत्रफल निकालिए।
7. बताइए कि आकृति में दिए गये त्रिभुजों के युग्म समरूप हैं या नहीं। यदि हैं तो उस समरूपता कसौटी को लिखिए जिसका प्रयोग आपने उत्तर