પ્રકરણ 1

સંખ્યા પદ્ધતિ

વિહંગાવલોકન

મુખ્ય સંકલ્પનાઓ અને પરિણામો

- સંમેય સંખ્યાઓ
- અસંમેય સંખ્યાઓ
- સંખ્યારેખા પર અસંમેય સંખ્યાઓને દર્શાવીશું.
- વાસ્તવિક સંખ્યા અને તેની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ
- સંખ્યારેખા પર વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું નિરૂપણ
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓ પર ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓ
- છેદનું સંમેયીકરણ
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓ માટે ઘાતાંકના નિયમો

- જો p અને q પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર હોય તો જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય તે સંખ્યાને સંમેય સંખ્યા કહે છે.
- જો p અને q પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન લખી શકાય તેવી વાસ્તવિક સંખ્યાને અસંમેય સંખ્યા કહે છે.
- બધી સંમેય સંખ્યાઓ અને બધી અસંમેય સંખ્યાઓના જથ્થાને વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો સમૂહ કહે છે.
- સંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ સાન્ત અથવા અનંત આવૃત્ત હોય છે. અસંમેય સંખ્યાની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ અનંત અનાવૃત્ત હોય છે.
- જો r સંમેય સંખ્યા હોય અને s અસંમેય સંખ્યા હોય, તો $r + s$ અને $r - s$ અસંમેય સંખ્યા છે. તે જ રીતે, શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા r માટે $r \cdot s$ અને $\frac{r}{s}$ અસંમેય સંખ્યા છે.

- ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b માટે :

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,\sqrt{b}$ (ii) $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

(iii) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\,(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a-b$ (iv) $(a+\sqrt{b})\,(a-\sqrt{b}) = a^2-b$

(v) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a+2\sqrt{ab}+b$

- જો $a > 0$ એક વાસ્તવિક સંખ્યા હોય અને p અને q સંમેય સંખ્યા હોય, તો

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p\, b^p = (ab)^p$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 1 : નીચેનામાંથી કયું $\left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ ને સમાન નથી ?

(A) $\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}$ (B) $\dfrac{1}{\left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{\frac{1}{6}}}$ (C) $\left(\dfrac{6}{5}\right)^{\frac{1}{30}}$ (D) $\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{-1}{30}}$

ઉકેલ : આપેલ અભિવ્યક્તિ $\left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}\times-\frac{1}{6}} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{-\frac{1}{30}}$ (I)

A ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{6-5}{30}} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{30}}$ (II)

B ની અભિવ્યક્તિ $= \dfrac{1}{\left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{\frac{1}{6}}} = \left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (III)

C ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\dfrac{6}{5}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{-\frac{1}{30}} = \left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (IV)

D ની અભિવ્યક્તિ $= \left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{-1}{30}} = \left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}}$ (V)

પરિણામ (I) અને (II) પરથી,

આથી, $\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}}\right]^{-\frac{1}{6}} \neq \left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}$

જવાબ (A)

સ્વાધ્યાય 1.1

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 1 થી 21 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો:

1. દરેક સંમેય સંખ્યા .... છે.

(A) એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા (B) એ પૂર્ણાંક

(C) એ વાસ્તવિક સંખ્યા (D) એ પૂર્ણ સંખ્યા

2. બે સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચે ....

(A) કોઈ સંમેય સંખ્યા નથી. (B) માત્ર એક જ સંમેય સંખ્યા છે.

(C) અનંત સંમેય સંખ્યાઓ છે. (D) માત્ર સંમેય સંખ્યાઓ છે અને અસંમેય સંખ્યાઓ નથી.

3. સંમેય સંખ્યાનું દશાંશ સ્વરૂપ .... હોઈ શકે નહિ.

(A) સાન્ત (B) અનંત

(C) અનંત પુનરાવર્તિત (D) અનંત અને અનાવૃત્ત

4. કોઈ પણ બે અસંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર .... છે.

(A) હંમેશાં અસંમેય સંખ્યા (B) હંમેશાં સંમેય સંખ્યા

(C) હંમેશાં પૂર્ણાંક (D) કેટલીક વાર સંમેય, કેટલીક વાર અસંમેય સંખ્યા.

5. $\sqrt{2}$ ની દશાંશ-અભિવ્યક્તિ .... છે.

(A) સાન્ત દશાંશ (B) 1.41421

(C) અનંત આવૃત્ત (D) અનંત અને અનાવૃત્ત

6. નીચેનામાંથી .... સંખ્યા અસંમેય છે.

(A) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (B) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{81}$

7. નીચેનામાંથી .... સંખ્યા અસંમેય છે.

(A) 0.14 (B) $0.14\overline{16}$ (C) $0.\overline{1416}$ (D) 0.4014001400014...

8. .... એ $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ વચ્ચેની એક સંમેય સંખ્યા છે.

(A) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}$ (C) 1.5 (D) 1.8

9. 1.999... નું $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં મૂલ્ય .... છે. અહીં p અને q પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$ છે :

(A) $\frac{19}{10}$ (B) $\frac{1999}{1000}$ (C) 2 (D) $\frac{1}{9}$

10. $2\sqrt{3} + \sqrt{3} =$ ....

(A) $2\sqrt{6}$ (B) 6 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{6}$

11. $\sqrt{10} \times \sqrt{15} =$ ....

(A) $6\sqrt{5}$ (B) $5\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{25}$ (D) $10\sqrt{5}$

12. $\frac{1}{\sqrt{7}-2}$ નાં છેદનું સંમેયીકરણ કરતાં મળતી સંખ્યા .... છે.

(A) $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{7}-2}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{7}+2}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{7}+2}{45}$

13. $\frac{1}{\sqrt{9}-\sqrt{8}}$ = ...

(A) $\frac{1}{2}(3-2\sqrt{2})$ (B) $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ (C) $3-2\sqrt{2}$ (D) $3+2\sqrt{2}$

14. $\frac{7}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$ ના છેદનું સંમેયીકરણ કર્યા પછી, છેદ .... મળે.

(A) 13 (B) 19 (C) 5 (D) 35

15. $\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}$ = ...

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) 8

16. જો $\sqrt{2}$ = 1.4142 હોય, તો $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ = ...

(A) 2.4142 (B) 5.8282 (C) 0.4142 (D) 0.1718

17. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^2}}$ = ...

(A) $2^{-\frac{1}{6}}$ (B) 2^{-6} (C) $2^{\frac{1}{6}}$ (D) 2^6

18. $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[12]{32}$ = ...

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt[12]{2}$ (D) $\sqrt[12]{32}$

19. $\sqrt[4]{(81)^{-2}}$ = ...

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 9 (D) $\frac{1}{81}$

20. $(256)^{0.16} \times (256)^{0.09}$ = ...

(A) 4 (B) 16 (C) 64 (D) 256.25

21. x = ...

(A) $x^{\frac{12}{7}} - x^{\frac{5}{7}}$ (B) $\sqrt[12]{(x^4)^{\frac{1}{3}}}$ (C) $\left(\sqrt{x^3}\right)^{\frac{2}{3}}$ (D) $x^{\frac{12}{7}} \times x^{\frac{7}{12}}$

કારણ સહિત ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : બે અસંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકાર બંને સંમેય હોઈ શકે. સત્યાર્થતા ચકાસો.

ઉકેલ : હા.

$3+\sqrt{2}$ અને $3-\sqrt{2}$ બે અસંમેય સંખ્યાઓ છે.

$(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$, એ સંમેય સંખ્યા છે.

$(3+\sqrt{2})\times(3-\sqrt{2})=7$, એ સંમેય સંખ્યા છે.

તેથી, આપણે કહીશું બે અસંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો અને ગુણાકાર બંને સંમેય હોઈ શકે.

ઉદાહરણ 2 : નીચેનું વિધાન સત્ય છે કે કેમ તે ચકાસો :

જો કોઈ સંખ્યા x માટે x^2 અસંમેય છે, પરંતુ x^4 સંમેય હોય તે શક્ય છે ? તમારા જવાબને ઉદાહરણ આપી પ્રમાણિત કરો.

ઉકેલ : સત્ય છે.

ધારો કે, $x=\sqrt[4]{2}$

હવે, $x^2=(\sqrt[4]{2})^2=\sqrt{2}$ એ એક અસંમેય સંખ્યા છે.

$x^4=(\sqrt[4]{2})^4=2$, એ એક સંમેય સંખ્યા છે.

તેથી આપણી પાસે એક સંખ્યા x છે જેથી x^2 અસંમેય સંખ્યા, પરંતુ x^4 સંમેય સંખ્યા છે.

સ્વાધ્યાય 1.2

1. ધારો કે સંખ્યાઓ x અને y અનુક્રમે સંમેય અને અસંમેય છે. $x+y$ અસંમેય સંખ્યા હોય તે જરૂરી છે ? તમારા જવાબને અનુરૂપ ઉદાહરણ આપો.
2. ધારો કે x સંમેય અને y અસંમેય છે. xy અસંમેય સંખ્યા હોય તે આવશ્યક છે ? તમારા જવાબને ઉદાહરણ આપી પ્રમાણિત કરો.
3. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય ? કારણ સહિત ઉત્તર આપો.

   (i) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ સંમેય સંખ્યા છે.

   (ii) કોઈ પણ બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ વચ્ચે અનંત પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ આવેલી છે.

   (iii) 15 અને 18 વચ્ચે સાન્ત સંખ્યામાં સંમેય સંખ્યાઓ આવેલી છે.

   (iv) પૂર્ણાંક p અને શૂન્યેતર પૂર્ણાંક q માટે $\dfrac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં ન હોય તેવી સંખ્યાઓનું અસ્તિત્વ છે.

   (v) અસંમેય સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશાં સંમેય સંખ્યા છે.

   (vi) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ સંમેય સંખ્યા નથી, કારણ કે $\sqrt{12}$ અને $\sqrt{3}$ પૂર્ણાંકો નથી.

   (vii) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ ને $\dfrac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં લખતાં, $q\neq 0$ અને તેથી તે સંમેય સંખ્યા છે.
4. નીચેની સંખ્યાઓનું સંમેય અથવા અસંમેય સંખ્યાઓમાં વર્ગીકરણ કરો અને સત્યાર્થતા ચકાસો :

   (i) $\sqrt{196}$ (ii) $3\sqrt{18}$ (iii) $\sqrt{\dfrac{9}{27}}$ (iv) $\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{343}}$

   (v) $-\sqrt{0.4}$ (vi) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}}$ (vii) 0.5918 (viii) $(1+\sqrt{5})-(4+\sqrt{5})$

   (ix) 10.124124... (x) 1.010010001...

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો :

ઉદાહરણ 1 : $\sqrt{13}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

ઉકેલ : આપણે 13 ને બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના વર્ગના સરવાળા બરાબર લખીશું :

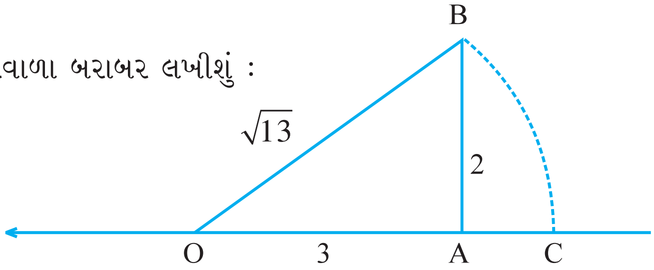
$13 = 9 + 4 = 3^2 + 2^2$

સંખ્યારેખા પર, OA = 3 એકમ લો.

OAને લંબ, BA = 2 એકમ દોરો.

(જુઓ આકૃતિ 1.1.)

પાયથાગોરસ પ્રમેય પરથી, OB = $\sqrt{13}$



આકૃતિ 1.1

પરિકરથી O કેન્દ્ર અને OB જેટલી ત્રિજ્યા લઈ સંખ્યારેખાને C માં છેદતું એક ચાપ દોરો. તેથી બિંદુ C એ $\sqrt{13}$ ને સંગત છે.

નોંધ : આપણે OA = 2 એકમ અને AB = 3 એકમ પણ લઈ શકીએ. આ રીત હંમેશા શક્ય નથી.

$\sqrt{7}$ માટે શું કરીશું ? વળી $65 = 8^2 + 1^2 = 7^2 + 4^2$ આમ, $\sqrt{65}$ બે રીતે રચી શકાય. વધુ રીતો પણ શક્ય છે. જેના અવિભાજ્ય અવયવો 4k + 1 સ્વરૂપના હોય તેના માટે આ રીત ચાલે. અથવા વર્ગમૂળ કુંતલ વાપરી શકાય.

ઉદાહરણ 2 : $0.12\overline{3}$ ને જ્યાં p અને q પૂર્ણાંકો છે અને $q \neq 0$ હોય તે રીતે $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

ઉકેલ : ધારો કે, $x = 0.12\overline{3}$

$\therefore 10x = 1.2\overline{3}$

$\therefore 10x - x = 1.2\overline{3} - 0.12\overline{3}$

$= 1.2333.. - 0.12333..$

$\therefore 9x = 1.11$

$\therefore x = \frac{1.11}{9} = \frac{111}{900}$

$\therefore 0.12\overline{3} = \frac{111}{900} = \frac{37}{300}$

બીજી રીત : ધારો કે $x = 0.12\overline{3}$

$= .12 + .0033...$

ધારો કે $y = 0.333...$

$\therefore 10y = 3.333...$

$= 3 + y$

$\therefore 9y = 3$

$\therefore y = \frac{1}{3}$

$x = \frac{12}{100} + \frac{1}{300} = \frac{37}{300}$

આ રીતે તમામ પ્રશ્નો માટે ઉપયોગી છે.

ઉદાહરણ 3 : સાદું રૂપ આપો : $(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})(4\sqrt{5}+3\sqrt{2})$

ઉકેલ : $(3\sqrt{5}-5\sqrt{2})(4\sqrt{5}+3\sqrt{2})$

$= 12 \times 5 - 20\sqrt{2} \times \sqrt{5} + 9\sqrt{5} \times \sqrt{2} - 15 \times 2$

$= 60 - 20\sqrt{10} + 9\sqrt{10} - 30$

$= 30 - 11\sqrt{10}$

ઉદાહરણ 4 : નીચેનામાંથી a ની કિંમત શોધો :

$$\frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$$

ઉકેલ : $\frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{6}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

$$= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{18-12}$$

$$= \frac{6(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{6}$$

$$= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$\therefore\ 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} - a\sqrt{3}$

$\therefore\ a = -2$

ઉદાહરણ 5 : સાદું રૂપ આપો : $\left[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}}$

ઉકેલ : $\left[5\left(8^{\frac{1}{3}}+27^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}} = \left[5\left((2^3)^{\frac{1}{3}}+(3^3)^{\frac{1}{3}}\right)^3\right]^{\frac{1}{4}}$

$$= \left[5(2+3)^3\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[5(5)^3\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[5^4\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 5$$

સ્વાધ્યાય 1.3

1. x, y, z અને u માંથી કયા સંકેત સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે અને કયા અસંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવે છે તે શોધો.

(i) $x^2 = 5$ (ii) $y^2 = 9$ (iii) $z^2 = 0.04$ (iv) $u^2 = \frac{17}{4}$

2. આપેલ બે સંખ્યાઓ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યા શોધો :

(i) –1 અને –2 (ii) 0.1 અને 0.11 (iii) $\frac{5}{7}$ અને $\frac{6}{7}$ (iv) $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{5}$

3. આપેલ બે સંખ્યાની વચ્ચે એક સંમેય સંખ્યા અને એક અસંમેય સંખ્યા લખો :

(i) 2 અને 3 (ii) 0 અને 0.1 (iii) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{1}{2}$ (iv) $-\frac{2}{5}$ અને $\frac{1}{2}$

(v) 0.15 અને 0.16 (vi) $\sqrt{2}$ અને $\sqrt{3}$ (vii) 2.357 અને 3.121

(viii) 0.0001 અને 0.01 (ix) 3.623623 અને 0.484848

(x) 6.375289 અને 6.375738

4. નીચેની સંખ્યાઓ સંખ્યારેખા પર દર્શાવો :

$7,\ 7.2,\ -\frac{3}{2},\ -\frac{12}{5}$

5. $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ અને $\sqrt{17}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

6. નીચેની સંખ્યાઓનું સંખ્યારેખા પર ભૌમિતિક નિરૂપણ કરો :

(i) $\sqrt{4.5}$ (ii) $\sqrt{5.6}$ (iii) $\sqrt{8.1}$ (iv) $\sqrt{2.3}$

7. p પૂર્ણાંક હોય, q શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં નીચેની સંખ્યાને દર્શાવો :

(i) 0.2 (ii) 0.888... (iii) $5.\overline{2}$ (iv) $0.\overline{001}$

(v) 0.2555... (vi) $0.1\overline{34}$ (vii) 0.00323232... (viii) 0.404040...

8. દર્શાવો : $0.142857142857... = \frac{1}{7}$

9. નીચેનાનું સાદું રૂપ આપો :

(i) $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$ (ii) $\frac{\sqrt{24}}{8} + \frac{\sqrt{54}}{9}$

(iii) $\sqrt[4]{12} \times \sqrt[7]{6}$ (iv) $4\sqrt{28} \div 3\sqrt{7} \div \sqrt[3]{7}$

(v) $3\sqrt{3} + 2\sqrt{27} + \frac{7}{\sqrt{3}}$ (vi) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

(vii) $\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$ (viii) $\frac{3}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ix) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

10. નીચેની સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરી સાદું રૂપ આપો :

(i) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{3+\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ (iv) $\frac{16}{\sqrt{41}-5}$

(v) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ (vi) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ (vii) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (viii) $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

(ix) $\frac{4\sqrt{3}+5\sqrt{2}}{\sqrt{48}+\sqrt{18}}$

11. નીચેનામાં a અને b ની કિંમતો શોધો :

(i) $\frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} = a - 6\sqrt{3}$ (ii) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}} = a\sqrt{5} - \frac{19}{11}$

(iii) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = 2 - b\sqrt{6}$ (iv) $\frac{7+\sqrt{5}}{7-\sqrt{5}} - \frac{7-\sqrt{5}}{7+\sqrt{5}} = a + \frac{7}{11}\sqrt{5}\,b$

12. જો $a = 2 + \sqrt{3}$ હોય, તો $a - \frac{1}{a}$ ની કિંમત શોધો.

13. નીચેની દરેક સંખ્યાઓના છેદનું સંમેયીકરણ કરો અને $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ અને $\sqrt{5} = 2.236$ લઈ ત્રણ દશાંશસ્થળ સુધી મૂલ્ય મેળવો.

(i) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{6}{\sqrt{6}}$ (iii) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}$ (iv) $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ (v) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

14. સાદું રૂપ આપો :

(i) $(1^3+2^3+3^3)^{\frac{1}{2}}$ (ii) $\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{32}{5}\right)^6$ (iii) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ (iv) $\left[\left((625)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{4}}\right]^2$

(v) $\dfrac{9^{\frac{1}{3}} \times 27^{-\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{-\frac{2}{3}}}$ (vi) $64^{-\frac{1}{3}}\left[64^{\frac{1}{3}}-64^{\frac{2}{3}}\right]$ (vii) $\dfrac{8^{\frac{1}{3}} \times 16^{\frac{1}{3}}}{32^{-\frac{1}{3}}}$

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : જો $a = 5 + 2\sqrt{6}$ અને $b = \frac{1}{a}$, હોય તો $a^2 + b^2$ ની કિંમત શું થશે ?

ઉકેલ : $a = 5 + 2\sqrt{6}$

$$b = \frac{1}{a} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}} \times \frac{5-2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{(5)^2-(2\sqrt{6})^2} = \frac{5-2\sqrt{6}}{25-24} = 5-2\sqrt{6}$$

$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

અહીં, $a + b = (5+2\sqrt{6}) + (5-2\sqrt{6}) = 10,$

$ab = (5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 24 = 1$

$\therefore a^2 + b^2 = 10^2 - 2\times1$
$= 100 - 2$
$= 98$

સ્વાધ્યાય 1.4

1. p પૂર્ણાંક હોય અને q શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તેવા $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં $0.6 + 0.\overline{7} + 0.4\overline{7}$ ને દર્શાવો.

2. સાદું રૂપ આપો : $\dfrac{7\sqrt{3}}{\sqrt{10}+\sqrt{3}} - \dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} - \dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{15}+3\sqrt{2}}$

3. જો $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ હોય, તો $\dfrac{4}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}} + \dfrac{3}{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$ ની કિંમત શોધો.

4. જો $a = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ હોય, તો $a^2 + \dfrac{1}{a^2}$ ની કિંમત શોધો.

5. જો $x = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ અને $y = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ હોય, તો $x^2 + y^2$ ની કિંમત શોધો.

6. સાદું રૂપ આપો : $(256)^{-\left(4^{\frac{-3}{2}}\right)}$

7. કિંમત શોધો : $\dfrac{4}{(216)^{-\frac{2}{3}}} + \dfrac{1}{(256)^{-\frac{3}{4}}} + \dfrac{2}{(243)^{-\frac{1}{5}}}$