



भिन्नात्मक संख्याएँ

- उद्देश्य :**
1. विद्यार्थियों को भिन्नात्मक संख्याओं के बारे में जानकारी देना।
 2. विद्यार्थियों को आधा, एक-तिहाई, एक-चौथाई, दो-तिहाई तथा तीन-चौथाई के बारे में जानकारी देना।
 3. भिन्नात्मक संख्याओं का दैनिक जीवन में महत्व समझाना।
 4. बराबर भिन्नों के बारे में जानकारी देना।

जान-पहचान

इससे पूर्व अध्यापक द्वारा विद्यार्थियों के साथ केवल प्राकृतिक संख्याओं के बारे में ही बातचीत की गई है। इस अध्याय में अध्यापक विद्यार्थियों को प्राकृतिक संख्याओं से आगे भिन्नात्मक संख्याओं के बारे में बताएगा। विद्यार्थी प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप में आम ज़िन्दगी में भिन्नों से जुड़े होते हैं। जैसे : आधा भाग, चौथाई भाग, पूरा या सारा आदि। क्योंकि बच्चों में अपनी खाने वाली चीज़ों को अपने दोस्तों के साथ बाँटकर खाने की आदत प्राकृतिक रूप से होती है। अध्यापक इस अध्याय के आरम्भ में विद्यार्थियों को निम्नलिखित गतिविधि साँझी करेगा।

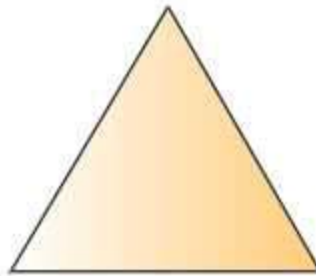
गतिविधि

सुरजीत के खाने के डिब्बे में एक परांठा है। सुरजीत अभी परांठा खाने ही लगा था कि उसका दोस्त हरीश आ गया। हरीश को बहुत भूख लगी थी, परन्तु उसके पास खाने के लिए कुछ नहीं था। अध्यापक विद्यार्थी से पूछेगा कि सुरजीत अब क्या करेगा? विद्यार्थी जवाब देंगे कि सुरजीत अब क्या करेगा? विद्यार्थी जवाब देंगे कि सुरजीत अपना आधा परांठा हरीश को दे देगा। अब अध्यापक रोट्टी का चित्र श्यामपट्ट पर बनाएगा और उसे आधा बाँटकर एक हिस्से में चॉक से रंग भरेगा।



गतिविधि

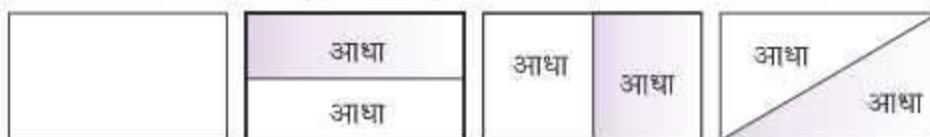
फिर अध्यापक विद्यार्थियों के साथ बात करते हुए बताएगा कि अमन और सुरजीत दो जुड़वाँ बहनें थीं। उनकी विशेषता यह थी कि जितनी चीज़ अमन खाती थी, रमन भी उतनी ही चीज़ खाती थी। उनके पास एक चॉकलेट का डिब्बा था। उस डिब्बे में अलग-अलग आकार की चॉकलेट थीं। अमन ने डिब्बे में से चॉकलेट निकाली, जो नीचे दिए गए चित्र जैसी थी। अध्यापक श्यामपट्ट पर निम्नांकित अनुसार आकृति बनाएगा।



अब अध्यापक कहेगा कि अमन और रमन इस चॉकलेट को कैसे बराबर बाँटेंगी ? विद्यार्थी अध्यापक की सहायता से बताने की कोशिश करेंगे।



इसके बाद अध्यापक एक और आकृति बनाएगा और इसे आधा बाँटने के लिए कहेगा।



इस क्रिया द्वारा विद्यार्थी किसी वस्तु/आकृति को आधा करना सीखेंगे। अध्यापक बताएगा कि आधे का अर्थ किसी वस्तु के दो बराबर हिस्सों में से एक हिस्सा है। इसे संख्या रूप में इस प्रकार लिखा जाएगा।

$$\frac{1}{2}$$

गतिविधि

राजू के पास एक चॉकलेट है, जो नीचे दिए गए आकार की है।



राजू ने यह चॉकलेट अपने चार मित्रों में बराबर हिस्सों में बाँट दी। अध्यापक बताएगा कि जब हम किसी पूरी चीज़ के चार बराबर हिस्से करते हैं तो प्रत्येक हिस्से को चीज़ का एक चौथाई हिस्सा कहते हैं। इसे संख्या रूप में निम्नलिखित अनुसार लिखा जाता है :

$$\frac{1}{4}$$

उपर्युक्त उदाहरण में चॉकलेट को चार बराबर भागों में बाँटा गया है तथा प्रत्येक मित्र को एक भाग मिला है।

पूर्ण (Whole) को जितने भागों में बराबर बाँटा जाता है, उसे 'हर' कहते हैं तथा उसके कुछ विशेष बराबर भागों की संख्या, जिनके बारे में चर्चा की जाती है, को 'अंश' कहते हैं। इसलिए जो ऊपर 'भिन्न' बनी है, उसका 'अंश' 1 तथा 'हर' 4 है।

$$\frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{ccc} \longrightarrow & \frac{\text{विशेष बराबर भाग}}{\text{कुल बराबर भाग}} & \longrightarrow \frac{\text{अंश}}{\text{हर}} \end{array}$$

अध्यापक संकेत

- विद्यार्थियों के साथ भिन्नात्मक संख्याओं के बारे में बातचीत करते हुए अध्यापक विद्यार्थियों को बताएगा कि आम बोलचाल में $\frac{1}{4}$ को एक बटा चार बोला जाता है। $\frac{1}{4}$ का अर्थ है 4 भागों में से 1 भाग (एक बटा चार में 1 अंश है और 4 हर है।)

उदाहरण 1. निम्नांकित आकृति के $\frac{1}{3}$ भाग में रंग भरो।



हल :



उदाहरण 2. निम्नांकित आकृति के $\frac{1}{2}$



हल :



उदाहरण 3. निम्नलिखित भिन्नों को शब्दों में लिखो :

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{3}$

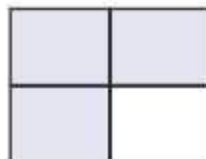
(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{3}{4}$

हल :

भिन्न	शब्दों में	
$\frac{1}{4}$	एक चौथाई	4 समान भागों में एक भाग
$\frac{1}{3}$	एक तिहाई	3 समान भागों में एक भाग
$\frac{1}{2}$		2 समान भागों में एक भाग
$\frac{3}{4}$	तीन चौथाई	4 समान भागों में 3 भाग

उदाहरण 4. आकृति के रंगीन भाग की भिन्न लिखो :



हल :

कुल बराबर भाग (हर) = 4

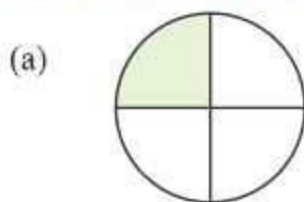
रंगीन भागों की गिनती (अंश) = 3

इसलिए भिन्न $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}} = \frac{3}{4}$

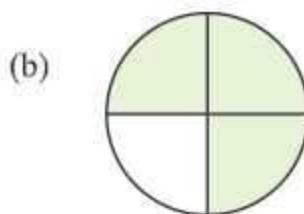


प्रश्नावली 3.1

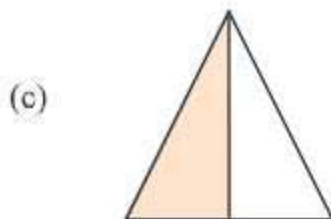
1. चित्र के रंगीन भाग के अनुसार सही भिन्न से मिलाओ।



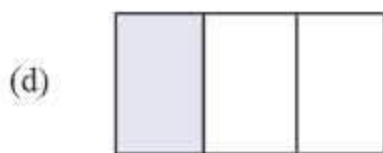
$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{3}$$



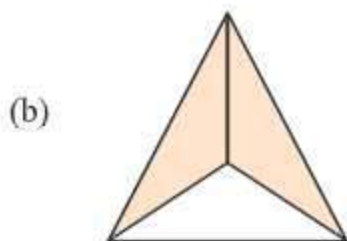
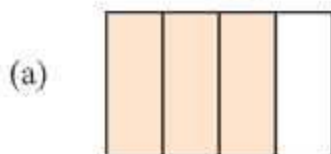
$$\frac{1}{4}$$

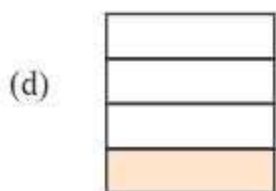
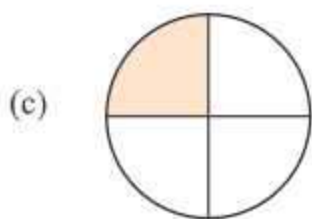
2. नीचे दिए चित्रों के रंगीन और रंगहीन भाग की भिन्न दर्शाए गए डिब्बे में लिखो।

चित्र

रंगीन भाग की भिन्न

रंगहीन भाग की भिन्न





3. नीचे दी गई भिन्न के अनुसार चित्र में रंग भरो।

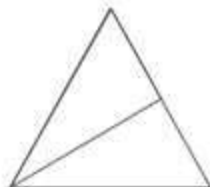
भिन्न

चित्र

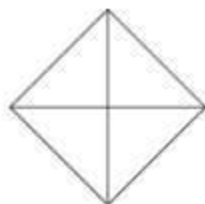
(a) $\frac{1}{4}$



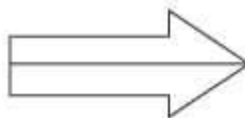
(b) $\frac{1}{2}$



(c) $\frac{3}{4}$



(d) $\frac{1}{2}$



(e) $\frac{2}{3}$

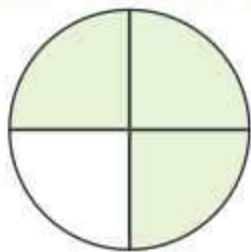


(f) $\frac{1}{3}$



4. चित्र अनुसार रंगीन भाग की बनती भिन्न पर ठीक (✓) का चिह्न लगाओ।

(i)



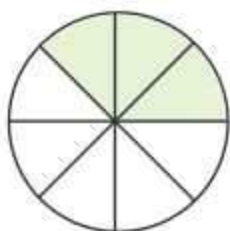
(क) $\frac{1}{4}$

(ख) $\frac{3}{4}$

(ग) $\frac{4}{4}$

(घ) $\frac{1}{2}$

(ii)



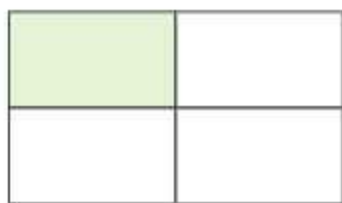
(क) $\frac{5}{8}$

(ख) $\frac{1}{8}$

(ग) $\frac{3}{4}$

(घ) $\frac{3}{8}$

(iii)



(क) $\frac{3}{4}$

(ख) $\frac{2}{4}$

(ग) $\frac{1}{4}$

(घ) $\frac{1}{2}$

5. नीचे दी गई भिन्नात्मक संख्याओं को शब्दों में लिखो :

(क) $\frac{1}{2}$

(ख) $\frac{1}{4}$

(ग) $\frac{1}{3}$

(घ) $\frac{2}{3}$

(ङ) $\frac{3}{4}$

(च) $\frac{1}{10}$

6. नीचे लिखे भिन्नो के अंश तथा हर लिखो :

(क) $\frac{2}{3}$

(ख) $\frac{1}{2}$

(ग) $\frac{1}{4}$

(घ) $\frac{3}{4}$

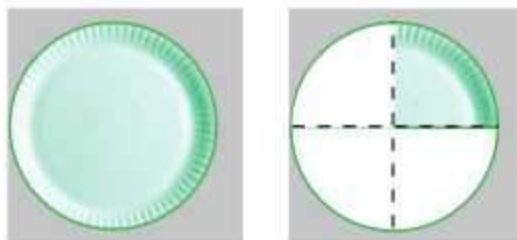


एक पेपर प्लेट लो। उसे चित्र के अनुसार एक मोड़ दो।



फिर प्लेट को खोलकर इसके एक भाग में रंग भरो तथा इसकी बनती भिन्न लिखो।

अब एक और पेपर प्लेट लो। चित्र में दिखाए अनुसार इसे दो मोड़ दो। फिर प्लेट खोलकर मोड़ों से बने एक भाग में रंग भरो तथा रंगीन भाग की भिन्न लिखो।



3.2 तुल्य भिन्न

राजू के पिता जी कालीन बेचने का काम करते थे। वह कुछ कालीन लेकर आए जो कि एक जैसे आकार के थे, परन्तु उनके डिजाइन अलग-अलग थे। ये कालीन नीचे दिए चित्रों जैसे थे।

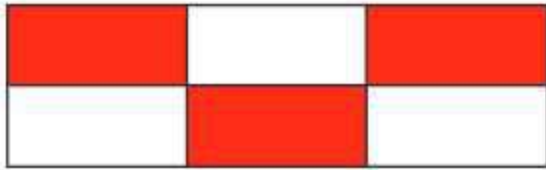


पहले कालीन का डिजाइन कुछ ऐसा है कि वह दो बराबर भागों में बँटा हुआ है और एक भाग में लाल रंग है। इसलिए लाल रंग के भाग की भिन्न $\frac{1}{2}$ है।

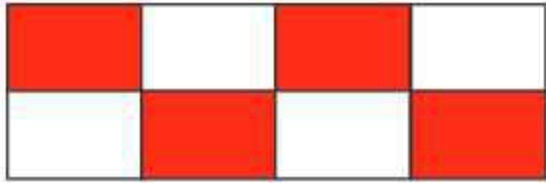


दूसरी कालीन का डिजाइन कुछ ऐसा है कि वह चार बराबर भागों में बँटा हुआ है और दो भागों में लाल रंग है। इसलिए लाल रंग के भाग की भिन्न $\frac{2}{4}$ है।





तीसरे कालीन का डिजाइन कुछ ऐसा है कि वह छह बराबर भागों में बँटा हुआ है और तीन भागों में लाल रंग है। इसलिए लाल रंग के भाग की भिन्न $\frac{3}{6}$ है।



चौथे कालीन का डिजाइन कुछ इस प्रकार है कि वह आठ बराबर भागों में बँटा हुआ है और चार भागों में लाल रंग है। इसलिए लाल रंग के भाग की भिन्न $\frac{4}{8}$ है।

परन्तु, हम देख सकते हैं कि प्रत्येक कालीन का समान भाग ही लाल रंग से रंगा हुआ है।

इसलिए, $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$

जो भिन्न किसी पूर्ण के बराबर भागों को दिखाती है, उन्हें तुल्य भिन्न कहते हैं।

उपर्युक्त के अनुसार

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

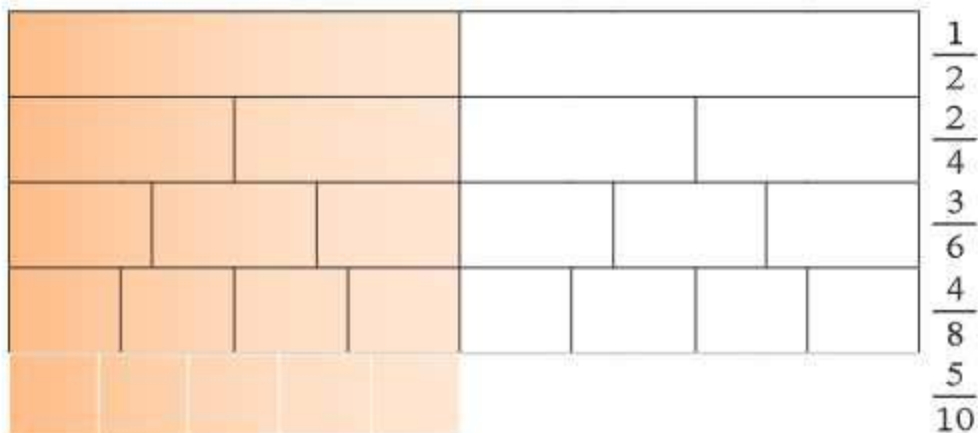
उदाहरण 1. हल करो : $\frac{2}{5} = \frac{\boxed{}}{15}$

हल : $\frac{2}{5}$ की 15 हर वाली तुल्य भिन्न बनाने के लिए बड़े हर 15 को 5 से भाग दिया जाएगा। भाग देने के उपरान्त भागफल 3 प्राप्त होगा। 3 को भिन्न $\frac{2}{5}$ के अंश 2 से गुणा किया जाएगा। गुणा के उपरान्त गुणनफल 6 प्राप्त होगा। इसलिए खाली स्थान पर 6 आएगा।

उत्तर : $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{\boxed{6}}{15}$

- किसी भिन्न के तुल्य भिन्न बनाने के लिए अंश तथा हर के गुणज लिए जाते हैं, जैसे-

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$



$$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}; \quad \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}; \quad \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}; \quad \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10};$$

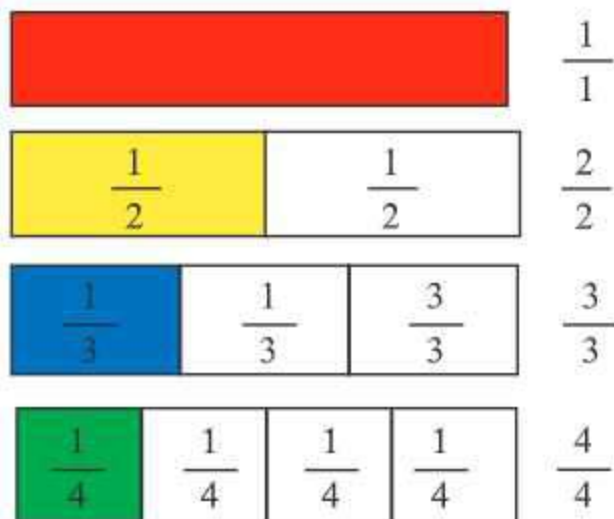
आओ, भिन्न-सम्बन्धी चार्ट बनाएँ

चार रंगीन पट्टियाँ (लाल, पीली, नीली, हरी) लो। उन्हें बराबर आकार में काटो।

1. लाल रंग की पट्टी को एक भाग में ही रखो तथा चार्ट पेपर पर चिपकाओ।
2. पीले रंग की पट्टी को एक मोड़ देकर-2 बराबर भागों में बाँटो और इसे चार्ट पेपर पर लाल रंग की पट्टी के नीचे चिपकाओ। एक भाग का भिन्न रूप $\frac{1}{2}$ है। दोनों भाग मिलकर भिन्नात्मक रूप से मिलकर $\frac{2}{2}$ बनते हैं। पीले रंग की पट्टी लाल रंग की पट्टी के बराबर है।
3. नीले रंग की पट्टी इस प्रकार मोड़ो कि वह तीन बराबर भागों में बँट जाए। इसे उसी चार्ट पेपर के नीचे पीले रंग की पट्टी के नीचे चिपकाओ। एक भाग का भिन्नात्मक $\frac{1}{3}$ है और तीनों भाग मिलकर $\frac{3}{3}$ बनते हैं। नीले रंग की पट्टी, पीले रंग की पट्टी और लाल रंग की पट्टी के बराबर है।



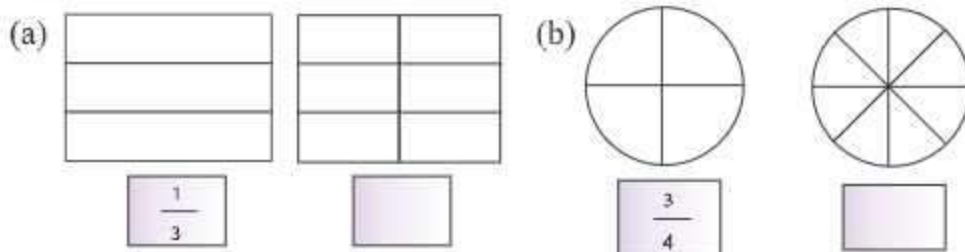
4. हरे रंग की पट्टी इस प्रकार मोड़ो कि वह 4 बराबर भागों में बँट जाए। इसे उसी चार्ट पेपर पर नीले रंग की पट्टी के नीचे चिपकाओ। एक भाग का भिन्नात्मक रूप $\frac{1}{4}$ है तथा चार भाग मिलकर भिन्नात्मक रूप से मिलकर $\frac{4}{4}$ बनते हैं। हरे रंग की पट्टी, नीले, पीले और लाल रंग की पट्टी सभी बराबर है।



उपरोक्त से यह स्पष्ट होता है कि $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = 1$

प्रश्नावली 3.2

1. नीचे दिए गए चित्रों में इस प्रकार रंग भरो कि वह समान भिन्न बन जाएँ। उनकी भिन्न नीचे दिए गए डिब्बे में लिखो।



2. नीचे दी गई भिन्नों में प्रत्येक भिन्न के लिए अगली पाँच समान भिन्न लिखो।

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{2}{5}$

3. रिक्त स्थान भरो :-

$$\begin{array}{lcl} \text{(a)} & \frac{3}{5} & = \frac{\boxed{}}{15} \\ \text{(c)} & \frac{2}{3} & = \frac{\boxed{}}{12} \\ \text{(e)} & \frac{7}{12} & = \frac{\boxed{}}{84} \\ \text{(g)} & \frac{4}{7} & = \frac{8}{\boxed{}} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{(b)} & \frac{5}{6} & = \frac{\boxed{}}{24} \\ \text{(d)} & \frac{7}{10} & = \frac{\boxed{}}{100} \\ \text{(f)} & \frac{1}{2} & = \frac{7}{\boxed{}} \\ \text{(h)} & \frac{3}{5} & = \frac{24}{\boxed{}} \end{array}$$

[[हमने जो सीखा :

- y विद्यार्थियों को भिन्नों के बारे में जानकारी हो गयी है।
- y विद्यार्थी समान भिन्न बनाने के योग्य हो गये हैं।
- y दैनिक जीवन में आधा, एक तिहाई, एक चौथाई आदि के प्रयोग करने के योग्य हो गये हैं।

उत्तरमाला

प्रश्नावली 3.1

2. (a) $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$
4. (i) (ख) (ii) (घ) (iii) (ग)
5. (a) आधा भाग (b) एक चौथाई भाग (c) एक तिहाई भाग
(d) दो तिहाई भाग (e) तीन चौथाई भाग (f) एक दसवाँ भाग
6. (a) अंश-2 हर-3 (b) अंश-1, हर-2, (c) अंश-1, हर-4
(d) अंश-3, हर-4

प्रश्नावली 3.2

3. (a) $\frac{9}{15}$ (b) $\frac{20}{24}$ (c) $\frac{8}{12}$ (d) $\frac{70}{100}$
(e) $\frac{49}{84}$ (f) $\frac{7}{14}$ (g) $\frac{8}{14}$ (h) $\frac{24}{40}$

