

बहुविकल्पीय प्रश्न (Multiple choice question)

1. a तथा b का गुणोत्तर माध्य है
Geometric mean of a and b is
(a) $\frac{a+b}{2}$ (b) ab^2
(c) $\sqrt{ab}$
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
2. 4 और 9 का गुणोत्तर माध्य है
Geometric mean of 4 and 9 is
(a) 6 (b) 7
(c) 6.5 (d) 12
3. G.P. $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \dots$ का 9वाँ पद लिखिए।
Write down the 9th term of G.P. $\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}, \dots$
(a) $\frac{\sqrt{3}}{3^6}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{3^8}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{3^4}$
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
4. G.P. $2^2, 2^3, 2^4, \dots$ का सातवाँ पद क्या होगा?
What is the 7th term of the G.P. $2^2, 2^3, 2^4, \dots$
(a) 250 (b) 256
(c) 300 (d) 255
5. किसी गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 5 तथा सार्व अनुपात -2 है। छठा पद क्या होगा ?
The first term of a G.P. is 5 and the common ratio is -2 what is the 6th term ?
(a) -100 (b) 100
(c) -160 (d) 160
6. यदि संख्याएँ 3, k, 48 गुणोत्तर श्रेणी में हैं तो k का मान ज्ञात कीजिए।
Find the value of k if 3, k, 48 are in G.P.
(a) ± 12 (b) ± 10
(c) 10
(d) इनमें से कोई नहीं none of these
7. x के किस मान के लिए संख्याएँ x - 2, x, x + 3

गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

For what value of x the number x-2, x, x + 3 are in G.P.

- (a) 6 (b) 12
(c) 5 (d) 4
8. यदि G.P. का तीसरा पद 8 हो तो G.P. के प्रथम पाँच पदों का गुणनफल है
If the third term of a G.P. is 8, then the product of its first five terms is
(a) 8^2 (b) 8^5
(c) 8 (d) 8^4
 9. यदि a, a + 1, a + 3, G.P. में हों तो a का मान है
If a, a + 1, a + 3, are in G.P. then the value of a is
(a) 1 (b) 4
(c) 2 (d) 3
 10. 4, 12, 36, पाँचवा पद है
The fifth term of the sequence 4, 12, 36, is
(a) 324 (b) 342
(c) 345 (d) 354

ANSWER

- (1) c (2) a (3) b
(4) b (5) d (6) a
(7) a (8) b (9) a
(10) a

लघु उत्तरीय प्रश्न
(Short Answer type question)

1. एक गुणोत्तर श्रेणी का पहला पद 1 है तथा पहले तीन पदों का योग 13 है, सार्व अनुपात ज्ञात करें।
First term of a geometric series is 1 and sum of first three terms is 13, find the common ration.
उत्तर:- $a = 1, s_3 = 13$
 $\therefore s_3 = 13$
 $\Rightarrow a + ar + ar^2 = 13$
 $\Rightarrow 1 + 1 \times r + 1 \times r^2 = 13$
 $\Rightarrow 1 + r + r^2 = 13$
 $\Rightarrow r^2 + r = 13 - 1$
 $\Rightarrow r^2 + r = 12$
 $\Rightarrow r^2 + r - 12 = 0$
 $\Rightarrow r^2 + 4r - 3r - 12 = 0$
 $\Rightarrow r(r + 4) - 3(r + 4) = 0$

$$\Rightarrow (r+4)(r-3)=0$$

when जब

$$r+4=0$$

$$r=-4$$

when जब

$$r-3=0$$

$$r=3$$

$$\therefore r = -4 \text{ or } 3$$

2. एक लड़का पहले दिन रु 1, दूसरे दिन रु 2, तीसरे दिन रु 4, चौथे दिन रु 8, पर काम करना स्वीकार करता है तो वह 120 दिनों के अन्त में कितना पायेगा ?

A boy agrees to work at the rate of one rupee the first day, two rupees the second day, four rupees the third day, eight rupees the fourth day and so on. How much would he get at the end of 120 days ?

उत्तर:- 120 दिनों के अन्त तक कुल प्राप्त राशि

$$= 1 + 2 + 4 + 8 + \dots 120 \text{ दिनों तक}$$

$$= \frac{1(1-2^{120})}{1-2} = \frac{2^{120}-1}{2-1} = \text{रु}(2^{120}-1)$$

3. निकालिए (find)

$$1 + \frac{x}{1+x} + \frac{x^2}{(1+x)^2} + \dots (to \infty)$$

अनन्त तक यदि $x > 0$ (if $x > 0$) |

उत्तर:- यहाँ $a = 1, r = \frac{x}{1+x}$ साथ ही $r = \frac{x}{1+x} < 1$

($\because x > 0$)

$$\text{अब, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{x}{1+x}} = 1+x$$

4. $0.42\overline{3}$ को एक परिमेय संख्या के रूप में लिखिए।
Express $0.42\overline{3}$ as a rational number (or quotient

of two integers

उत्तर:- $0.42\overline{3} = 0.423232323\dots\infty$ तक

$$= 0.4 + 0.023 + 0.00023 + \dots\infty \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} + \frac{23}{100000} + \dots\infty \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \left[1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \dots\infty \right] \text{ तक}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \left(\frac{1}{1-\frac{1}{100}} \right) \quad \because S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{1000} \times \frac{100}{99}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{23}{990} = \frac{396+23}{990} = \frac{419}{990}$$

5. किसी अनन्त गुणोत्तर श्रेणी जिसका योगफल 32 है तथा उसके प्रत्यक्ष दो पदों का योगफल 24 है श्रेणी ज्ञात कीजिए।

The sum of infinite term of a G.P. is 32 and the sum of first two term is 24, find the progression.

उत्तर:- $S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$

दिया है: $\frac{a}{1-r} = 32$

तथा $a + ar = 24$

$$\Rightarrow a(1+r) = 24$$

$$\therefore (1+r)(1-r) = \frac{24}{32}$$

$$(1+r)(1-r) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1-r^2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

तथा $a = 16$

$$\therefore \text{गुणोत्तर श्रेणी} = 16, 8, 4$$

6. 5 और 160 के बीच 4 गुणोत्तर माध्य निकालिए।
Find 4 GM_s between 5 and 160

उत्तर:- माना कि 5 और 160 के बीच 4 गुणोत्तर माध्य G_1, G_2, G_3, G_4 हैं तो 5, G_1, G_2, G_3, G_4 , 160 G.P में होंगे।

(Let 4 GM_s between 5 and 160 are

G_1, G_2, G_3, G_4 so 5, G_1, G_2, G_3, G_4 , 160 are in G.P.)

$$t_6 = 160$$

$$5.r^5 = 160$$

$$\Rightarrow r^5 = 32 = 2^5$$

$$\therefore r = 2 \text{ (जहाँ c.r. = r)}$$

$$\therefore G_1 = 5r = 5 \times 2 = 10$$

$$G_2 = 5r^2 = 5 \times 4 = 20$$

$$G_3 = 5r^3 = 5 \times 8 = 40$$

$$G_4 = 5r^4 = 5 \times 16 = 80$$

अतः 5 और 160 के बीच 4 GM_s 10,20,40,80 है

Therefore 4 GM_s between 5 and 160 are 10,20,40,80.

7. निम्नलिखित G.P. का योग ज्ञात कीजिए :-
Find the sum of the following series
 $2 + 6 + 18 + \dots + 4, 374$

उत्तर:- दी हुई श्रेणी G.P में है
given series is in G.P.

Here यहाँ (first term) प्रथम पद $(a) = 3$

(common ratio) सार्व अनुपात $(r) = 3 (r > 1)$

let, माना $t_n = 4, 374$

$$\therefore t_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore 4374 = 2 \cdot (3)^{n-1}$$

$$3^7 = 3^{n-1}$$

$$n-1 = 7$$

$$n = 7 + 1 = 8$$

अब Now, $s_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$= \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{2(3^8 - 1)}{2}$$

$$= 3^8 - 1 = 6561 - 1$$

$$= 6560$$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Question)

1. G.P. में तीन संख्याएँ निकालें, जिनका गुणनफल 216 तथा योग 19 है।

Find the three numbers in G.P. whose product is 216 and sum is 19.

उत्तर:- G.P. में तीन संख्याएँ
Three number in G.P.

$$\frac{a}{r}, a, ar$$

प्रश्न से From question ,

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 216$$

$$a^3 = 216$$

$$a = (6)^3$$

$$a = 6$$

फिर से again

$$\Rightarrow \frac{a}{r} + a + ar = 19$$

$$\Rightarrow \frac{a + ar + ar^2}{r} = 19$$

$$\Rightarrow a + ar + ar^2 = 19r$$

$$\Rightarrow a + ar + ar^2 - 19r = 0$$

$a = 6$ का मान रखने पर,

Putting the value of $a = 6$

$$6 + 6r + 6r^2 - 19r = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 19r + 6r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 13r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 6r^2 - 9r - 4r + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 3r(2r-3) - 2(2r-3) = 0$$

$$\Rightarrow (2r-3)(3r-2) = 0$$

$$r = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

when $r = \frac{3}{2}$, then numbers are 4,6,9, and when

$r = \frac{2}{3}$ then numbers are 9,6,4

जब $r = \frac{3}{2}$, तब संख्याएँ 4,6,9 होंगी तथा जब

$r = \frac{2}{3}$ तब संख्याएँ 9,6,4 होंगी।

2. निम्नलिखित श्रेणी के n पदों का योगफल निकालिए
Find the sum to n terms of the following series:-
 $8 + 88 + 888 + \dots$

उत्तर:- $S_n = 8 + 88 + 888 + \dots n$ पदों तक
(upto n terms)

$$= 8(1 + 11 + 111 + \dots n \text{ पदों तक})$$

$$= \frac{8}{9}[9 + 99 + 999 + \dots n] \text{ पदों तक}$$

$$= \frac{8}{9}[(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots n]$$

पदों तक]

$$= \frac{8}{9}[(10+100+1000+\dots n \text{ पदों तक})$$

$$- (1 + 1 + 1 + \dots n \text{ पदों तक})]$$

$$= \frac{8}{9}\left[10 \cdot \frac{1-10^n}{1-10} - n\right]$$

$$= \frac{8}{9}\left[10 \cdot \frac{10^n-1}{10-1} - n\right]$$

$$= \frac{8}{81} (10^{n+1} - 10 - 9n)$$

3. श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए (sum up the series)

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{4^2} + \frac{3}{4^3} - \frac{5}{4^4} + \frac{3}{4^5} - \frac{5}{4^6} + \dots \infty$$

उत्तर:- $\frac{3}{4} - \frac{5}{4^2} + \frac{3}{4^3} - \frac{5}{4^4} + \frac{3}{4^5} - \frac{5}{4^6} + \dots \infty$

$$= 3 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^5} + \dots \infty \right] - 5 \left[\frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{4^6} + \dots \infty \right]$$

$$= 3 \times \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4^2}} - 5 \times \frac{\frac{1}{4^2}}{1 - \frac{1}{4^2}}$$

$$= 3 \times \frac{\frac{1}{4}}{\frac{15}{16}} - 5 \times \frac{\frac{1}{16}}{\frac{15}{16}}$$

$$= 3 \times \left[\frac{4}{15} \right] - 5 \left[\frac{1}{15} \right]$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12-5}{15} = \frac{7}{15}$$